MAKALAH

TEORI PELUANG DAN KOMBINATORIKA

"PELUANG BERSYARAT"

Disusun Oleh:

Eva Priscilla Simorangkir (2013150011)

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA

FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN

UNIVERSITAS KRISTEN INDONESIA

JAKARTA

2021

PRAKATA

Puji syukur senantiasa saya panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa yang telah melimpahkan rahmat dan karunia-Nya, sehingga saya dapat menyelesaikan makalah ini guna memenuhi tugas untuk mata kuliah Teori Peluang dan Kombinatorik, dengan materi: “Peluang Bersyarat”.

Tidak lupa saya ucapkan terima kasih kepada Jitu Halomoan L. Toruan, S.Pd., M.Pd selaku dosen pengampu yang membimbing saya dalam menyelesaikan tugas ini. Saya juga ucapkan terima kasih kepada teman-teman yang selalu membantu dalam penyelesaian tugas ini.

Penyusun menyadari bahwa didalam pembuatan makalah masih jauh dari kata sempurna, baik dari sisi materi hingga penulisannya. Oleh karena itu, penyusun dengan rendah hati menerima berbagai masukan serta saran yang bersifat membangun harapan saya tidak lain makalah ini dapat memberikan manfaat.

Jakarta, 9 November 2021

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

A. PENDAHULUAN

1. Deskripsi Mata Kuliah

Table 1.Deskripsi Mata Kuliah

Capaian Pembelajaran	Uraian Materi
1. Memahami suatu konsep dari materi Peluang Bersyarat	a. Mampu memahami secara mendalam mengenai materi dari Peluang Bersyarat pada situasi apapun b. Mampu menjawab pertanyaan mengenai materi Peluang Bersyarat yang berkaitan dengan kehidupan nyata c. Mampu menjawab pertanyan dalam diskusi mengenai materi Peluang Bersyarat
2. Menguasai dan memperdalam pengetahuan konsep Peluang Bersyarat	a. Mampu memahami konsep paling dasar dari materi Peluang Kejadian, Peubah Acak, Distribusi Peluang, dan Distribusi Empiris

sesuai dengan rumus-rumus yang tertera	b. Mampu mengimplementasikan materi Peluang didalam Peluang Kejadian c. Mampu menjawab permasalahan soal dalam materi Peluang Bersyarat d. Mampu menjawab permasalahan soal dalam diskusi mengenai materi Peluang Bersyarat

2. Tujuan Penulisan

a) Mahasiswa dapat memahami konsep utama dari materi Peluang Bersyarat dan materi lainnya dengan baik.

b) Mahasiswa dapat memahami cara penggunaan materi Peluang tersebut terhadap sebuah kejadian pada Peluang Bersyarat serta dalam materi Perubahan Acak.

c) Mahasiswa dapat menguasai serta menganalisis sebuah kejadian permasalahan yang terdapat dalam pertanyaan mengenai materi Peluang Bersyarat.

d) Mahasiswa dapat menyelesaikan pemecahan masalah yang terdapat dalam materi tersebut sesuai dengan bahan yang telah diajarkan.

3. Petunjuk Penggunaan Buku

Penjelasan Kepada Pembaca:

1. Bacalah makalah ini secara benar dimulai dengan prakata hingga latihan soal, lalu memahami semua materi yang terdapat didalam makalah.
2. menyelesaikan seluruh latihan soal yang ada didalam makalah ini sehingga pengetahuan anda semakin meningkat.
3. Ketika ingin memahami satu kompetensi, anda perlu memulainya dari memahami definisi didalam penjelasan materi, melakukan tugas-tugas serta menyelesaikan latihan soal.
4. Ketika menjawab latihan soal, anda tidak diberlakukan berdiskusi bersama teman anda sebelum selesai menjawab latihan soal dan soal diskusi.

B. BATANG TUBUH

1. Peluang Bersyarat

1. Definisi Peluang Bersyarat

(Otaya, 2016) Peluang bersyarat termasuk kedalam materi ilmu peluang matematika. Di dalam peluang bersyarat ini, terdpaat suatu konsep dimana dua kejadian dapat disebutkan sebagai kejadian bersyarat atau kejadian yang saling bergantung. Dapat dikatakan seperti itu apabila kejadin A berpengaruh atau berkaitan dengan kejadian B. Begitupun sebaliknya, kejadian B berkaitan atau berpengaruh terhadap kejadian A dan itu dapat disebutkan sebagai kejadian bersyarat atau kejadian saling bergantung.

(Lumbantoruan, 2019h) Peluang bersyarat ini dilambangkan seperti:

$P\ (A|B),\ P(B) \neq 0$ atau dapat dibaca menjadi peluang terjadinya A apabila B telah terjadi

$P\ (B|A),\ P(A) \neq 0$ atau dapat dibaca menjadi peluang terjadinya B apabila A telah terjadi.

2. Contoh Peluang Bersyarat

   a. Contoh Soal 1

   Jika terdapat dua buah dadu yang sama dilemparkan secara berbarengan. Diketahui terdapat mata dadu yang ditetapkan tersebut kurang dari 5, maka carilah peluang dari mata dadu yang pertama yaitu 2!

Penyelesaian:

Pada pertanyaan tersebut, kita dapat mengetahui bahwa kemungkinan muncul mata dadu yang pertama yaitu 2 berlangsung sehabis munculnya banyak mata dadu kurang dari 4. Maka penyelesaian untuk pertanyaan tersebut yaitu:

Misal A = kejadian munculnya mata dadu yang kurang dari 4,

$A = \{1,1\}; \{1,2\}; \{2,1\}, \{2,2\}\ maka\ n(K) = 4\ P(A) = \frac{n(K)}{n(S)} = \frac{4}{36}$

Ruang sampel dari 2 dadu yaitu n(S) = 36

Misal B = kejadian munculnya mata dadu yang pertama yaitu 2 = {2,1}, {1,2}, {2,2}

$A \cap B = \{2,1\}; \{1,2\}; \{2,2\}, maka\ n(K) = 3$

$P(A \cap B) = \frac{3}{36}$

$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{36}}{\frac{4}{36}} = \frac{3}{4}$

Sehingga besar peluang dadu tersebut yaitu $\frac{3}{4}$.

b. Contoh Soal 2

Dalam suatu kelas terdapat murid yang mempunyai peluang lulus ujian mata pelajaran IPA yaitu 0,7. Apabila siswa tersebut lulus IPA, maka dia harus memiliki peluang lulus ujian IPS nya yaitu 0,9. Hitunglah peluang murid itu lulus ujian keduanya!

Penyelesaian:

Misal S = kejadian murid lulus mata pelajaran IPA

Misal T = kejadian murid lulus mata pelajaran IPS

Maka cara untuk menjawab soal tersebut yaitu:

$P(S) = 0{,}7$

$P(T|S) = 0{,}9$

$P(T|S) = \frac{P(S \cap T)}{P(S)}$

$0{,}9 = \frac{P(S \cap T)}{0{,}7}$

$P(S \cap T) = 0{,}9 \ x \ 0{,}7 = 0{,}63$

Maka dapat disimpulkan bahwa besar kemungkinan murid tersebut lulus dikedua mata pelajarannya yaitu 0,63.

c. Contoh Soal 3

Terdapat sebuah tempat yang berbentuk kotak dan berisi 6 mutiara biru dan 4 mutiara merah. Jika di dalam tempat tersebut mutiara ditetapkan dengan acak satu per satu, carilah peluang kejadian terambilnya 2 mutiara merah!

Penyelesaian:

Misal A = kejadian terambilnya mutiara merah pertama

Misal B = kejadian terambilnya mutiara merah kedua

Misal C = kejadian terambilnya mutiara merah ketiga

Maka untuk dapat menyelesaikan pertanyaan diatas yaitu:

$P(A \cap B \cap C) = \frac{4}{6} \; x \; \frac{3}{5} \; x \; \frac{2}{4}$

$P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{5}$

Sehingga peluang kejadian terambil 2 mutiara merah yaitu $\frac{1}{5}$.

d. Contoh Soal 4

Terdapat kantor industri yang berencana untuk menunjuk para pekerjanya untuk mengikuti pelatihan kantor. Di dalam kantor itiu terdapat diantaranya 4 calon pria. 2 diantaranya yaitu bagian HRD, dan 2 diantaranya yaitu bagian marketing. Kemudian terdapat 4 calon wanita yang terdiri dari 2 bagian marketing serta 2 bagian HRD. Carilah peluang pekerja yang terpilih mengikuti pelatihan tersebut yaitu pria yang memiliki syarat bagian HRD!

Penyelesaian:

Misal A = kejadian ditetapkan mengikuti pelatihan dari bagian HRD. Dibagian HRD ini, didapati 2 pria serta 2 wanita maka peluangnya yaitu:

$$P(A) = \frac{n(K)}{n(S)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

n(S) = total seluruh pekerja

Misal B = kejadian terpilihnya pria mengikuti pelatihan

$$A \cap B = 2$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(K)}{n(S)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$P(B|A) = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

Sehingga peluang terpilih pria mengikuti pelatihan yaitu 0,5.

2. Perubahan Acak

1. Definisi Perubahan Acak

(Novtiar, 2017) Perubahan acak atau peubah acak(Random Variabel) merupakan suatu keluaran nomor yang berasal dari hasil dari suatu percobaan. Perubahan acak merupakan sebuah fungsi dari ruang seperti kebilangan nyata agar masing-masing anggota dari ruang sampel percobaan, perubahan acak dapat memilih satu nilai. Contohnya E merupakan suatu percobaan melalui ruang sampelnya T. suatu fungsi Y yang memetakan masing-masing anggota $p \in P$ dengan suatu bilangan real *Y(p)* disebut sebagai perubahan acak. Perubahan acak ditulis dengan huruf kapital seperti A, B, C. Nilai tertentu yang merupakan keluaran ekperimen ditulis menggunakan huruf kecil seperti a, b, c.

2. Contoh Perubahan Acak

   a. Contoh Soal 1

      Dalam pelemparan dua uang koin secara bersamaan. Asumsikan Y merupakan banyaknya “angka” yang muncul sehingga nilai y dapat memungkinkan dalam perubahan acak Y...

      Penyelesaian:

Ruang Sampel	y
GG	0
GA	1
AG	1
AA	2

R_y = {0,1,2}

   b. Contoh Soal 2

Dua buah bola diambil satu persatu tanpa pengembalian dari sebuah kantong yang berisikan 4 bola hijau serta 3 bola biru. Apabila P mengatakan total bola hijau yang ditetapkan sehingga nilai p yang memungkinkan dari perubahan acak P adalah Penyelesaian:

Ruang Sampel	p
BB	0
BH	1
HB	1
HH	2

R_p = {0,1,2}.

3. Jenis Perubahan Acak

(Manalu, 2019) Dalam perubahan acak ada dibagi menjadi 2 jenis perubahan acak, yakni:

1. Perubahan acak diskrit

(Lumbantoruan, 2019b) Contoh X merupakan perubahan acak. Apabila jumlah nilai-nilai yang memungkinkan dari X merupakan terbatas, yakni x_1, x_2, x_3,..., x_n atau tak terhingga namun bisa dicari sehingga X dinyatakan sebagai perubahan acak diskrit.

Contoh:

Suatu percobaan menggunakan dua buah uang koin dengan melemparkannya secara bersamaan, maka ruang sampel yang bisa jadi kejadian adalah…

Penyelesaian :

Ruang Sampel	x
GG	0
GA	1
AG	1
AA	2

T = {(a, a), (a, g), (g,a), (g, g)}

Maka perubahan acak X menyatakan banyaknya munculnya angka.

Daerah hasilnya (Rx) = {0, 1, 2}, dapat dilihat bahwa nilai-nilai dari daerah hasilnya adalah nilai-nilai yang jumlahnya terhingga.

2. Perubahan Acak Kontinu

(Lumbantoruan, 2020a) Jika X merupakan perubahan acak. Apabila seluruh nilai yang memungkinkan dari X adalah suatu interval dalam garis bilangan real, sehingga X disebut perubahan acak kontinu. Dalam ruang sampel yang berisikan titik yang tak berhingga jumlahnya serta jumlahnya sebanyak titik dalam sepotong garis.

Contoh:

Jumlah seluruh mahasiswa FKIP matematika yaitu 150 orang. Semua mahasiswa tersebut masing-masing memiliki nomor induk mahasiswa yang dimulai dari 001 hingga 150. Lalu dari seluruh mahasiswa dipilih dengan acak, kemudian ia menimbang berat badan mahasiswa tersebut. Maka ruang sampel yang mungkin terjadi adalah…

Penyelesaian:

Maka didapat ruang sampel : M = { m | m = 001, 002, 003,..., 150} contoh X menyatakan berat badan mahasiswa yang terpilih secara acak, sehingga dapat ditulis seperti : X(m), dengan m $\in$ M. Dapat kita asumsikan tidak satupun mahasiswa yang memiliki berat badan kurang dari 10 kg atau lebih dari 180 kg, maka diperoleh ruang hasil dari X yaitu : R_x = {x | 10 ≤ x ≤ 180}. Dapat dilihat bahwa R_x adalah suatu interval, sehingga X terbilang kedalam perubahan acak kontinu.

4. Distribusi Peluang

(Lumbantoruan, 2019c) Sebaran peluang merupakan persamaan yang menerangkan dari berbagai nilai yang memungkinkan dari perubahan acak serta peluang yang tepat atau kepadatan. Sebaran peluang dibagi menjadi dua, yakni sebagai berikut:

1. Distribusi peluang diskrit

   (Lumbantoruan, 2019g) Sebaran peluang diskrit merupakan sebaran peluang berlangsungnya tiap nilai variabel random diskrit. Selain itu variabel random diskrit memiliki arti yaitu variabel random yang mempunyai nilai yang bisa dihitung. Himpunan pasangan terurut $\left(x, f(x)\right)$ adalah sebuah fungsi peluang, fungsi massa peluang, atau sebaran peluang, dari perubahan acak diskrit X. Contoh X merupakan variabel random diskrit, yang mana fungsi peluang yaitu :

$$P = (X = x) = f(x).$$

Fungsi peluang f(x) dapat dibagi seluruh nilai x yang memungkinkan, yakni $x_{1,}\ x_2,\ \ x_3 \ldots$, maka $P = (X = x) = f(x)$ yang mana $i = 1, 2, 3 \ldots$bagi nilai kecuali x, fungsi peluangnya ialah 0. Dalam sebaran peluang diskrit biasanya ditampilkan kedalam tabel.

(Lumbantoruan, 2019f) Ada dua syarat yang perlu dipenuhi sehingga sebuah fungsi f(x) bisa disebutkan sebagai fungsi peluang, yakni:

1. $f(x) \geq 0$
2. $\sum_x f(x) = 1$, bagi seluruh nilai x yang memungkinkan.

Contoh :

a. Suatu hari Agus, Budi, dan Chiko pergi ke suatu mall di jakarta. Masing-masing membawa motor sendiri-sendiri. Setiba di mall tersebut mereka menitipkan helm motor yang mereka miliki di tempat penitipan helm, dimana urutannya adalah Agus, Budi, dan Chiko. Maka distribusi peluang diskritnya adalah…

   Penyelesaian:

H adalah kejadian sederhana helm Agus, Budi, dan Chiko jika diberikan bobot yang sama dan nilai h adalah jumlah urutan yang cocok maka peluangnya adalah

A B C

1	1	1

Nilai h = 3

Ruang Sampel	h
ABC	3
ACB	1
BAC	1
BCA	0
CAB	0
CBA	1

Nilai h menyatakan banyaknya urutan yang cocok : Y (perubahan acak)

h	3	1	0
P(H=h)	1/6	1/2	1/3

nilai-nilai peluang tersebut adalah distribusi peluang diskrit.

b. Suatu pengiriman 6 laptop ke IT Del ditemukan bahwa ada 2 yang cacat. Jika Duktek memilih 4 dengan acak, oleh karena itu carilah sebaran peluang jumlah yang cacat.

Penyelesaian:

Contohnya X perubahan acak melalui nilai x memungkinkan jumlah laptop yang cacat yang dipilih duktek. Sehingga x diperoleh nilai 0, 1, 2.

Ruang sampel = $C_4^6 = \frac{6.5.4!}{4!2!} = 15$

Kejadian yang cacat 0 = $C_4^4 = 1$

$$f(0) = P(X = 0) = \frac{1}{15}$$

Kejadian yang cacat 1 = $C_1^2 C_3^4 = \frac{2!}{1!2!} \frac{4!}{1!3!} = 2.4 = 8$

$$f(1) = P(X = 1) = \frac{8}{15}$$

Kejadian yang cacat 2 = $C_2^2 C_2^4 = 1 \frac{4!}{2!2!} = 1.\frac{4.3.2!}{2!2!} = 6$

$$f(2) = P(X = 2) = \frac{6}{15}$$

Sehingga sebaran peluang X yaitu

x	0	1	2
F(x)	$\frac{1}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{6}{15}$

2. Distribusi peluang kontinyu

   (P. A. & Lumbantoruan, 2020) Fungsi $f(x)$ merupakan fungsi padat peluang perubahan acak kontinyu x dapat diartikan diatas himpunan seluruh bilangan real R, jika

   1. $f(x) \geq 0\, untuk\ semua\ x \in R$
   2. $\int_{-\infty}^{\infty} F(x)dx = 1$
   3. $P(a < X < b) = \int_{a}^{b} f(x)dx$

   Contoh :

   Proporsi mahasiswa menjawab sebuah tawaran melalui pengiriman surat berbentuk perubahan acak kontinyu X yang memiliki fungsi padat

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(x+2)}{5}, 0 < x < 1 \\ 0, \qquad x\ lainnya \end{cases}$$

   a. Buktikan bahwa syarat kedua terpenuhi.

   b. Cari peluang bahwa lebih dari ¼ namun kurang dari ½ orang yang hendak menjawab tawaran tersebut.

   Penyelesaian:

   a. syarat kedua :

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \int_{0}^{1} \frac{2(x+2)}{5}\,dx = \left[\frac{x^2+4x}{5}\right]\begin{matrix}1\\0\end{matrix}$$

$$= \frac{5}{5} - 0 = 1$$

b. $P\left(\frac{1}{4} < X < \frac{1}{2}\right) = \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} \frac{2(x+2)}{5}\,dx = \left[\frac{x^2+4x}{5}\right]\begin{matrix}\frac{1}{2}\\\frac{1}{4}\end{matrix} =$

$\frac{9}{20} - \frac{17}{80} = \frac{19}{80}$

5. Fungsi Sebarang Kumulatif

(Novtiar, 2017) Fungsi sebarang kumulatif merupakan sebaran kumulatif atau yang disebut juga dengan fungsi sebaran F dari perubahan acak X didefinisikan bagi seluruh bilangan real $s, -\infty < s < \infty$, melalui $F(s) = P(X \leq S)$. Dalam fungsi sebaran memiliki sifat-sifat, yaitu F merupakan fungsi yang kontinu dari kanan. Dimana bagi tiap s serta tiap barisan yang menurun $s, n \geq 1$, yang kovergen pada s,

Fungsi sebaran kumulatif $F(x)$ dari sebuah variabel acak diskrit X melalui distribusi peluang $F(x)$ dapat dikatakan sebagai

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \leq x} f(t) untuk\ -\infty < x < \infty$$

Berikut ini merupakan sifat-sifat dari fungsi distribusi kumulatif, yaitu :

a. $F(xj) \leq F(xk) F(xj) \leq xk$

b. $\lim_{x \to -\infty} F(x) = 0 \; dan \; \lim_{x \to \infty} F(x) = 1$

c. $\lim_{x \to 0^+} F(x+h) = F(x), untuk \; semua \; x$

Untuk mendapatkan fungsi sebaran kumulatif (F(x)) bisa dilakukan dengan fungsi peluangnya, yakni :

$$F(x) \begin{cases} 0 & -\infty \leq x < 1 \\ f(x1) & x1 \leq x < x2 \\ f(x1) + f(x2) & x2 \leq x < x3 \\ f(x1) + f(x2) + \cdots + f(xn) & xn \leq x < \infty \end{cases}$$

Contoh :

Dalam suatu fungsi distribusi peluang jumlah muncul gambar pada pelemparan uang koin sebanyak 3 kali, yaitu

$$F(x) = \begin{cases} 0, & untuk \; x \; yang \; lain \\ \frac{1}{8}, & untuk \; x = 0 \; dan \; x = 2 \\ \frac{3}{8}, & untuk \; x = 1 \; dan \; x = 2 \end{cases}$$

Maka nilai-nilai peluang kumulatif variabel acak X yang menyatakan banyaknya muncul gambar pada pelemparan uang koin sebanyak 3 kali adalah…

Penyelesaian:

$$F(0) = P(X \leq 0) = f(0) = \frac{1}{8}$$

$$F(0) = P(X \leq 1) = f(0) + f(1) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8}$$

$$F(2) = P(X \leq 2) = f(0) + f(1) + f(2)$$

$$= \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$$

$$F(3) = P(X \leq 3) = f(0) + f(1) + f(2) + f(3)$$

$$= \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = 1$$

Sebaran kumulatif variabel acak X (X = x banyaknya muncul gambar pada pelemparan uang koin sebanyak 3 kali)

Tabel sebaran kumulatif variabel acak X

$X = x$	0	1	2	3
$F(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{7}{8}$	1

Fungsi sebaran peluang:

$$F(x) = \begin{cases} 0, untuk\ x < 0 \\ \frac{1}{8}, untuk\ 0 \leq x < 1 \\ \frac{4}{8}, untuk\ 1 \leq x < 2 \\ \frac{7}{8}, untuk\ 2 \leq x < 3 \\ 1, untuk\ x \geq 3 \end{cases}$$

3. Distribusi Peluang Kontinu

1. Definisi dan Fungsi Peluang Kontinu

(Lumbantoruan, 2019c) Pengertian dari Distribusi Peluang Kontinu yaitu variabel acak yang didalamnya terdapat seluruh nilai dalam skala kontinu. Ruang sampel kontinu nya terus meneerus sehingga dapat diartikan bahwa ruang pengambilan sampel berisi jumlah titik pengambilan sampel yang tak terbatas. Kondisi utama untuk distribusi kontinu yaitu jika fungsi f(x) merupakan fungsi padat dari probabilitas variabel acak kontinu X yang ditentukan untuk seluruh himpunan nyata dari R apabila:

1. $F(x) \geq 0\, untuk\ semua\ x\ \in R$
2. $\int_{\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$
3. $P(a < x < b) = \int_{\infty}^{\infty} f(x)dx$

2. Contoh Distribusi Peluang Kontinu

Kita asumsikan pada suhu reaksi pada ℃ didalam eksperiman laboratorium yang terkontrol adalah perubahan acak X dengan fungsi kerapatan peluang

$$f(x) = \begin{cases} x2/3, & \text{untuk } -1 < x < 2 \\ 0, & \text{untuk x lainnya} \end{cases}$$

Maka:

1. Berilah pembuktian bahwa $\int_{-\propto}^{\propto} f(x)dx = 1\ terpenuhi$
2. Carilah $P(0 < x \leq 1)$

Penyelesaian:

1. $\int_{-\propto}^{\propto} f(x)dx = \int_{-1}^{2} \frac{x^2}{3}\, dx = \frac{x^3}{9} \Big|_{1}^{2} = \frac{8}{9} + \frac{1}{9} = 1$
2. $P(0 < x \leq 1) = \int_{0}^{1} \frac{x^2}{3}\, dx = \frac{x^3}{9} \Big|_{0}^{1} = \frac{1}{9}$

3. Sebaran Peluang Komulatif Kontinu

(Lumbantoruan & Male, 2020) Sebaran Peluang Komulatif Kontinu ini dapat diartikan bahwa sebaran F dari perubahan acak X di definisikan kepada seluruh bilangan real. Terdapat 2 hasil dari sebarang peluang komulatif kontinu diantaranya yakni:

1. $P(b < x < a) = F(a) - F(b)$
2. $F(x) = \frac{dF(x)}{dx}$

4. Distribusi Empiris

1. Sebaran Frekuensi Relatif

(Male & Lumbantoruan, 2021) Saat percobaan terkadang fungsi rapat peluang *f(x)* bagi perubahan acak kontinu *X* tak didapati. Yang memilih *f(x)* wajib meninjau seluruh penjelasan yang ada pada data. Sebaran frekuensi merupakan sebaran frekuensi yang berisi nilai dari hasil pembagi frekuensi kelas dengan sejumlah observasi. Sebaran frekuensi ini menerangkan proporsi data yang ada dalam sebuah kelas interval, tinjauan sebaran frekuensi relatif dari

50 buah umur baterai robot. Suatu pabrik menjaminkan ketahanan baterai adalah 4 tahun. Jika diambil 6 kelas, maka besar interval adalah (max-min)/kelas = (5.6 – 1.5)/6 = 4,16.

2. Sebaran Frekuensi Kumulatif

   (Lumbantoruan & Natalia, 2021) Sebaran kumulatif adalah sebaran yang berisi frekuensi yang ditambahkan. Sebaran frekuensi kumulatif mempunyai kurva yaitu kurva ogif. Dalam sebaran ini terbagi menjadi dua jenis sebaran frekuensi kumulatif, yakni sebaran frekuensi kumulatif kurang dari serta sebaran frekuensi kumulatif lebih dari.

3. Distribusi Peluang Gabungan

   (Lumbantoruan, 2017) Apabila P dan Q adalah dua perubahan acak diskrit, distribusi peluangnya berlangsung bersamaan bisa disebutkan melalui fungsi $f(p, q) = f(P = p, Q = q)$ bagi tiap pasangan nilai (p, q) pada rentang peubah acak P dan Q. distribusi gabungan dibagi menjadi dua, yakni:

   1. Distribusi Peluang Gabungan Diskrit

      (Desi & Lumbantoruan, 2020) Fungsi $f(p, q)$ merupakan sebaran peluang gabungan atau fungsi massa peluang dari perubahan acak diskrit P dan Q, apabila:

      1. $f(p,q) \geq 0, untuk\ semua\ (p,q)$
      2. $\sum_p \sum_q f(p,q) = 1$

3. $P(P = p, Q = q) = f(p,q)$

Bagi setiap daerah A dibidang pq, $P[(P,Q)\epsilon\ A] = \sum\sum_A f(p,q)$

Contoh :

Diambil dua isi pena yang diambil dengan acak dari suatu box yang memuat 3 isi warna hitam, 2 pink, serta 3 ungu. Apabila P merupakan jumlahnya yang berwarna hitam dan Q jumlahnya warna pink yang terambil, maka hitung:

1. Fungsi peluang gabungan $f(p,q)$
2. Cari $P[(P,Q)\epsilon A]$, apabila A daerah $\{(p,q) \mid p + q \leq 1\}$

Penyelesaian:

(p, q) = {(0,0), (0,1), (1,0), (0,2), (2,0), (1,1)}

a. ruang sampel : $C_2^8 = \frac{8\cdot 7\cdot 6!}{6!\cdot 2!} = 28$

f(0, 0) = $\frac{C_2^3}{28} = \frac{3}{28}$

f(0, 1) = $\frac{C_1^3 C_1^2}{28} = \frac{3\cdot 2}{28} = \frac{6}{28}$

f(1, 0) = $\frac{C_1^3 C_1^3}{28} = \frac{3\cdot 3}{28} = \frac{9}{28}$

f(0, 2) = $\frac{C_2^2}{28} = \frac{1}{28}$

f(2, 0) = $\frac{C_2^3}{28} = \frac{3}{28}$

f(1, 1) = $\frac{C_1^3 C_1^2}{28} = \frac{3\cdot 2}{28} = \frac{6}{28}$

f(p, q)		p		
		0	1	2
q	0	3/28	9/28	3/28
	1	6/28	6/28	
	2	1/28		

b. $P[(P,Q)\epsilon A]$ = *f(0, 0) + f(0, 1) + f(1, 0)*

$= \frac{3}{28} + \frac{6}{28} + \frac{9}{28} = \frac{18}{28} = \frac{9}{14}$

2. Distribusi Peluang Gabungan Kontinu

(Lumbantoruan, 2019d) Fungsi *f(p, q)* merupakan sebaran peluang gabungan atau fungsi pada peluang dari perubahan acak kontinu P dan Q, apabila

1. $f(p,q) \geq 0, untuk\ semua\ (p,q)$
2. $\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(p,q)dpdq = 1$
3. $P[(P,Q)\epsilon A] = \iint Af(p,q)dpdq,$

bagi setiap daerah A dibidang pq

Contoh :

Suatu pabrik coklat mengirimkan banyak kotak coklat yang memiliki campuran krim, tofe, dan almond berlapis coklat serta pekat. Apabila kota diambil dengan acak, serat S dan T masing-masing menyatakan proporsi yang krim dengan lapisan coklat terang serta pekat serta memisalkan fungsi padat gabungannya yaitu

$$f(s,t) = \begin{cases} \frac{2}{5}(2s+3t), & 0 \le s \le 1, 0 \le t \le 1 \\ 0 & untuk\ s,t\ lainnya \end{cases}$$

Maka carilah $P[(S,T)\epsilon\ A]$, apabila daerah $\left\{(s,t) \middle| \ 0 < s < \frac{1}{2}, \frac{1}{4} < t < \frac{1}{2}\right.$

Penyelesaian:

$$P[(S,T)\epsilon\ A] = \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} \int_{0}^{\frac{1}{2}} f(s,t)dsdt$$

$$= \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} \int_{0}^{\frac{1}{2}} \frac{2}{5}(2s+3t)dsdt$$

$$= \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} \frac{2}{5}[s^2+3ts]_{0}^{\frac{1}{2}} dt$$

$$= \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} \frac{2}{5}\left[\frac{1}{4}+3t\frac{1}{2}\right] dt$$

$$= \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} \frac{2}{5}\left[\frac{1}{4}+\frac{3}{2}t\right] dt$$

$$= \frac{2}{5}\left[\frac{1}{4}t+\frac{3}{4}t^2\right]_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{2}{5}\left[\frac{1}{4}\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\frac{1}{4}\right] - \frac{2}{5}\left[\frac{1}{16}+\frac{3}{4}\frac{1}{16}\right]$$

$$= \frac{2}{5}\left[\frac{1}{8}+\frac{3}{16}-\frac{1}{16}-\frac{3}{64}\right]$$

$$= \frac{2}{5}\left[\frac{8 + 12 - 4 - 3}{64}\right]$$

$$= \frac{2}{5}\left[\frac{13}{64}\right] = \frac{13}{160}$$

4. Distribusi Peluang Marjinal

(Lumbantoruan, 2015) Distribusi marjinal (pias) dari masing-masing *P* dan *Q* dinyatakan:

Untuk diskrit:

$$g(p) = \sum_{q} f(p,q) dan\ h(q) = \sum_{p} f(p,q)$$

Untuk kontiniu:

$$g(p) = \int_{-\infty}^{\infty} f(p,q)dq\ dan\ h(q) = \int_{-\infty}^{\infty} f(p,q)dp$$

1. Contoh Diskrit:

   Tampilkan jumlah kolom dan baris dari tabel dalam contoh soal distribusi peluang gabungan diskrit sebelumnya membagikan sebaran pias dari masing-masing *P* dan *Q*

f(p, q)		p			Total baris
		0	1	2	
q	0	3/28	9/28	3/28	15/28
	1	6/28	6/28		12/28
	2	1/28			1/28
Total kolom		10/28	15/28	3/28	1

Maka:

Distribusi pias Q:

q	0	1	2
p(q)	15/28	12/28	1/28

Distribusi pias *P*:

p	0	1	2
t(p)	10/28	15/28	3/28

2. Contoh Kontinu

   Carilah sebaran marjinal peubah acak *X* untuk fungsi padat peluang dari contoh soal distribusi peluang gabungan kontinu sebelumnya.

   Penyelesaian:

$$g(x) = \int_0^1 f(x, y)dy$$

$$= \int_0^1 \frac{2}{5}(2x + 3y)dy$$

$$= \frac{2}{5}\left[2xy + \frac{3}{2}y^2\right]\begin{matrix}1\\0\end{matrix}$$

$$= \frac{2}{5}\left[2x + \frac{3}{2}\right] - 0$$

$$= \frac{2}{5}\left[\frac{4x + 3}{2}\right]$$

$$= \frac{4x + 3}{5}$$

5. Distribusi Bersyarat

(Lumbantoruan, 2019a) Mengingat kembali kepada definisi peluang bersyarat, yaitu:

$$P\left(\frac{S}{T}\right) = \frac{P(S \cap T)}{P(S)}, \qquad P(S) > 0$$

Apabila S dan T merupakan kejadian yang mana *P = p, Q = q,* maka

$$P(Q = q\ |P = p = \frac{P(P = p, Q = q)}{P(P = p)}$$

$$= \frac{f(p, q)}{g(p)} \qquad g(p) > 0$$

(Singgung, n.d.) Bagi perubahan diskrit *P* dan *Q*, mampu dibuktikan melalui fungsi *f(p, q)/g(p)* dan telah terpenuhi syarat bagi distribusi peluang serta dapat dinyatakan dalam *f(q | p)* yaitu:

f(q | p) = f(p, q) / g(p) *g(p) > 0*

Dari pembuktian tersebut dapat dikatakan sebagai distribusi bersyarat dimana dari perubahan diskrit *Q* disebutkan melalui *P = p* melalui metode yang sama, distribusi bersyarat *f(q | p)* yang mana perubahan diperoleh pada perubahan acak *P* apabila diberi *Q = q* serta bisa ditulis dengan *f(q | p) = f(p, q) / h(p)* *h(p) > 0.*

- Sebaran bersyarat kontinu

(Lumbantoruan, 2018) Sama dengan distribusi rapat peluang bersyarat dari perubahan acak kontinu P, apabila diberi Q=q maka

$$F(q|p) = \frac{f(p,q)}{h(p)} \qquad h(p) > 0$$

Dan dibandingkan distribusi rapat peluang bersyarat bagi perubahan acak kontinu Q, diberi P=p, yaitu:

$$f(\ q \mid p\ ) = \frac{f(p,q)}{g(p)} \qquad g(p) > 0$$

peluang dari peubah acak kontinu P yang berada diantara m dan n apabila diketahui Q=q,

$$P(\ m < P < n \mid\ Q = q\ )$$

$$= \int mnf(\ p \mid q\ )dp$$

Contoh:

Misalnya P merupakan sebagian dari pelari pria serta Q sebagian dari pelari perempuan yang telah selesai melakukan lomba maraton dengan menyatakan sebagai fungsi padat gabungan

$$f(p,q) = \begin{cases} 8pq, 0 \leq p \leq 1, 0 \leq q \leq p \\ 0, \qquad\quad p,q\ yang\ lainnya \end{cases}$$

carilah $f(q|\ p)$ dan peluang kurang dari 1/8 pelari perempuan yang telah selesai melakukan lomba tersebut apabila diketahui

½ dari pelari laki-laki menyelesaikan maratonnya.

Penyelesaian:

$$f(q|p) = \frac{f(p,q)}{g(p)}$$

$$g(p) = \int_0^p f(p,q)dq$$

$$= \int_0^p 8pq\ dq$$

$$= \frac{8pq^2}{2}\Bigg|\begin{matrix} p \\ 0 \end{matrix}$$

$$g(p) = \frac{8p^3}{2} = 4p^3$$

$$f(\ q \mid p\ ) = \frac{8pq}{4p^3} = \frac{2p}{p^2}$$

berdasarkan yang disoal, yang ditanya adalah *P(Q<1/8 | P=1/2)*

$$\int_0^{\frac{1}{8}} \frac{2q}{\frac{1}{4}} dq$$

$$= \int_0^{\frac{1}{8}} 8q\ dq$$

$$= 4q^2 \Big|\begin{matrix} \frac{1}{8} \\ 0 \end{matrix}$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{64} = \frac{1}{16}$$

6. Kebebasan Statistik

(Lumbantoruan, 2019e) Misal *P* dan *Q* adalah perubahan acak (diskrit atau kontinu), melalui sebaran peluang gabungan *f(p,q)* serta sebaran marjinal masing-masing *f(p,q)*. perubahan acak disebut juga sebagai saling bebas statistiknya jika dan hanya jika

$$f(p,q) = g(p)h(q)$$

Bagi seluruh *(x, y)* pada daerah definisinya.

(Lumbantoruan, 2020b) Jika diperluas misalkan $P_1, P_2, \dots, P_n$ merupakan sejumlah n perubahan acak, melalui sebaran peluang gabungan *f*$(p_1, p_2, \dots, p_n)$ serta sebaran marjinal $f_1(p_1), f_2(p_2), \dots f_n(p_n)$. peubah acak disebutkan saling bebas statistiknya jika dan hanya jika

$$f(p_1, p_2, \dots, p_n) = \prod_{i=1}^{n} f_i(p_i)$$

bagi semua $(p_1, p_2, \dots, p_n)$ dalam daerah definisinya.

Contoh :

Diketahui fungsi padat gabungan

$$f(p,q) = \begin{cases} \dfrac{p(1+3q^2)}{4} & 0 < p < 2, 0 < q < 1 \\ 0, & untuk\ p, q\ lainnya \end{cases}$$

Tentukanlah apakah kedua perubahan acak itu, bebas statistik atau tidak

Penyelesaian:

$$f(p,q) = g(p)h(q)$$

$$g(p) = \int_0^1 f(p,q)dq$$

$$= \int_0^1 \frac{p(1+3q^2)}{4}\ dq$$

$$= \frac{p}{4}\left[q + \frac{3}{3}q^3\right]\begin{matrix}1\\0\end{matrix}$$

$$g(p) = \ \frac{p}{4}[1+1] = \frac{p}{2}$$

$$h(q) = \int_0^2 \frac{p(1+3q^2)}{4}dp$$

$$\frac{1+3q^2}{4}\left[\frac{p^2}{2}\right]\begin{matrix}2\\0\end{matrix}$$

$$\frac{1+3q^2}{4}\frac{4}{2} = \frac{1+3q^2}{2}$$

$$g(p) \cdot h(q) = \left(\frac{p}{2}\right)\left(\frac{1+3q^2}{2}\right)$$

$$= \frac{p(1+3q^2)}{4} \approx f(p,q)$$

C. PENUTUP

1. Kesimpulan

1. Peluang bersyarat merupakan peristiwa A berpengaruh atau berkaitan dengan peristiwa B, begitupun sebaliknya. Peluang bersyarat dinotasikan dengan $P\ (A|B),\ P(B) \neq 0$ atau dapat dibaca menjadi peluang kejadian A apabila B sudah kejadian.
2. Perubahan acak atau peubah acak(Random Variabel) merupakan suatu keluaran nomor yang berasal dari hasil dari suatu percobaan.
3. Perubahan acak dibagi menjadi 2 yaitu perubahan acak diskrit dan perubahan acak kontinu.
4. Syarat utama dalam distribusi kontinu merupakan jika fungsi f(t) merupakan fungsi padat peluang perubahan acak kontinu T dijelaskan di atas himpunan seluruh bilangan riil R apabila:

$$F(t) \geq 0\ untuk\ semua\ t$$

$$\int_{\infty}^{\infty} f(t)dt = 1$$

$$P(a < t < b) = \int_{\infty}^{\infty} f(t)dt$$

5. Distribusi peluang gabungan terjadi apabila S dan T merupakan dua perubahan acak diskrit, distribusi peluangnya terjadi bersamaan bisa dinyatakan melalui

fungsi *f(s, t) = f(S = s, T = t)* bagi tiap pasangan nilai *(s, t)* pada rentang peubah acak *S* dan *T*.

6. Distribusi marjinal (pias) dari masing-masing *X* dan *Y* dinyatakan:

   Untuk diskrit:

   $$g(x) = \sum_{y} f(x,y) dan\ h(y) = \sum_{x} f(x,y)$$

   Untuk kontiniu:

   $$g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dy\ dan\ h(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dx$$

7. Perubahan acak disebut juga sebagai saling bebas statistik jika dan hanya jika

   $$f(x,y) = g(x)h(y)$$

   Bagi seluruh *(x, y)* pada daerah definisinya.

SOAL DISKUSI

1. Terdapat 3 siswa diantaranya yaitu Meli, Lula dan Nino menitip sepatu ke kawan mereka ketika hendak melaksanakan ujian masuk kuliah. Saat menyelesaikan ujian, kawannya memberi kembali sepatu mereka dengan acak. apabila Meli, Lula serta Nino pada urutan seperti itu nerima sepatu dari kawannya, tulislah titik sampel bagi seluruh urutan yang mungkin dapat sepatu tersebut serta cari nilai p dari P yang menyebutkan total urutan yang urut.

   Pembahasan :

   Apabila M, L, dan N menyebutkan setiap urutan milik Meli, Lula, serta Nino. sehingga urutan pengembalian sepatu yang mungkin dan padanan yang urut (p) adalah:

Ruang sampel	M
…	…
…	…
…	…
…	…
…	…
…	…

2. Temukan sebaran peluang untuk total bilangan apabila sepasang dadu dilemparkan

   Pembahasan :

   Asumsikan S merupakan perubahan acak yang mengatakan banyak bilangan dari kedua dadu tersebut. Sehingga S bisa diambil acak nilai bulat dari 2 hingga 12. Dua dadu mampu mendarat pada (6)(6) = … cara, setiap peluang 1/36. P(S=3) = 2/36, sebab total 3 hanya dapat kejadian pada 2 cara.

s	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P(S=s)	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…

3. Dalam pelemparan dua uang koin secara bersamaan. Asumsikan P merupakan jumlah "Gambar" yang muncul sehingga nilai p yang memungkinkan dari perubahan acak P adalah...

   Pembahasan :

Ruang sampel	p
GG	…
GA	…
AG	…
AA	…

Rp = Nilai-nilai yang mungkin dari P = {…, …, …}

4. Seorang siswa melakukan percobaan menggunakan berbagai macam batu yang ada disekitar sekolah secara acak sebanyak 50 batu. Lalu dari berbagai macam batu yang ada dipilih satu dengan acak, maka ruang sampel yang mungkin terjadi adalah…

   Pembahasan:

   Maka didapat ruang sampelnya adalah : $A = \{a | a = batu\ 1, batu\ 2, \dots, batu\ 50\}$ contoh X menyatakan berat dari batu yang terpilih secara acak, sehingga dapat ditulis seperti : X(a), dengan a ∈ A. dapat kita asumsikan bahwa tidak ada batu yang memiliki berat badan kurang dari 10 kg atau lebih dari 100 kg, maka diperoleh ruang hasil dari X yaitu : $R_x = \{x | \dots \leq x \leq \cdots\}$. Dapat dilihat bahwa R_x adalah suatu interval, sehingga X termasuk kedalam perubahan acak kontinu.

5. Suatu pengiriman 8 laptop ke IT Del ditemukan bahwa ada 3 yang cacat. Jika Duktek memilih 5 dengan acak, oleh karena itu carilah sebaran peluang jumlah yang cacat.

   Pembahasan :

   Contohnya T perubahan acak dengan nilai t memungkinkan jumlah laptop yang cacat yang dipilih duktek. Sehingga t bisa didapat nilai 0, 1, 2, 3.

   Ruang sampel = $C_5^8 = \frac{8.7,6.5!}{5!3!} = \cdots$

   Kejadian yang cacat 0 = $C_5^5 = \cdots$

$f(0) = P(T = 0) = \cdots$

Kejadian yang cacat 1 = $C_1^3 C_4^5 = \frac{3!}{1!2!} \frac{5!}{4!1!} = \cdots$

$f(1) = P(T = 1) = \cdots$

Kejadian yang cacat 2 = $C_2^3 C_3^5 = \frac{3!}{2!1!} \frac{5!}{3!2!} = \cdots$

$f(2) = P(T = 2) = \cdots$

Kejadian yang cacat 3 = $C_3^3 C_2^5 = 1 \frac{5!}{2!3!} = \cdots$

$f(3) = P(T = 3) = \cdots$

Maka sebaran peluang T yaitu

t	0	1	2	3
F(t)	…	…	…	…

6. Dalam suatu fungsi distribusi peluang jumlah muncul gambar yang ada pada pelemparan uang koin sejumlah 3 kali, yakni

$$F(t) = \begin{cases} 0, & untuk\ t\ yang\ lain \\ \frac{1}{7}, & untuk\ t = 0\ dan\ t = 2 \\ \frac{2}{7}, & untuk\ t = 1\ dan\ t = 2 \end{cases}$$

Maka nilai-nilai peluang kumulatif variabel acak T yang menyatakan banyaknya muncul gambar pada pelemparan uang koin sebanyak 3 kali adalah…

Pembahasan:

$F(0) = P(T \leq 0) = f(0) = \cdots$

$F(0) = P(T \leq 1) = f(0) + f(1) = \frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \cdots$

$$F(2) = P(T \leq 2) = f(0) + f(1) + f(2) = \frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7}$$

$$= \cdots$$

$$F(3) = P(T \leq 3) = f(0) + f(1) + f(2) + f(3)$$

$$= \frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{1}{7} = \cdots$$

Distribusi kumulatif variabel acak T (T = banyaknya muncul gambar pada pelemparan uang koin sebanyak 3 kali)

Tabel sebaran kumulatif variabel acak T

$T = t$	0	1	2	3
$F(t)$	…	…	…	…

7. Temukan peluang empiris dari sebuah peristiwa A, dimana timbul mata dadu 5 dalam onservasi pelemparan suatu dadu total 30 kali. Hasil pelemparan dadu tersebut yakni:

5	3	4	2	1	3	4	5	6	2
3	4	3	4	6	5	3	2	6	1
6	5	5	1	3	6	4	2	5	3

Pembahasan :

Jumlah kejadian timbul mata dadu 5 merupakan 6 kali atau f(A) = …

Jumlah observasi yang dilaksanakan atau n merupakan 30 kali.

$$P(A) = \frac{f(A)}{n}$$
$$= \frac{6}{30}$$
$$= \frac{1}{5}$$

Maka, peluang empiris kejadian A ialah … atau ….

8. Terdapat sebuah eksperimen mengggunakan tiga koin yang dilempar dengan cara berbarengan. Cari peluang empiris muncul 1 sisi angka serta 2 sisi gambar. Data yang didapat yakni:

   Pembahasan :

Koin I	Koin II	Koin III	Frekuensi
Angka	Angka	Angka	2
Angka	Angka	Gambar	20
Angka	Gambar	Angka	14
Angka	Gambar	Gambar	10
Gambar	Angka	Angka	11
Gambar	Angka	Gambar	21
Gambar	Gambar	Angka	15
Gambar	Gambar	Gambar	7

Dari data yang didapat muncul 1 sisi angka serta 2 sisi gambar merupakan {(…), (…), (…)}

Frekuensi (A,G,G) adalah …, (G,A,G) adalah … dan frekuensi (G,G,A) adalah ….

Jadi, f(A) = …

Total percobaan atau n = …

$$P(A) = \frac{f(A)}{n}$$
$$= \frac{46}{100}$$

Maka, total peluang empiris muncul 1 sisi angka serta 2 sisi gambar dari observasi diatas merupakan ….

9. Asumsikan bahwa galat suhu reaksi, pada derajat celsius, dalam observasi laboratorium yang di kontrol adalah perubahan acak X yang memiliki fungsi padat peluang

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{3}, & -1 < x < 2 \\ 0, & untuk\ x\ lainnya \end{cases}$$

a. Tunjukkan bahwa $\int_{-1}^{2} \frac{x^2}{3} dx = \frac{x^2}{9} |_{-1}^{2} = \frac{8}{9} + \frac{1}{9} =$ $1\ terpenuhi$

b. Hitung P(0 < x ≤ 1)

Pembahasan :

a. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \int_{-1}^{2} \frac{x^2}{3} dx =$ ...

b. $P(0 < X \leq 1) = \int_{0}^{1} \frac{x^2}{3} dx =$ ...

10. Terdapat ada dua isi spidol diambil dengan acak dari suatu tempat penyimpanan spidol yang didalamnya ada 3 isi warna hitam, 2 isi warna merah serta 3 isi warna biru. Apabila X menyebutkan total yang berwarna hitam serta Y menyebutkan total yang berwarna merah yang diambil, carilah:

a. Fungsi peluang gabungan f(x,y)

b. $P[(X,Y) \in A]$, bila daerah $\{f(x,y)|\mathrm{x}+\mathrm{y} \leq 1\}$.

Pembahasan:

(x, y) = {(0,0), (0,1), (1,0), (0,2), (2,0), (1,1)}

a. ruang sampel : $C_2^8 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{6! \cdot 2!} = \cdots$

$f(0, 0) = \frac{C_2^3}{28} = \cdots$

$f(0, 1) = \frac{C_1^3 C_1^2}{28} = \cdots$

$f(1, 0) = \frac{C_1^3 C_1^3}{28} = \cdots$

$f(0, 2) = \frac{C_2^2}{28} = \cdots$

$f(2, 0) = \frac{C_2^3}{28} = \cdots$

$f(1, 1) = \frac{C_1^3 C_1^2}{28} = \cdots$

f(x, y)		x		
		0	1	2
y	0	…	…	…
	1	…	…	
	2	…		

b. $P[(X,Y) \epsilon A]$ = $f(0, 0) + f(0, 1) + f(1, 0)$

$= \frac{3}{28} + \frac{6}{28} + \frac{9}{28} = \cdots$

LATIHAN SOAL MANDIRI

1. Dalam pelemparan dua uang koin secara bersamaan. Asumsikan X merupakan jumlah “angka” yang muncul sehingga nilai x yang memungkinkan dari perubahan acak X adalah...
2. Terdapat dadu yang di lempar sekali. Carilah peluang muncul mata dadu bernilai ganjil apabila syarat terdapat bilangan prima yang keluar terlebih dahulu!
3. Tentukan dari pernyataan dibawah ini mana saja yang termasuk perubahan acak diskrit dan kontinu!
   a. Jumlah kecelakaan di Kota Bekasi.
   b. Lamanya waktu pertandingan basket dalam perubahan acak T dengan nilai t.
   c. Jumlah mahasiswa yang mengikuti lomba menyanyi di acara bulan bahasa.
4. Dua buah bola dipilih satu persatu dan tidak ada pengembalian dari sebuah kantong yang berisikan 4 bola pink serta 3 bola kuning. Apabila P disebut banyaknya bola pink yang dipilih sehingga nilai p yang mungkin dari perubahan acak P ialah…
5. Suatu pengiriman 5 laptop ke IT Del ditemukan bahwa ada 2 yang cacat. Jika Duktek memilih 3 dengan acak, maka carilah distribusi peluang jumlah yang cacat.
6. Dalam suatu fungsi distribusi peluang jumlah muncul gambar pada pelemparan uang koin sebanyak 3 kali, yaitu

$$F(x) = \begin{cases} 0, & untuk\ x\ yang\ lain \\ \frac{1}{9}, & untuk\ x = 0\ dan\ x = 2 \\ \frac{2}{9}, & untuk\ x\ =\ 1\ dan\ x = 2 \end{cases}$$

Maka nilai-nilai peluang kumulatif variabel acak X yang menyatakan banyaknya muncul gambar dalam pelemparan uang koin sebanyak 3 kali adalah…

7. Dalam toko terdapat 9 bapa-bapa dan 5 orang muda yang sedang belanja. Lalu, diantara mereka terpilih dengan acak 2 orang bagi memenangkan 2 undian hadiah, serta tiap orang hanya berhak mendapat 1 hadiah. Peluang dari kejadian apabila kedua undiannya dimenangkan dengan para orang muda adalah…
8. Dua buah dadu dilempar secara bersamaan. Apabila andi ingin melihat munculnya sisi genap pada kedua dadu, maka carilah peubah acak dadu tersebut serta buatlah sebaran peluang dari peubah acak tersebut.
9. Temukan F(x) dari fungsi padat pada contoh 1 lalu carilah P(2 > X ≥ 4).
10. Terdapat ada dua isi bolpoint diambil dengan acak dari suatu tempat penyimpanan spidol yang terdapat 3 isi warna merah, 2 isi warna kuning serta 3 isi warna biru. Apabila X menyatakan jumlah yang berwarna merah serta Y menyatakan jumlah yang berwarna kuning yang dipilih, carilah:

    a. Fungsi peluang gabungan f(x,y)

b. $P[(X,Y) \in A]$, apabila daerah $\{f(x,y)|\mathrm{x} + \mathrm{y} \leq 1\}$.

GLOSARIUM

Acak	: Penggambaran sebuah pilihan yang tak hingga atau misalnya terbatas wajib diterangkan melalui pemilihan peluang.
Asumsi	: Dugaan yang diterima sebagai dasar.
Berkaitan	: Saling mengait.
Bilangan	: Konsep matematika yang digunakan dalam system pencacahan.
Bilangan bulat	: Bilangan yang terdiri dari 0, bilangan asli, atau bilangan bulat positif, bilangan bulat negatif, serta dinyatakan tanpa komponen desimal atau pecahan.
Bilangan real	: Bilangan yang adalah penggambungan dari bilangan rasioanal dan bilangan irrasioanal**.**
Contoh	: Suatu barang yang memiliki kesamaan atau bersifat serupa.
Daerah hasil	: Anggota himpunan kawan yang mempunyai pasangan didalam himpunan daerah asal.
Definisi	: Suatu kalimat yang mengungkapkan suatu makna atau keterangan terhadap hal tertentu.
Distribusi	: Proses menyalurkan suatu permasalahan atau barang

Eksperimen	:	Sebuah set perlakuan serta pengamatan, yang dilaksanakan untuk memeriksa hipotesis atau mempelajari interkasi sebab akibat dengan gejala.
Frekuensi	:	Ukuran total terlaksananya suatu kejadian pada suatu waktu.
Frekuensi kumulatif	:	Total akhir seluruh frekuensi hingga batas tertentu pada suatu kumpulan data.
Frekuensi relatif	:	Perbandingan jumlah peristiwa yang dicermati melalui seluruh percobaan.
Fungsi	:	Sebuah gambaran yang menjadi suatu patokan ideal dalam membuat suatu hal.
Himpunan	:	Gabungan objek yang mempunyai sifat yang mampu diartikan secara jelas.
Konsep	:	Pengertian tentang suatu pemahaman.
Kontinu	:	Berkelanjutan atau terus-menerus.
Kumulatif	:	Berhubungan dengan kumulasi, memiliki sifat yang bertambah atau menjadi banyak.
Kurva ogif	:	Grafik yang digambarkan dengan didasari oleh data yang telah distruktur pada bentuk tabel sebaran frekuensi kumulatif.
Peluang	:	Suatu kesempatan dalam percobaan hal.

Penyelesaian	: Suatu proses atau cara untuk membereskan permasalahan.
Reaksi	: Sebuah kegiatan yang terdapat gejala atau peristiwa
Ruang sampel	:Gabungan seluruh hasil yang memungkinkan dari eksperimen probabilitas membentuk himpunan.
Sampel	: Suatu sifat yang disebut juga sebagai contoh
Setimbang	: Sama beratnya.
Skala	: Perbandingan suatu jarak yang terdapat dalam peta sengan jarak yang sesungguhnya.
Suhu	: Suatu ukuran yang bersifat kuantitatif terhadap temperature yang ada.
Syarat	: Sebuah janji atau permintaan yang harus dipenuhi.
Tak terhingga	: Tanpa akhir.
Titik sampel	: Elemen atau anggota dari ruang sampel.
Variabel	: Nilai yang mampu berubah pada sebuah jangkauan soal ataupun himpunan operasi yang ada.

INDEKS

A

B

C

D

E

F

DAFTAR PUSTAKA

Desi, D., & Lumbantoruan, J. H. (2020). Pengembangan Buku Cerita Matematika Pada Kelas VII SMP Dalam Materi Perbandingan. *Edumatsains*, *1*(1), 23–34.

Lumbantoruan, J. H. (2015). *Modul Kalkulus Lanjut 2015*.

Lumbantoruan, J. H. (2017). PENGEMBANGAN BAHAN AJAR INTEGRAL TAK TENTU BERBASIS MODEL SMALL GROUP DISCUSSION DI PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA FKIP UKI TAHUN 2016/2017. *Jurnal Dinamika Pendidikan*, *10*(2), 99–118.

Lumbantoruan, J. H. (2018). *Modul Geometri II (Geometri Analitik dan Transformasi).* http://repository.ut.ac.id/3891/1/EKSI4417-M1.pdf

Lumbantoruan, J. H. (2019a). *BUKU MATERI PEMBELAJARAN GEOMETRI 1*.

Lumbantoruan, J. H. (2019b). *BUKU MATERI PEMBELAJARAN MATEMATIKA DASAR*.

Lumbantoruan, J. H. (2019c). *BUKU MATERI PEMBELAJARAN TEORI PELUANG DAN KOMBINATORIKA*.

Lumbantoruan, J. H. (2019d). *Integral Tentu Jilid II*.

Lumbantoruan, J. H. (2019e). *Modul Geometri I (Geometri Datar dan Ruang)*.

Lumbantoruan, J. H. (2019f). *Modul Lingkaran*.

Lumbantoruan, J. H. (2019g). Pengembangan Bahan Ajar Persamaan Diferensial Berbasis Model Brown Di Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan IlmuPendidikan Universitas Kristen Indonesia Tahun 2017 / 2018. *Jurnal EduMatsains*, *3*(2), 147–168.

Lumbantoruan, J. H. (2019h). *RENCANA PEMBELAJARAN SEMESTER (RPS) MATA KULIAH: Teori Peluang dan Kombinatorial*.

Lumbantoruan, J. H. (2020a). *BUKU MATERI PEMBELAJARAN PEMOGRAMAN LINEAR*.

Lumbantoruan, J. H. (2020b). *Modul Garis Lurus*.

Lumbantoruan, J. H., & Male, H. (2020). Analisis Miskonsepsi Pada Soal Cerita Teori Peluang Di Program Studi Pendidikan Matematika. *Jurnal EduMatsains*, *4*(2), 156–173. https://doi.org/10.33541/EDUMATSAINS.V4I2.1380

Lumbantoruan, J. H., & Natalia, S. (2021). DEVELOPMENT OF A CONSTRUCTIVISM-BASED STATISTICS MODULE FOR CLASS VIII JUNIOR HIGH SCHOOL STUDENTS. *Solid State Technology*, *64*(2), 4427–4444.

Male, H., & Lumbantoruan, J. H. (2021). Students' Perceptions and Attitudes Towards Statistics. *Proceedings of the 2nd Annual Conference on Blended Learning, Educational Technology* *and Innovation (ACBLETI 2020)*, *560*(Acbleti 2020), 507–513. https://doi.org/10.2991/assehr.k.210615.095

Manalu, R. U. (2019). *Probalitas*.

Novtiar, C. (2017). Distribusi Peubah Acak. *Ikipsiliwangi*, *April*.

Otaya, L. G. (2016). PROBABILITAS BERSYARAT, INDEPENDENSI DAN TEOREMA BAYES DALAM MENENTUKAN PELUANG TERJADINYA SUATU PERISTIWA. *Tadbir: Jurnal Manajemen Pendidikan Islam*, *4*(1), 68–78.

P. A., S., & Lumbantoruan, J. H. (2020). Pengembangan Media Pembelajaran Matematika Berbasis Articulate Storyline Pada Materi Bangun Ruang Sisi Datar Kelas VIII. *Edumatsains*, *1*(1), 35–49.

Singgung, G. (n.d.). *Masalah garis singgung memberikan sebuah interpretasi visual mengenai turunan dan dapat dipikirkan walau bagaimanapun kompleksnya suatu aplikasi tertentu*.