

MAKALAH MATEMATIKA DASAR



MODUL 2

SISTEM PERSAMAAN LINEAR DUA VARIABEL

(SPLDV)

Oleh:

Salwa Zainum Muttaqin

NIM 2115150019

**Program Studi Pendidikan Biologi
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Kristen Indonesia
2021**

PRAKATA

Rasa syukur senantiasa penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas pertolongan-Nya penulis dapat menyelesaikan Makalah Matematika Dasar Modul 2 “Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)”. Meskipun banyak rintangan dan hambatan dalam proses pembuatan Makalah Matematika Dasar Modul 2 ini, tetapi Puji Tuhan di dalam pembuatan penulis berhasil menyelesaikannya dengan baik. Adapun tujuan penyusunan ini adalah untuk memenuhi kebutuhan tugas mata kuliah Matematika Dasar semester 1 tahun ajaran 2021. Ucapan terima kasih secara khusus penulis ucapkan kepada:

1. Ibu Prof. Dr. Marina Silalahi, M.Si. selaku Ketua Program Studi Pendidikan Biologi.
2. Bapak Jitu Halomoan Lumbantoran, S.Pd., M.Pd. selaku dosen pengampu Matematika Dasar.
3. Teman-teman yang telah memberikan semangat dan dukungan tanpa henti.

Penulis menyadari bahwa makalah ini jauh dari kata sempurna dan banyak kekurangan. Oleh sebab itu, saran dan kritik yang membangun untuk perbaikan makalah ini sangat penulis harapkan. Harapannya semoga makalah ini dapat bermanfaat bagi para pembaca dan pada umumnya mahasiswa. Akhir kata penulis ucapkan terimakasih.

Jakarta, 19 Oktober 2021

Penulis

DAFTAR ISI

PRAKATA	i
DAFTAR ISI	ii
PENJELASAN DAN/ATAU PETUN JUK BAGI MAHASISWA	iii
MODUL 2 Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)	iv
KEGIATAN PEMBELAJARAN	1
1.1 Definisi Persamaan Linear Dua Variabel	1
1.2 Persamaan Umum Sistem Persamaan Linear Dua Variabel	1
1.3 Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Dua Variabel	2
1.3.1 Penyelesaian dengan Metode Substitusi	3
1.3.2 Penyelesaian dengan Metode Eliminasi	5
1.3.3 Penyelesaian dengan Metode Campuran	6
1.3.4 Penyelesaian dengan Metode Determinan	7
1.3.5 Penyelesaian dengan Metode Grafik	9
1.4 Kosektual Sistem Persamaan Linear Dua Variabel.....	12
LATIHAN SOAL	14
PEMBAHASAN	15
DAFTAR PUSTAKA	21

PENJELASAN DAN/ATAU PETUNJUK BAGI MAHASISWA

1. Bacalah makalah ini dengan seksama mulai dari prakata sampai dengan latihan soal, kemudian pahami seluruh materi yang termuat di dalamnya.
2. Bacalah dengan seksama tujuan akhir antara untuk mengetahui apa yang akan diperoleh setelah mempelajari materi ini.
3. Makalah ini memuat informasi tentang apa yang harus Anda lakukan untuk mencapai tujuan antara pembelajaran.
4. Pelajari dengan seksama materi tiap kegiatan belajar, jika ada informasi yang kurang jelas atau mengalami kesulitan dalam mempelajari setiap materi, sebaiknya berkonsultasi pada pengajar.
5. Perhatikan langkah-langkah dalam melakukan pekerjaan dengan benar untuk mempermudah dalam memahami suatu proses pekerjaan.
6. Kerjakan soal-soal dalam cek kemampuan untuk mengukur sampai sejauh mana pengetahuan yang telah Anda miliki.
7. Selesaikan semua latihan soal yang terdapat di dalam makalah ini agar pemahaman anda berkembang dengan baik.
8. Setiap mempelajari satu sub kompetensi, Anda harus mulai dari menguasai pengertian-pengertian dalam uraian materi, melaksanakan tugas-tugas dan mengerjakan latihan soal.
9. Dalam menyelesaikan latihan soal, Anda tidak diperkenankan berdiskusi dengan teman Anda sebelum selesai mengerjakan latihan soal dan diskusi kelompok.
10. Membahas hasil pekerjaan Anda dengan teman sekelas dalam bentuk kelompok dan kerjakan soal diskusi kelompok.

MODUL 2
PERSAMAAN LINEAR DUA VARIABEL (SPLDV)

Capaian Pembelajaran	Uraian Materi
Mampu memahami dengan baik dan benar defenisi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel serta mampu menyelesaikan dan membuat soal yang berkaitan dengan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel.	<ol style="list-style-type: none">1. Defenisi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel.2. Menyelesaikan persoalan dengan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel.3. Diskusi kelompok mahasiswa.4. Soal latihan mandiri mahasiswa.

KEGIATAN PEMBELAJARAN

1.1 Definisi Persamaan Linear Dua Variabel

Sistem Persamaan Linear Dua Variabel atau yang biasa disingkat dengan SPLDV merupakan sistem persamaan linear yang terdiri atas dua persamaan linear dan memiliki dua variabel dengan masing-masing pangkat yang mengikutinya. Dinamakan persamaan linear karena sebuah garis lurus akan terbentuk ketika persamaan linear dua variabel digambarkan dalam grafik fungsi. Bentuk umum persamaan linear dua variabel dapat dituliskan sebagai berikut.

$$ax + by = c$$

Keterangan:

a , b , dan c adalah konstanta.

x dan y adalah variabel.

Adapun langkah-langkah yang dapat dilakukan untuk menyelesaikan suatu permasalahan menggunakan konsep SPLDV adalah sebagai berikut.

1. Setiap besaran yang terdapat dalam masalah terkait diganti dengan variabel (umumnya dilambangkan dengan huruf abjad maupun simbol).
2. Model matematika dibuat berdasarkan masalah yang akan diselesaikan. Model matematika harus sesuai ketentuan bentuk umum SPLDV.
3. Solusi didapatkan dengan menggunakan metode penyelesaian SPLDV terhadap model matematika guna menyelesaikan permasalahan.

1.2 Persamaan Umum Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)

Terdapat beberapa unsur yang menyusun berdirinya bentuk umum SPLDV sehingga dapat menjadi rujukan untuk membuat model matematika, antara lain:

a) Suku

Yaitu variabel beserta koefisien yang mengikutinya dan/atau konstanta dalam bentuk aljabar yang dipisahkan oleh operasi penjumlahan atau pengurangan.

b) Variabel

Adalah lambang yang umumnya digunakan sebagai pengganti suatu bilangan jika belum nilainya belum diketahui dengan pasti.

c) Koefisien

Merupakan bilangan yang letaknya di depan variabel pada suatu suku dalam bentuk aljabar.

d) Konstanta

Adalah suatu bilangan yang tidak diikuti oleh variabel dan termasuk suatu suku dari bentuk aljabar.

Berikut ini contoh bentuk umum persamaan linear dua variabel.

$$2p - 3q + 13 = 0$$

1. Suku : $2p, -3q, 13$
2. Variabel : p dan q
3. Koefisien : p adalah 2, sedangkan q adalah -3
4. Konstanta : 13 (nilainya relatif tetap dan tidak dipengaruhi variabel apapun).

1.3 Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Jika terdapat persamaan $px + qy = r$ yang diselesaikan sedemikian rupa sehingga diketahui $x = m$ dan $y = n$ adalah diketahui bernilai benar. Maka, (m, n) dikatakan sebagai penyelesaian dari persamaan $px + qy = r$.

Contoh:

1. Tentukan nilai a dan b dari persamaan $4a - b = 1$!

Jawab: Misal, $a = 1$

$$\rightarrow 4a - b = 1$$

$$\rightarrow 4(1) - b = 1$$

$$\rightarrow 4 - b = 1$$

$$\rightarrow b = 4 - 1$$

$$\rightarrow b = 3$$

Jadi, nilai a dan b yang memenuhi persamaan di atas adalah $(1, 3)$.

2. Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linear $m + 3n = 12$, untuk m dan n anggota bilangan cacah.

Jawab: $m + 3n = 12$

Jika $m = 0$, maka $n = 4$

Jika $m = 3$, maka $n = 3$

Jika $m = 6$, maka $n = 2$

Jika $m = 9$, maka $n = 1$

Jika $m = -3$, maka $n = 5$ (tidak memenuhi)

Sehingga dapat diketahui pasangan nilai m dan n yang merupakan himpunan penyelesaian dari $m + 3n = 12$ secara berurutan adalah $(0, 4)$, $(3, 3)$, $(6, 2)$, $(9, 1)$. Sedangkan, $(-3, 5)$ bukan merupakan penyelesaian karena $m = -3$ tidak termasuk ke dalam bilangan cacah yang menjadi ketentuan pada soal.

Untuk menyelesaikan permasalahan suatu sistem persamaan linear dua variabel terdapat beberapa metode yang dapat digunakan, yaitu:

- Metode substitusi, dilakukan dengan mengaitkan suatu persamaan dengan persamaan lainnya.
- Metode eliminasi, yaitu menghilangkan salah satu variabel dengan cara menjumlahkan atau mengurangi dua persamaan yang terkait.
- Metode campuran, merupakan metode penyelesaian yang menggabungkan metode substitusi dan eliminasi.
- Metode determinan, yaitu perhitungan suatu bilangan persamaan yang dikaitkan dengan konsep matematika dasar matriks.
- Metode grafik, adalah metode penyelesaian sistem linear dua variabel yang menitikberatkan pada sistem sumbu x dan y .

1.3.1 Penyelesaian dengan Metode Substitusi

Jika menggunakan metode substitusi artinya akan terjadi pergantian variabel yang satu dengan variabel dari persamaan lainnya. Untuk dapat menggunakan metode substitusi dapat dilakukan dengan cara sebagai berikut:

1. Memisahkan suatu variabel dari variabel lainnya dan konstanta pada salah satu persamaan (jadikan salah satu persamaan bentuk eksplisit [mengubah bentuk variabel]),
2. Substitusikan hasil (dari langkah ke-1) ke persamaan linear yang lainnya,
3. Untuk mendapatkan nilai variabel, maka lebih dulu selesaikan persamaannya,
4. Untuk mendapatkan nilai variabel yang lain dilakukan dengan cara mensubstitusikan nilai variabel pada (hasil langkah ke-3) ke salah satu persamaan yang ada.

Contoh penyelesaian SPLDV dengan metode substitusi

Diketahui persamaan linear dua variabel $2x + y = 13$ dan $3x + 2y = 22$.

Tentukan penyelesaian dari persamaan tersebut!

Jawab:

$$2x + y = 13$$

$$y = 13 - 2x \dots (1)$$

$$3x + 2y = 22 \dots (2)$$

$$3x + 2y = 22$$

$$3x + 2(13 - 2x) = 22$$

$$3x + 26 - 4x = 22$$

$$-x + 26 = 22$$

$$-x = 22 - 26$$

$$-x = -4$$

$$x = 4$$

Substitusikan nilai $x = 4$ ke dalam persamaan (1).

$$2x + y = 13$$

$$2(4) + y = 13$$

$$8 + y = 13$$

$$y = 5$$

Sehingga, penyelesaian dari persamaan $2x + y = 13$ dan $3x + 2y = 22$ adalah $x = 4$ dan $y = 5$.

1.3.2 Penyelesaian dengan Metode Eliminasi

Metode eliminasi merupakan metode yang digunakan dengan tujuan menghilangkan variabel yang memiliki koefisien sama. Dalam hal ini, salah satu variabel disembunyikan atau dihilangkan sementara sehingga hanya tersisa satu dari dua variabel yang ada dalam persamaan untuk kemudian dapat menghasilkan penyelesaiannya. Misalnya dalam suatu penyelesaian yang dicari adalah nilai r , maka soal dikalikan dengan koefisien s . Pun sebaliknya, jika s yang dicari maka soal dikalikan dengan koefisien r .

Berikut adalah langkah-langkah yang dapat dilalui untuk menyelesaikan persamaan linear dua variabel dengan metode eliminasi.

1. Menyamakan koefisien salah satu variabel dari kedua persamaan,
2. Menghilangkan variabel yang koefisiennya telah disamakan dengan melalui operasi penjumlahan atau pengurangan.
3. Menyelesaikan persamaan untuk mendapatkan nilai salah satu variabel,
4. Untuk mencari nilai variabel yang lainnya, dapat dilakukan dengan mengulangi kembali langkah 1, 2, dan 3 secara berurutan.

Contoh penyelesaian SPLDV dengan metode eliminasi

Tentukan nilai x yang memenuhi sistem persamaan $5x + 2y = -3$ dan $3x - y = 7$!

Jawab:

Jika mencari nilai x , maka yang harus lebih dulu dieliminasi adalah nilai y .

$$\begin{array}{r} 5x + 2y = -3 \quad | \times 1 | \quad 5x + 2y = -3 \\ 3x - y = 7 \quad | \times 2 | \quad \underline{6x - 2y = 14} \quad + \\ \hline 11x = 11 \\ x = 1 \end{array}$$

Jadi, nilai x yang memenuhi sistem persamaan di atas adalah 1.

1.3.3 Penyelesaian dengan Metode Campuran

Metode berikutnya yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persoalan SPLDV yaitu melalui penggabungan dua metode sekaligus (metode eliminasi dan substitusi). Hal pertama yang dilakukan adalah mencari salah satu nilai variabel menggunakan metode eliminasi. Setelah memperoleh nilai variabelnya, lakukan substitusi nilai variabel tersebut terhadap salah satu persamaan sehingga nilai variabel yang lainnya akan diketahui.

Langkah-langkah untuk menyelesaikan persamaan linear dua variabel dengan metode campuran diantaranya:

1. Koefisien salah satu variabel dari kedua persamaan disamakan,
2. Variabel tersebut kemudian dihilangkan melalui operasi penjumlahan atau pengurangan,
3. Untuk mendapatkan nilai variabelnya, maka persamaan harus diselesaikan lebih dulu,
4. Nilai variabel pada (langkah ke-3) disubstitusikan ke dalam salah satu persamaan guna memperoleh nilai variabel yang lainnya.

Contoh penyelesaian SPLDV dengan metode campuran

Jika diketahui persamaan $2p - 2q = 8$ dan $4p + q = 6$, tentukan penyelesaiannya!

Jawab:

Diketahui sistem persamaan linear dua variabel:

$$2p - 2q = 8 \dots (1)$$

$$4p + q = 6 \dots (2)$$

- Langkah 1: setelah menyamakan koefisien variabel p, kemudian eliminasi nilai p dari kedua persamaan untuk memperoleh nilai q.

$$2p - 2q = 8 \quad | \times 2 | \quad 4p - 4q = 16$$

$$4p + q = 6 \quad | \times 1 | \quad \underline{4p + q = 6} \quad -$$

$$-5q = 10$$

$$q = 2$$

- Langkah 2: untuk memperoleh nilai p , maka substitusikan nilai $q = 2$ ke dalam persamaan (2).

$$4p + q = 6$$

$$\rightarrow 4p + 2 = 6$$

$$\rightarrow 4p = 4$$

$$\rightarrow p = 1$$

Sehingga, penyelesaian dari persamaan $x - 2y = 4$ dan $2x + y = 3$ adalah $p = 1$ dan $q = 2$.

1.3.4 Penyelesaian dengan Metode Determinan

Untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dapat juga ditempuh dengan metode matriks untuk mempermudah dalam perhitungan. Adapun langkah-langkah yang dapat dilakukan untuk menyelesaikan persamaan linear dua variabel menggunakan metode matriks adalah sebagai berikut.

Langkah 1:

Mengubah sistem persamaan linear dua variabel ke dalam bentuk matriks, seperti yang ada di bawah ini.

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

Persamaan diatas bisa kita ubah menjadi

$$AX = B$$

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$$

Langkah 2:

Dengan menggunakan persamaan matriks di bawah ini kita dapat menentukan nilai determinan A (D_A), determinan x (D_x), dan nilai determinan y (D_{yA}):

$$|D_A| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$|D_A| = a_1b_2 - b_1a_2$$

$|D_A|$ merupakan determinan dari matriks A

$$|D_x| = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$|D_x| = c_1 b_2 - b_1 c_2$$

$|D_x|$ merupakan determinan dari matriks A dengan kolom pertama yang diganti dengan elemen-elemen dari matriks B.

$$|D_y| = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

$$|D_y| = a_1 c_2 - c_1 a_2$$

$|D_y|$ merupakan determinan dari matriks B dengan pergantian pada kolom kedua yang terdiri atas elemen-elemen dari matriks A.

Langkah 3:

Selanjutnya nilai variabel x dan y dapat ditentukan menggunakan persamaan di bawah ini.

$$x = \frac{D_x}{D_A}$$

$$y = \frac{D_y}{D_A}$$

Contoh penyelesaian SPLDV dengan metode determinan

Diketahui sistem persamaan $2x + y = 7$ dan $3x + 5y = 7$. Tentukanlah himpunan penyelesaiannya!

Jawab:

- Langkah 1: Ubah sistem persamaan linear ke dalam bentuk matriks.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \end{bmatrix}$$

- Langkah 2: Menentukan nilai D, D_x, D_y dengan mengikuti ketentuan pada persamaan di bawah ini.

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = \{[2 \times 2] - [1 \times 3]\} = \{4 - 3\} = 1$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 7 & 1 \\ 7 & 2 \end{vmatrix} = \{[7 \times 2] - [7 \times 1]\} = \{14 - 7\} = 7$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = \{[2 \times 7] - [3 \times 7]\} = \{14 - 21\} = -7$$

- Langkah 3: Setelah diketahui nilai D, D_x, D_y , berikutnya menentukan nilai x dan y berdasarkan persamaan linear di atas.

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{7}{1} = 7$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-7}{1} = -7$$

Dengan demikian, himpunan penyelesaian dari persamaan $2x + y = 7$ dan $3x + 2y = 7$ adalah $\{(7, -7)\}$.

1.3.5 Penyelesaian dengan Metode Grafik

Penyelesaian SPLDV dengan metode grafik dilakukan dengan cara menentukan jarak suatu titik terhadap sumbu x dan titik terhadap sumbu y yang menjadi titik perpotongan antara kedua garis yang mewakili masing-masing persamaan. Berikut ini cara yang harus dilalui untuk menyelesaikan masalah persamaan linear dua variabel menggunakan metode grafik.

1. Menentukan titik potong sumbu x dengan syarat $y = 0$,
2. Selanjutnya, titik potong sumbu y ditentukan dengan syarat $x = 0$,
3. Setelah masing-masing titik potong diketahui berdasarkan langkah 1 dan 2, kemudian menggambar garis dari masing-masing persamaan yang diketahui,
4. Menentukan perpotongan kedua garis dari tiap persamaan yang merupakan himpunan hasil dari system persamaan linear dua variabel.

Contoh penyelesaian SPLDV dengan metode grafik

Diketahui persamaan linear dua variabel $3x + 2y = 5$ dan $y = x - 5$. Tentukan himpunan penyelesaian dan gambarkan grafik fungsinya!

Jawab:

$$3x + 2y = 5 \dots (1)$$

$$y = x - 5 \dots (2)$$

- Pertama: Menentukan titik potong sumbu x dan y di dalam persamaan 1.
 - ✓ Mencari titik potong sumbu x dengan nilai $y = 0$

$$3x + 2y = 5$$

$$\rightarrow 3x + 2(0) = 5$$

$$\rightarrow 3x = 5$$

$$\rightarrow x = \frac{5}{3}$$

Sehingga, dapat diketahui koordinat titik potong sumbu x ialah

$$\left(\frac{5}{3}, 0\right).$$

- ✓ Mencari titik potong sumbu y dengan memasukkan nilai $x = 0$

$$3x + 2y = 5$$

$$\rightarrow 3(0) + 2y = 5$$

$$\rightarrow y = \frac{5}{2}$$

Sehingga, dapat diketahui koordinat titik potong sumbu y ialah

$$\left(0, \frac{5}{2}\right).$$

- Kedua: Menentukan koordinat titik potong sumbu x dan y berdasarkan persamaan 2.

- Mencari titik potong sumbu x dengan memasukkan nilai $y = 0$

$$y = x - 5$$

$$\rightarrow 0 = x - 5$$

$$\rightarrow x = 5$$

Sehingga, dapat diketahui koordinat titik potong sumbu x ialah

$$(5, 0).$$

- ✓ Mencari titik potong sumbu y dengan memasukkan nilai $x = 0$

$$y = x - 5$$

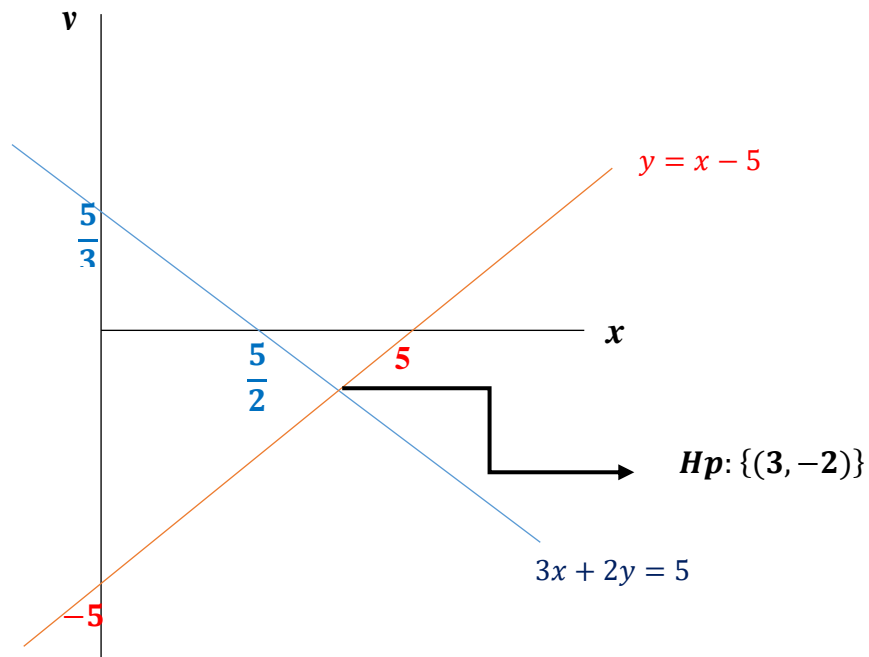
$$\rightarrow y = 0 - 5$$

$$\rightarrow y = -5$$

Sehingga, dapat diketahui koordinat titik potong sumbu y ialah

$$(0, -5).$$

- Ketiga: Membuat grafik berdasarkan SPLDV yang telah diperoleh pada langkah pertama dan kedua.



Atau bisa juga menggunakan metode substitusi untuk membuktikan penyelesaian dengan grafik di atas adalah benar. Berikut ini sistemasi perhitungannya.

$$3x + 2y = 5 \dots (1)$$

$$y = x - 5 \dots (2)$$

- Langkah I: Substitusikan persamaan 2 ke dalam persamaan 1.

$$3x + 2y = 5$$

$$3x + 2(x - 5) = 5$$

$$3x + 2x - 10 = 5$$

$$5x = 15$$

$$x = 3$$

- Langkah II: Substitusikan nilai $x = 3$ yang telah diperoleh dari langkah I ke dalam persamaan 2.

$$y = x - 5$$

$$y = 3 - 5$$

$$y = -2$$

Jadi, grafik diatas merupakan persamaan linear dari persamaan: $3x + 2y = 5$ dan $y = x - 5$. Dengan himpunan penyelesaiannya adalah $(3, -2)$.

1.4 Konseptual SPLDV

Ada banyak contoh kasus yang dapat ditemui dalam kehidupan sehari-hari ternyata mampu didefinisikan melalui perhitungan matematika, tak terkecuali penyelesaian masalah dengan model matematika menggunakan sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV). Untuk mewujudkan model matematika berupa SPLDV dalam membuktikan jawaban sekaligus menguraikannya dapat dikerjakan dengan mengikuti beberapa cara seperti di bawah ini.

1. Besaran yang terdapat dalam masalah ditunjukkan dengan variabel yang umumnya dilambangkan dengan huruf untuk kemudian diperoleh hubungan matematikanya.
2. Merumuskan sistem persamaan linear yang mana menjadi kalimat matematika dari masalah yang hendak diselesaikan,
3. Setelah memperoleh kalimat matematika pada langkah kedua, lantas mulai ditentukan penyelesaiannya.
4. Hasil yang diperoleh dari langkah ketiga selanjutnya diuraikan kembali kepada kasus awal.

Simaklah contoh berikut ini untuk dapat memahami lebih lanjut mengenai cara membuat serta menyelesaikan bentuk matematika dari kasus kontekstual yang berhubungan dengan SPLDV.

Seorang tukang parkir yang bekerja di salah satu rumah sakit ibu kota. Pada hari pertama bekerja ia berhasil mendapatkan uang sebesar Rp16.500,00 dari 5 buah mobil dan 3 buah motor. Keesokan harinya, ia mendapat penghasilan sejumlah Rp20.000,00 dari 6 buah mobil dan 4 buah motor. Jika di hari ketiga terdapat 25 buah mobil dan 35 buah motor di tempat parkir, maka hitunglah penghasilan tukang parkir pada hari ketiga!

Penyelesaian:

Diketahui:

Misal, biaya parkir untuk satu unit mobil = p

Biaya parkir untuk satu unit motor = q

Berdasarkan soal diatas, dapat dituliskan bentuk matematikanya adalah sebagai berikut.

$$5p + 3q = 19.000 \dots (1)$$

$$6p + 4q = 20.000 \dots (2)$$

Ditanya: Penghasilan tukang parkir di hari ketiga adalah?

Jawab:

Pertama, untuk menghilangkan salah satu variabel lakukanlah perkalian terhadap persamaan (1) dengan 4 dan persamaan (2) dengan 3 sehingga terdapat variabel yang koefisiennya sama.

$$\begin{array}{r} 5p + 3q = 16.500 \quad | \times 4 | \quad 20p + 12q = 66.000 \\ 6p + 4q = 20.000 \quad | \times 3 | \quad 18p + 12q = 60.000 \quad - \\ \hline 2p = 6.000 \\ p = 3.000 \end{array}$$

Berdasarkan perhitungan di atas, maka dapat diperoleh nilai $p = 3.000$ Kemudian, substitusikan nilai $p = 3.000$ pada salah satu persamaan yang diketahui, misalnya $6p + 4q = 20.000$ (pemilihan persamaan dalam langkah substitusi tidak memengaruhi hasil akhir yang didapat).

$$\begin{aligned} 6p + 4q &= 20.000 \\ 6(3.000) + 4q &= 20.000 \\ 18.000 + 4q &= 20.000 \\ 4q &= 20.000 - 18.000 \\ 4q &= 2.000 \\ q &= 500 \end{aligned}$$

Maka, diperoleh biaya parkir untuk satu unit mobil (p) = Rp3.000,00

Biaya parkir untuk satu unit sepeda motor (q) = Rp500,00

Sehingga, uang yang diperoleh dari 25 buah mobil dan 35 motor adalah

$$\begin{aligned} 25p + 35q &= \dots \\ 25(3.000) + 35(500) &= \dots \\ 75.000 + 17.500 &= \text{Rp}92.500,00 \end{aligned}$$

LATIHAN SOAL

1. Carilah nilai a dan nilai b jika diketahui persamaan $2a + b = 4$ dan $2a - b = 0$!
2. Bagaimana himpunan penyelesaian dari sistem persamaan berikut ini dengan cara substitusi persamaan yang satu ke persamaan yang lain.
 $x = 5 + 2y$ dan $x + y = 11$
3. Berapakah himpunan penyelesaian dari sistem persamaan dibawah ini dihitung menggunakan metode eliminasi!
 $3p - 2q = 10$
 $4p - 3q = 15$
4. Diketahui persamaan berikut ini, tentukanlah nilai a dan b dengan metode campuran!
 $2a + b = 8 \dots (i)$
 $a - b = 10 \dots (ii)$
5. Selesaikan SPLDV berikut menggunakan metode determinan.
 $2x - 3y = 12$ dan $x + 5y = -7$
6. Temukan himpunan penyelesaian sistem persamaan linear di bawah ini lalu gambarkan grafiknya!
 $2a + 3b = 8$
 $3a + b = 5$
7. Tahun ajaran baru akan dimulai dalam waktu dekat. Oleh sebab itu, banyak pelajar dating bergantian ke toko ATK untuk membeli kebutuhan sekolahnya. Kenma pergi membeli 4 penggaris dan 3 *correct pen* dengan harga Rp29.000,00. Di toko yang sama, Kuroo membayar uang sejumlah Rp25.000,00 untuk 2 penggaris dan 5 *correct pen*. Jika Yaku membeli 2 penggaris dan 1 *coreect pen* di toko tersebut, maka tentukan berapa uang yang dibutuhkan Yaku untuk membayar!

PEMBAHASAN

$$\begin{array}{r} 1. \quad 2a + b = 4 \\ \quad 2a - b = 0 \quad + \\ \hline \quad 4a \quad = 4 \\ \quad a \quad = 1 \end{array}$$

Untuk mencari nilai b , maka substitusikan nilai $a = 1$ ke dalam persamaan di bawah ini.

$$\begin{array}{r} 2a - b = 4 \\ 2(1) - b = 4 \\ 2 - b = 4 \\ -b = 4 - 2 \\ -b = 2 \\ b = -2 \end{array}$$

Sehingga dapat diperoleh nilai a dan b berturut-turut adalah 1 dan -2 .

$$\begin{array}{l} 2. \quad x = 5 + 2y \dots (1) \\ \quad x + y = 11 \dots (2) \end{array}$$

Langkah 1: mensubstitusikan nilai $x = 5 + 2y$ ke dalam persamaan (2)

$$\begin{array}{r} x + y = 11 \\ 5 + 2y + y = 11 \\ 5 + 3y = 11 \\ 3y = 11 - 5 \\ 3y = 6 \\ y = \frac{6}{3} \\ y = 2 \end{array}$$

Langkah 2: mensubstitusikan nilai $y = 2$ ke dalam persamaan (2)

$$\begin{array}{r} x + y = 11 \\ x + 2 = 11 \\ x = 11 - 2 \\ x = 9 \end{array}$$

Himpunan penyelesaian dari persamaan di atas yaitu $\{(9, 2)\}$.

$$3. \quad 3p - 2q = 10 \dots (1)$$

$$4p - 3q = 15 \dots (2)$$

Eliminasi nilai p dari kedua persamaan di atas dengan menyamakan koefisiennya.

$$\begin{array}{r} 3p - 2q = 10 \quad | \times 4 | \quad 12p - 8q = 40 \\ 4p - 3q = 15 \quad | \times 3 | \quad 12p - 9q = 45 \quad - \\ \hline q = -5 \end{array}$$

Eliminasi nilai q dengan menyamakan koefisiennya lebih dulu.

$$\begin{array}{r} 3p - 2q = 10 \quad | \times 3 | \quad 9p - 6q = 30 \\ 4p - 3q = 15 \quad | \times 2 | \quad 8p - 6q = 30 \quad - \\ \hline p = 0 \end{array}$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{(0, -5)\}$.

$$4. \quad 2a + b = 8 \dots (i)$$

$$a - b = 10 \dots (ii)$$

Langkah pertama, eliminasi nilai y dari persamaan (i) dan persamaan (ii)

$$\begin{array}{r} 2a + b = 8 \\ a - b = 10 \quad + \\ \hline 3a = 18 \end{array}$$

$$a = \frac{18}{3}$$

$$a = 6$$

Lalu, substitusikan nilai $a = 6$ ke dalam persamaan (ii)

$$a - b = 10$$

$$6 - b = 10$$

$$-b = 10 - 6$$

$$-b = 4$$

$$b = -4$$

Jadi, nilai a dan b berdasarkan persamaan di atas berturut-turut adalah 6 dan -4 .

$$5. \quad 2x - 3y = 12 \dots (1)$$

$$x + 5y = -7 \dots (2)$$

Jawab:

$$x = \frac{Dx}{D}$$

$$y = \frac{Dy}{D}$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 10 - (-3) = 13$$

$$Dx = \begin{vmatrix} 12 & -3 \\ -7 & 5 \end{vmatrix} = 60 - 21 = 39$$

$$Dy = \begin{vmatrix} 2 & 12 \\ 1 & -7 \end{vmatrix} = -14 - 12 = -26$$

$$x = \frac{Dx}{D} = \frac{39}{13} = 3$$

$$y = \frac{Dy}{D} = \frac{-26}{13} = -2$$

Sehingga dapat diketahui himpunan penyelesaiannya yaitu $\{(3, -2)\}$.

$$6. \quad 2a + 3b = 8 \dots (1)$$

$$3a + b = 5 \dots (2)$$

Langkah 1 : menentukan titik potong sumbu a dan b pada persamaan (1).

- Titik potong sumbu a dimana $b = 0$, maka diperoleh:

$$2a + 3b = 8$$

$$2a + 0 = 8$$

$$a = \frac{8}{2}$$

$$a = 4$$

Maka titik potong sumbu a adalah $(4, 0)$.

- Titik potong sumbu b dimana $a = 0$, diperoleh:

$$2a + 3b = 8$$

$$0 + 3b = 8$$

$$b = \frac{8}{3} \quad \text{Maka titik potong sumbu } b \text{ adalah } \left(0, \frac{8}{3}\right).$$

Langkah 2 : menentukan titik potong sumbu a dan b pada persamaan (2),

- Carilah titik potong sumbu a dimana $b = 0$, diperoleh:

$$3a + b = 5$$

$$3a + 0 = 5$$

$$a = \frac{5}{3}$$

Maka titik potong sumbu a adalah $(\frac{5}{3}, 0)$.

- Carilah titik potong sumbu b dimana $a = 0$, diperoleh:

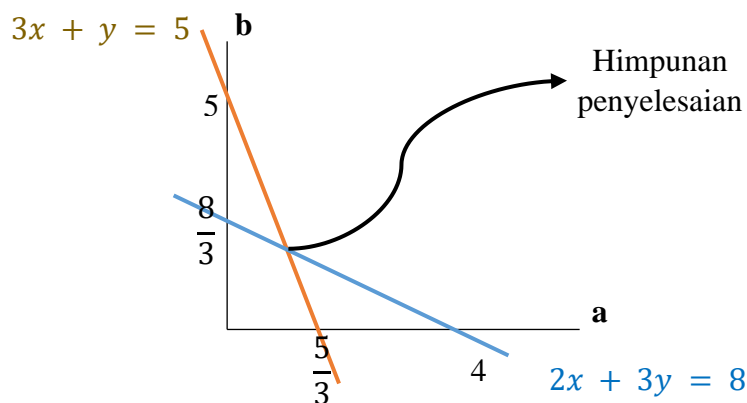
$$3a + b = 5$$

$$0 + b = 5$$

$$b = 5$$

Maka titik potong sumbu b adalah $(0, 5)$.

Langkah 3 : membuat grafik dari persamaan linear dua variabel tersebut.



Maka, $Hp = \{(1, 2)\}$.

Bukti

Menentukan nilai a dan b dengan metode campuran.

Pertama, eliminasi nilai a .

$$2a + 3b = 8 \quad | \times 3 | \quad 6a + 9b = 24$$

$$a - b = 5 \quad | \times 2 | \quad \underline{2a - 2b = 10} \quad -$$

$$7b = 14$$

$$b = 2$$

Substitusikan nilai $b = 2$ ke dalam persamaan (2).

$$3a + b = 5$$

$$3a + 2 = 5$$

$$3a = 5 - 2$$

$$a = 1$$

Sehingga terbukti himpunan penyelesaiannya adalah $\{(1, 2)\}$.

7. Diketahui:

Harga 4 buah penggaris dan 3 *correct pen* adalah Rp29.000,00.

Harga 2 buah penggaris dan 5 *correct pen* adalah Rp25.000,00.

Ditanya: Berapakah harga yang harus dibayar jika Yaku membeli 3 penggaris dan 3 *correct pen*?

Jawab:

Misal, p = harga 1 pulpen

q = harga 1 penggaris

$$4p + 3q = 29.000 \dots (1)$$

$$2p + 5q = 25.000 \dots (2)$$

Langkah I: eliminasi nilai p pada persamaan (1) dan (2) dengan menyamakan variabelnya terlebih dahulu.

$$4p + 3q = 29.000 \quad | \times 5 | \quad 20p + 15q = 145.000$$

$$2p + 5q = 25.000 \quad | \times 3 | \quad \underline{6p + 15q = 75.000} \quad -$$

$$14p = 70.000$$

$$p = \frac{70.000}{14}$$

$$p = 5.000$$

Langkah II: substitusikan nilai $p = 5.000$ ke dalam persamaan (2).

$$2p + 5q = 25.000$$

$$2(5.000) + 5q = 25.000$$

$$10.000 + 5q = 25.000$$

$$5q = 25.000 - 10.000$$

$$5q = 15.000$$

$$q = \frac{15.000}{5}$$

$$q = 3.000$$

Maka, harga 3 buah penggaris dan 1 buah *correct pen* adalah

$$3p + q = 3(5.000) + 3.000$$

$$= 15.000 + 3.000$$

$$= 18.000,00$$

Jadi, dapat diketahui uang yang harus dibayarkan oleh Yaku adalah sebanyak Rp18.000,00

Daftar Pustaka

- Bimbel Marfi Ario. (25 Agustus 2019). “Contoh Penyelesaian Soal Cerita SPLDV”. <https://youtu.be/vKd3M1VQy2s> diakses pada 9 Oktober 2021.
- Blog Matematika. (22 September 2017). “SPLDV: Pengertian, Bentuk Umum dan Cara Penyelesaiannya”. <https://blogmipa-matematika.blogspot.com/2017/09/sistem-persamaan-linear-dua-variabel.html?m=0> diakses pada 10 Oktober 2021.
- Dewi, Tri Indah Kusuma. (2014). *Rangkuman & Trik Matematika SMP Kelas 1, 2, 3*. Cet. 2. Sidoarjo: GentaSmart Publisher.
- Ibrahim Boiliu, N., Reli Intarti, E., & Halomoan Lumbantoruan, J. (2021). *Influence of the Personal Competence of Teachers of Christian Religious Education on Learning Motivation in High School Students in South Tangerang City*.
- Kurniawan. (2015). *SPM (Super Pendalaman Materi Matematika SMP Kelas VII, VIII, IX)*. Jakarta: Grasindo.
- Lumbatouruan, J. H & Desi, D. (2021). “Pengembangan Buku Cerita pada Kelas VII Smp dalam Materi Perbandingan”. *Jurnal Pendidikan, Matematika dan Sains*.
- Lumbantoruan, Jitu Halomoan. (2020). “Analisis Miskonsepsi Pada Soal Cerita Teori Peluang Di Program Studi Pendidikan Matematika”. *Jurnal Pendidikan, Matematika, dan Sains, Vol. 4, No. 2, hlm 156-173*.
- Lumbantoruan, Jitu Halomoan. (2020). “Analisis Miskonsepsi Pada Soal Cerita Teori Peluang di Program Studi Pendidikan Matematika”. *Jurnal Pendidikan, Matematika, dan Sains, Vol. 4, No. 2, hlm. 156-173*.
- Lumbantoruan, Jitu Halomoan. (2017). *Buku Materi Pembelajaran Matematika Dasar: Modul 2 Sistem Persamaan Linear Dua Variabel*. Jakarta: Univeristas Kristen Indonesia.
- Lumbantoruan, Jitu Halomoan. (2016). *Buku Materi Pembelajaran Matematika Dasar: Modul 4 Turunan*. Jakarta: Univeristas Kristen Indonesia.
- Lumbantoruan, Jitu Halomoan. (2016). *Buku Materi Pembelajaran Matematika Dasar: Modul 7 Transformasi Susunan Sumbu*. Jakarta: Univeristas Kristen Indonesia.
- Lumbantoruan, Jitu Halomoan. (2020). *Buku Materi Pembelajaran Matematika Dasar: Modul 9 Garis Lurus*. Jakarta: Univeristas Kristen Indonesia.
- Lumbantoruan, Jitu Halomoan. (2019). *Integral Tentu*. Jakarta: Univeristas Kristen Indonesia.

- Lumbantoruan, Jitu Halomoan. (2019). *Modul Geometri Datar dan Ruang*. Jakarta: Univeristas Kristen Indonesia.
- Lumbantoruan, Jitu Halomoan. (2020). *Buku pedoman praktek pengalaman lapangan (PPL): Panduan Program Pengalaman Lapangan Pendidikan Matematika*. Jakarta: UKI.
- Lumbantoruan, Jitu Halomoan. (2017). "Pengembangan Bahan Ajar Integral Tak tentu Berbasis Model *Small Group Discussion* di Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UKI Tahun 2016/2017". *Jurnal Dinamika Pendidikan*, Vol. 10, No. 2, hlm. 99-118. Jakarta: Universitas Kristen Indonesia.
- Lumbantoruan, Jitu Halomoan. (2019). "Pengembangan Bahan Ajar Persamaan Diferensial Berbasis Model Brown Di Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Kristen Indonesia Tahun 2017/2018". *Jurnal Pendidikan, Matematika, dan Sains*, Vol. 3, No. 2, hlm. 147-168.
- Male, H., & Lumbantoruan, J. H. (2021). *Students' Perceptions and Attitudes Towards Statistics*.
- Matematika Hebat. (22 November 2020). "Sistem Persamaan Linear Dua Variabel Metode Campuran (Campuran eliminasi dan Substitusi)". <https://youtu.be/9rEeURp6WaM> diakses pada 10 Oktober 2021.
- Matematika Hebat. (10 Oktober 2019). "Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) Metode Campuran". <https://youtu.be/97b62AUZMgg> diakses pada 10 Oktober 2021.
- Matematika Hebat. (15 Oktober 2020). "Sistem Persamaan Linear Dua Variabel dengan Metode Determinan Matriks". https://youtu.be/nMTe8q_ZV6U diakses pada 9 Oktober 2021.
- Saputra, P. A. dan J. H. Lumbantoruan. (2020). "Pengembangan Media Pembelajaran Matematika Berbasis *Articulate Storyline* pada Materi Bangun Sisi Datar Kelas VIII". *Jurnal Pendidikan, Matematika, dan Sains*, Vol. 1, No 1, hlm. 35-49. Jakarta: Universitas Kristen Indonesia.