MODUL 2

BENTUK DASAR PERSAMAAN DIFERENSIAL

Disusun Oleh:

Elen Eudora Yosephine

1913150018

PENDIDIKAN MATEMATIKA

FAKULTAS KEGURUAN ILMU DAN PENDIDIKAN

UNIVERSITAS KRISTEN INDONESIA

2021

PRAKATA

Puji Syukur kami panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas kasih dan berkatNya yang melimpah, sehingga Penulis dapat menyelesaikan Modul “Bentuk Dasar Persamaan Diferensial” dalam memenuhi tugas untuk mata kuliah Persamaan Diferensial.

Pertama-tama Penulis mengucapkan terima kasih kepada Bapak Jitu Halomoan Lumbantoruan, S.Pd., M.Pd yang telah membimbing dan memberikan masukan kepada Penulis sehingga Penulis dapat menyelesaikan Modul ini.

Dalam penyusunan makalah ini, kami sadar bahwa dalam pembuatan makalah ini masih jauh dari kesempurnaan, masih banyak kekurangan dan kelemahan. Oleh karena itu, kami sangat berharap masukan dan kritikan dari pembaca yang dapat membangun. Sehingga, kami dapat memperbaiki kekurangan yang terdapat dalam makalah kami ini.

Jakarta, 11 Oktober 2021

Penulis,

Elen Eudora Yosephine

DAFTAR ISI

Modul 2

Bentuk Dasar Persamaan Differensial

Capaian Pembelajaran	Uraian Materi
Mahasiswa mampu mengetahui bentuk persamaan diferensial orde *n* atau tingkat *n* dan derajat serta mampu menyelesaikan persoalan yang berkaitan dengan persamaan diferensial dengan baik dan benar.	1. Pengidentifikasian orde *n* tingkat *n* PD 2. Penentuan penyelesaian umum dan khusus PD 3. Pembuatan PD dari suatu fungsi

Modul 2

Bentuk Dasar Persamaan Differensial

2.1. Kegiatan Pembelajaran 1. Konsep Dasar Persamaan Diferensial

Persamaan Diferensial yaitu bentuk persamaan yang di dalamnya terdapat turunan satu atau lebih variable terikat terhadap satu atau lebih variable bebas suatu fungsi (Lestari, 2013)

Notasi atau cara penulisan Persamaan Diferensial antara lain (Nurputri et al., 2017):

1. **Notasi Leibniz**

$$\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^3y}{dx^3}, \dots, \frac{d^ny}{dx^n}$$

Contoh:

$\frac{d^2x}{dt^2} + 16x = 0$

$\frac{d^3y}{dx^3} + 6x\frac{dy}{dx} = 0$

2. **Notasi Pangkat**

$$y', y'', y''', y^{(4)}, y^{(5)}, \dots, y^{(n)}$$

Contoh:

$y' + 5y = e^x$

$y'' - y' + 6y = 0$

Jika pada suatu Persamaan Diferensial mengandung satu atau lebih turunan terhadap suatu variable tertentu, maka variable tersebut dikatakan variable bebas (Drs.Sardjono, n.d.).

Contoh Persamaan Diferensial:

i. $\frac{dy}{dx} + 3xy = e^x \quad \rightarrow y = variable\ terikat,\ x = variable\ bebas$

ii. $\frac{d^2s}{dt^2} + 3\frac{ds}{dt} = -32 \quad \rightarrow s = variable\ terikat,\ t = variable\ bebas$

iii. $y' + 5y = e^x \quad \rightarrow y = variable\ terikat,\ x = variable\ bebas$

iv. $y'' = e^x + \sin x \quad \rightarrow y = variable\ terikat,\ x = variable\ bebas$

v. $\frac{d^3s}{dv^3} + \frac{d^2s}{dv^2} = 0 \quad \rightarrow s = variable\ terikat,\ v = variable\ bebas$

vi. $\frac{du}{dt} + \frac{ds}{dt} + 3ut = 0$ $\rightarrow u\ dan\ s = variable\ terikat,\ t = variable\ bebas$

2.2. Kegiatan Pembelajaran 2. PD Orde *n* atau tingkat *n dan derajat n*

Untuk menentukan orde suatu persamaan diferensial tergantung pada fungsi turunan di dalam persamaan diferensial tersebut (Lumbantoruan, 2021). **Orde** atau yang juga sering disebut dengan **tingkat** yaitu pangkat yang tertinggi dari suatu turunan dalam persamaan diferensial. **Derajat** merupakan pangkat dari suku derivative tertinggi yang terdapat pada persamaan diferensial (Murtafi'ah, Wasilatul dan Apriandi, 2018).

Contoh:

i. $\frac{d^2y}{dx^2} + 5\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = 0$ $\rightarrow Orde\ dua,\ derajat\ satu$

ii. $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + y^2 = 4$ $\rightarrow Orde\ dua,\ derajat\ tiga$

iii. $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 = x^3 - y^2$ $\rightarrow Orde\ dua,\ derajat\ tiga$

iv. $y''' + 2y'' + y' = \sin x$ $\rightarrow Orde\ tiga,\ derajat\ satu$

v. $(y'')^3 + (y')^2 + 3y = x^2$ $\rightarrow Orde\ dua,\ derajat\ tiga$

vi. $y''' + 2(y'')^2 + y' = \cos x$ $\rightarrow Orde\ tiga,\ derajat\ satu$

Apabila pada persamaan diferensial terdapat kondisi tambahan dengan suatu nilai yang sama pada variable terikatnya (baik itu fungsi ataupun turunannya), sehingga dapat dinyatakan persamaan diferensial itu sebagai masalah nilai awal (*initial-value problem)*. Tetapi apabila kondisi tambahan yang terdapat adalah nilai yang berbeda pada variable terikatnya, sehingga dapat dinyatakan persamaan diferensial itu sebagai nilai-nilai batas (*boundary-value problem)* (*KONSEP DASAR PERSAMAAN DIFERENSIAL*, 2013).

Contoh:

i. $y'' + 2y' = e^x\,; y(\pi) = 1\,; y'(\pi) = 2$

Persamaan diatas merupakan bentuk *initial-value problem*, dikarena terdapat dua kondisi tambahan dengan nilai yang sama yakni pada $x = \pi$ dan $x = \pi$. Dengan nilai $y = 1$ pada saat $x = \pi$ dan nilai $y' = 2$ pada saat $x = \pi$.

ii. $y'' + 2y' = e^x\,; y(0) = 1\,; y'^{(1)} = 2$

Persamaan diatas merupakan bentuk *boundary-value problem*, dikarena terdapat dua kondisi tambahan dengan nilai yang beda yakni pada $x = 0$ dan $x = 1$. Dengan nilai $y = 1$ pada saat $x = 0$ dan nilai $y' = 2$ pada saat $x = 1$.

2.3 Kegiatan Pembelajaran 3. Klasifikasi Persamaan Diferensial

Persamaan Diferensial biasa orde-n dapat disebut linear apabila fungsi tersebut linear pada variable terikat dan turunan-turunannya (Lumbantoruan, 2019a). Persamaan Diferensial biasa orde-n linear dituliskan sebagai:

$$a_0(x)y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \cdots + a_{n-1}(x)y' + a_n(x)y = F(x)$$

$$dengan\ a_0(x) \neq 0$$

Apabila tidak mempunyai bentuk seperti rumus di atas maka disebut **Persamaan Diferensial Non Linear.**

- Jika nilai koefisien dari $a_n(x)\,, a_{n-1}(x), \ldots\,, a_1(x)\,, a_0(x)$ konstan, sehingga dapat disebut dengan **Persamaan Diferensial Linear dengan Koefisien Konstan**¸sedangkan apabila tidak konstan disebut dengan **Persamaan Diferensial Linear dengan Koefisien Variable.**
- Apabila nilai dari fungsi $g(x) = 0$ dapat disebut dengan **Persamaan Diferensial Linear Homogen**, tetapi apabila nilai fungsi $g(x) \neq 0$ disebut dengan **Persamaan Diferensial Linear Tidak Homogen** (Fitri Monika Sari, Yundari, 2017)**.**

<u>Karakteristik Persamaan Diferensial Linear</u>

a) Variabel terikat dan turunan dari persamaan tersebut berpangkat satu atau berderajat satu
b) Tidak terdapat perkalian antara variable terikat dengan turunannya
c) Variable terikat tidak berbentuk fungsi non-linear, contohnya fungsi sinus, cosinus, eksponensial.

Contoh:

i. $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ → Persamaan Diferensial Non-Linear

ii. $x\frac{d^2x}{dy^2}$ → Persamaan Diferensial Non-Linear

iii. $\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 4y = 0$ → Persamaan Diferensial Linear

iv. $t\frac{d^2x}{dt^2} + 3\frac{dx}{dt} = 0$ → Persamaan Diferensial Linear

v. $y'' - 2y' + y = 0$ → Persamaan Diferensial Linear Homogen

vi. $yy'' - 2y' = x + 1$ → Persamaan Diferensial non Linear Tidak Homogen

Apabila dalam Persamaan Diferensial terdapat turunan dari satu atau lebih fungsi sembarang terhadap hanya ada satu variable bebas disebut dengan **Persamaan Diferensial Biasa.**

Contoh Persamaan Diferensial Biasa:

i. $\frac{dy}{dx} + 5y = e^x$

ii. $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + 6y = 0$

iii. $\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} = 2x + y$

iv. $y''' + 2y'' + y' = \sin x$

v. $y' - \sin x - \cos x = 0$

vi. $y'' + 3y' - 4y = 0$

Disebut dengan **Persamaan Diferensial Parsial** apabila dalam persamaan terdapat turunan biasa dari satu atau lebih fungsi sembarang terhadap satu atau lebih variable bebas (Rochmad, 2016)

Contoh Persamaan Diferensial Parsial:

i. $\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{d^2u}{dy^2} = 0$

ii. $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x}{du^2} - 2\frac{dx}{dt}$

iii. $\frac{du}{dx} = -\frac{du}{dt}$

iv. $x\frac{du}{dx} + y\frac{du}{dy} = u$

v. $\frac{du}{dx} + \frac{du}{dy} + \frac{du}{dz} = e$

vi. $\frac{dv}{dz} - \frac{dx}{dy} + 2v = 0$

Contoh Persamaan Diferensial beserta klasifikasinya:

i. $\frac{d^4y}{dx^4} + x^2\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) + x^3\left(\frac{dy}{dx}\right) = xe^x$ $\rightarrow PD\ linear,\ Orde\ empat,\ Derajat\ satu$

ii. $\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 4y = 0$ $\rightarrow PD\ linear,\ Orde\ dua,\ Derajat\ satu$

iii. $y'' - 2y + y = 0$ $\rightarrow PD\ linear,\ Orde\ dua,\ Derajat\ satu$

iv. $\frac{d^2y}{dx^2} + \sin y = 0$ $\rightarrow PD\ non\ linear, Orde\ dua, derajat\ satu$

v. $\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 4y^3 = 0$ $\rightarrow PD\ non\ linear,\ Orde\ dua,\ Derajat\ satu$

vi. $\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right)^2 + x^2\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) + x^3\left(\frac{dy}{dx}\right) = xe^x$ $\rightarrow PD\ non\ linear,\ Orde\ empat,\ Derajat\ dua$

2.4. Kegiatan Pembelajaran 4. Solusi Persamaan Diferensial

Pada dasarnya Solusi Persamaan differensial merupakan persamaan yang mempunyai solusi dimana setiap variabelnya memenuhi persamaan terkait. Untuk suatu fungsi dan turunan dari $f(x)$ akan memenuhi solusi $f(x)$ jika $f(x)$ merupakan solusi tersebut. Kedudukan $f(x)$ adalah fungsi awal dari persamaan differensial itu (Lumbantoruan, 2016).

Persamaan differensial memiliki dua solusi. Dua solusi tersebut adalah solusi umum dan solusi khusus. **Solusi umum** persamaan differensial orden n merupakan solusi yang memuat semua solusi baik secara eksplisit maupun implisit yang terdapat pada suatu batas interval dan solusi umum ini biasanya mengandung n konstanta, dan apabila n konstanta tersebut diberi suatu nilai tertentu sehingga diperoleh **solusi khusus** dari persamaan diferensial tersebut (Nuryadi, 2018).

<u>Contoh Soal</u>

1. Buktikan fungsi $y = x^4 + Px + B$ adalah solusi dari persamaan differensial $\frac{d^2y}{x^2} = 12x^2$

   Penyelesaian :

   $y = x^4 + Px + B$

   $\frac{dy}{dx} = 4x^3$ +P dan $\frac{d^2y}{x^2} = 12x^2$

   Maka

   $y = x^4 + Px + B$ merupakan solusi umum dari $\frac{d^2y}{x^2} = 12x^2$

   Jika kita misalkan P= 2 dan B= 3 maka akan didapat solusi khusus yaitu $y = x^4 + 2x + 3$

2. Tunjukkan bahwa $y = x^6 + Mx + N$ merupakan solusi dari persamaan differensial $\frac{d^2y}{x^2} = 30x^4$

   Penyelesaian :

   $y = x^6 + Mx + N$

   $\frac{dy}{dx} = 6x^5$ +M dan $\frac{d^2y}{x^2} = 30x^4$

   Maka

   $y = x^6 + Mx + N$ merupakan solusi umum dari $\frac{d^2y}{x^2} = 30x^4$

   Jika kita mislkan M=4 dan N= 5 maka akan didapat solusi khusus yaitu $y = x^6 + 4x + 5$

3. Tunjukan bahwa $y = x^7 + Ax + B$ merupakan solusi dari persamaan differensial $\frac{d^2y}{x^2} = 42x^5$

Penyelesaian :

$y = x^7 + Ax + B$

$\frac{dy}{dx} = 7x^6 + A$ dan $\frac{d^2y}{x^2} = 42x^5$

Maka

$y = x^7 + Ax + B$ merupakan solusi umum dari $\frac{d^2y}{x^2} = 42x^5$

Jika kita misalkan A=5 dan B= 6 maka kita akan mendapatkan solusi khusus yaitu $y = x^3 + 5x + 6$

4. Tunjukan bahwa $y = x^9 + Px + Q$ merupakan solusi dari persamaan differensial $\frac{d^2y}{x^2} = 72x^7$

Penyelesaian :

$y = x^9 + Px + Q$

$\frac{dy}{dx} = 9x^8 + P$ dan $\frac{d^2y}{x^2} = 72x^7$

Maka

$y = x^9 + Px + Q$ merupakan solusi umum dari $\frac{d^2y}{x^2} = 72x^7$

Misalkan P=7 dan Q= 8, sehingga solusi khusus yang diperoleh yaitu $y = x^9 + 7x + 8$

Solusi Explisit dan Implisit

DEFINISI

Rumus umum persamaan differensial:

$$F[x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2} \dots \frac{d^ny}{dx^n}] = 0 \qquad \dots.(1)$$

F ini disebut fungsi real yang mempunyai (n+2) argument,

yaitu $x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2} \dots \frac{d^ny}{dx^n}$

a) Jika f diartikan pada semua nilai x dalam interval real I serta mempunyai turunan ke–n dan turunan tingkat yang lebih rendah untuk semua $x \in I$. Fungsi f dapat dikatakan sebagai solusi eksplisit dari persamaan (1) dalam interval I apabila fungsi tersebut memenuhi dua syarat yaitu :

$F[x, f(x), f'(x), f''(x), \dots, f^n(x)]$, yang terdefinisi untuk semua $x \in I$]

$F[x, f(x), f'(x), f''(x), \dots, f^n(x)] = 0$, untuk semua $x \in I$

Jika f(x) dan turunannya di substitusikan terhadap y dan beserta turunannya berturut-turut yang berkaitan maka akan menghasilkan persamaan (1) pada suatu identitas pada batas interval I (Lumbantoruan, 2019c).

b) Jika relasi pada persamaan (1) yakni $g(x, y) = 0$ (solusi implisit) ini mendefinisikan paling tidaknya suatu fungsi bilangan real f pada variable x di interval I sehingga fungsi tersebut dapat dikatakan solusi eksplisit persamaan 1 pada interval I.

Solusi bentuk eksplisit merupakan solusi dimana variable terikatnya dipresentasikan dalam bentuk variable bebas dan konstanta sehingga fungsi tersebut dapat dibedakan dengan jelas yang mana variable bebas dan variable tidak bebasnya (Lumbantoruan, 2019b). Solusi eksplisit dapat dituliskan dalam bentuk $y = f(x)$. Contohnya terdapat suatu fungsi yaitu $y = x^2 + 5x + 4$.

Solusi bentuk implisit merupakan suatu relasi $G(x, y(x)) = 0$ pada interval I yang memenuhi setidaknya satu fungsi y yang memenuhi persamaan differensial tersebut pada interval I

(Lumbantoruan, 2019a). Pada solusi implisit ini dimana fungsi tersebut tidak dapat dibedakan secara jelas dimana variabel bebas dengan variable terikat. Fungsi implisit tersebut dinyatakan sebagai $y = f(x, y = 0)$. Contohnya $y = x^2 + y^2 = 25$

Dibawah ini ada beberapa jenis Solusi Persamaan Differensial yaitu:

i. Solusi Umum, solusi ini merupakan solusi persamaaan differensial biasa yang memuat sembarang n konstanta , misalnya C (Lumbantoruan, 2018).

<u>Contoh</u>

1. Persamaan diferensial $\frac{dy}{dx} = \frac{3y}{x}$ mempunyai penyelesaian umum $y = Cx^3$

   Penyelesaian :

   $\frac{dy}{dx} = \frac{3y}{x}$

   $dy = \frac{3y}{x} dx$ bagi kedua sisi persamaan dengan y sehingga

   $\frac{dy}{y} = \frac{3dx}{x}$ Integrasikan kedua ruas

   $\int \frac{dy}{y} = \int \frac{3dx}{x}$

   $\ln y = 3\ln x + C$

   $= \ln x + \ln C$

   $\ln y = \ln x^3 C$

   $y = x^3 C$

   $y = Cx^3$

2. Persamaan differensial $\frac{dy}{dx} = \frac{4y}{x}$ mempunyai penyelesaian umum $y = Cx^4$

   Penyelesaian :

   $\frac{dy}{dx} = \frac{4y}{x}$

   $dy = \frac{4y}{x} dx$ bagi kedua sisi persamaan dengan y sehingga

   $\frac{dy}{y} = \frac{4dx}{x}$ Integrasikan kedua ruas

   $\int \frac{dy}{y} = \int \frac{4dx}{x}$

   $\ln y = 4\ln x + C$

   $= \ln x + \ln C$

   $\ln y = \ln x^4 C$

   $y = x^4 C$

   $y = Cx^4$

3. Persamaan diferensial $\frac{dy}{dx} = \frac{5y}{x}$ mempunyai penyelesaian umum $y = Cx^5$

   Penyelesaian :

   $\frac{dy}{dx} = \frac{5y}{x}$

   $dy = \frac{5y}{x} dx$ bagi kedua sisi persamaan dengan y sehingga

   $\frac{dy}{y} = \frac{5dx}{x}$ Integrasikan kedua ruas

   $\int \frac{dy}{y} = \int \frac{5dx}{x}$

   $\ln y \quad = 5\ln x + C$

   $\quad\quad = \ln x + \ln C$

   $\ln y = \ln x^5 C$

   $y = x^5 C$

   $y = Cx^5$

4. Persamaan diferensial $\frac{dy}{dx} = \frac{6y}{x}$ mempunyai penyelesaian umum $y = Cx^6$

   Penyelesaian :

   $\frac{dy}{dx} = \frac{6y}{x}$

   $dy = \frac{6y}{x} dx$ bagi kedua sisi persamaan dengan y sehingga

   $\frac{dy}{y} = \frac{6dx}{x}$ Integrasikan kedua ruas

   $\int \frac{dy}{y} = \int \frac{6dx}{x}$

   $\ln y \quad = 6\ln x + C$

   $\quad\quad = \ln x + \ln C$

   $\ln y = \ln x^6 C$

   $y = x^6 C$

   $y = Cx^6$

ii. Solusi PDB yang tidak terdapat suatu konstanta variabel dikarena adanya syarat awal pada PDB atau n konstanta nya telah diberi suatu nilai tertentu disebut **Solusi Khusus** (Lumbantoruan, 2019d)**.**

<u>**Contoh**</u>

1. Persamaan differensial $\frac{dy}{dx} = 4x^3$ dengan syarat $x\ (0) = 4$ memiliki penyelesaian khusus

yaitu $y = x^4 + 4$

Penyelesaian:

$\frac{dy}{dx} = 4x^3$

$dy = 4x^3 dx$ integralkan kedua ruas

$\int dy = \int 4x^3 dx$

$y = x^4 + C$

Karena $x\ (0) = 4$ maka penyelesaian khusus $y = x^4 + 4$

2. Persamaan differensial $\frac{dy}{dx} = 5x^4$ dengan syarat $x\ (0) = 5$, mempunyai penyelesaian khusus $y = x^5 + 5$

   Penyelesaian:

   $\frac{dy}{dx} = 5x^4$

   $dy = 5x^4 dx$ integralkan kedua ruas

   $\int dy = \int 5x^4 dx$

   $y = x^5 + C$

   Karena $x\ (0) = 5$ maka penyelesaian khusus $y = x^5 + 5$

3. Persamaan differensial $\frac{dy}{dx} = 6x^5$ dengan syarat $x\ (0) = 8$, mempunyai penyelesaian khusus $y = x^6 + 8$

   Penyelesaian:

   $\frac{dy}{dx} = 6x^5$

   $dy = 6x^5 dx$ integralkan kedua ruas

   $\int dy = \int 6x^5 dx$

   $y = x^6 + C$

   Karena $x\ (0) = 8$ maka penyelesaian khusus $y = x^6 + 8$

4. Persamaan differensial $\frac{dy}{dx} = 8x^7$ dengan syarat $x\ (0) = 6$, mempunyai penyelesaian khusus $y = x^8 + 6$

   Penyelesaian:

   $\frac{dy}{dx} = 8x^7$

   $dy = 8x^7 dx$ integralkan kedua ruas

   $\int dy = \int 8x^7 dx$

$y = x^8 + C$

Karena $x\ (0) = 6$ maka penyelesaian khusus $y = x^8 + 6$

iii. Solusi Singular, solusi ini merupakan penyelesain persamaan differensial yang tidak didapatkan dari hasil mensubstitusikan suatu nilai konstanta dari suatu solusi umumnya (Lumbantoruan, 2019e)

<u>Contoh</u>

1. Persamaan differensial $(y')^3 + xy' = y$ memiliki solusi umum $y = cx + c^3$, sedangkan PDB itu memiliki penyelesaian yaitu $y = -\frac{1}{6}x^3$, dan penyelesaian ini disebut dengan penyelesaian singular, karena tidak didapat dari hasil mensubstitusikan suatu nilai konstanta dari suatu solusi umumnya.
2. Persamaan differensial $(y')^4 + xy' = y$ memiliki solusi umum $y = cx + c^4$, sedangkan PDB itu memiliki penyelesaian yaitu $y = -\frac{1}{8}x^4$, dan penyelesaian ini disebut penyelesaian singular.
3. Persamaan differensial: $(y')^5 + xy' = y$ memiliki solusi umum $y = cx + c^5$, akan tetapi PDB tersebut juga memiliki penyelesaian lain $y = -\frac{1}{10}x^5$,, dan penyelesaian inilah yang disebut dengan penyelesaian singular.
4. Persamaan differensial: $(y')^6 + xy' = y$ memiliki solusi umum $y = cx + c^6$, akan tetapi PDB tersebut juga memiliki penyelesaian lain $y = -\frac{1}{12}x^6$,, dan penyelesaian inilah yang disebut dengan penyelesaian singular.

2.5. Kegiatan Pembelajaran 5. **Masalah Nilai Awal**

Pada subbab sebelumnya kita telah mempelajari solusi persamaan differensial dan jenisnya. Sebelum mengetahui apakah suatu persamaan differensial mempunyai solusi dan apakah solusinya tunggal, maka kita perlu mengetahui definisi dari masalah nilai awal. Pada solusi umum Persamaan Differensial, kebanyakan permasalahan yang kita dapat cantumkan n konstanta apabila diketahui suatu n dengan nilai $y(x_0).y'(x_0),\dots,y^{(n-1)}(x_0)$.

Apabila solusi umum Persamaan Differensial terdapat konstanta C diberikan nilai khusus yaitu 4,8,-6,0 dan sebagainya, sehingga didapat solusi khusus dari persamaan tersebut. Nilai khusus pada fungsi tersebut tergantung pada syarat awal yang terdapat pada fungsi tersebut. Jadi dapat disimpulkan bahwa suatu persamaan differensial yang memenuhi kondisi awal/syarat awal pada suatu fungsi persamaan differensial dinyatakan **masalah nilai awal** (Purwandari, 2008)**.**

Definisi

Pada masalah nilai awal untuk persamaan diferensial order-n $f(x, y, y', y'', \dots, y^n) = 0$ yakni menentukan solusi persamaan differensial pada interval I yang memenuhi n syarat awal di $x_0 \in I$ subset dari real

$y(x_0) = y_0, y'^{(x_0)} \ = y_1\dots, \dots\dots, y^{(n-1)}(x_0) = y_{(n-1)}$

Dimana $y_0, y_1, \dots, y_{n-1}$ konstanta yang diberikan.

Apabila syarat awal x_0 merupakan elemen dari interval I, berbeda contoh $x_0, x_1, \dots, x_{n-1}$, sehingga masalah nilai awal disebut masalah nilai batas.

Contoh

1. Tentukan solusi f dari suatu persamaan differensial $\frac{dy}{dx} = 3x^2$ sehingga di titik x = 1, solusi ini memiliki nilai 4.

   Penyelesaian:

   $$\frac{dy}{dx} = 3x^2 \ \rightarrow \ dy = 3x^2\ dx$$

   Jika di integralkan maka akan diperoleh

   $\int dy = \int 3x^2 dx \quad y = x^3 + c$ (solusi umum)

   Untuk menyelesaikan masalah nilai awal, maka harus didapat solusi khususnya

Karena syarat awal x = 1 dan y = 4

Sehingga diperoleh nilai C yaitu

$y = x^3 + C$

$4 = 1^3 + C$

$c = 3$

Sehingga, solusi dari $\frac{dy}{dx} = 3x^2$ nilai awal x = 0 dan $f(1)$ = 4 yakni $y = x^3 + 3$ (solusi khusus).

2. Tentukan solusi f dari persamaan differensial $\frac{dy}{dx} = 13x^{12}$ sehingga di titik x = 2, solusi ini memiliki nilai 10.

Penyelesaian:

$$\frac{dy}{dx} = 13x^{12} \;\; \rightarrow \; dy = 13x^{12}\, dx$$

Jika di integrasikan maka akan diperoleh:

$\int dy = \int 3x^2 dx \quad y = x^{13} + c$

Karena x = 2 dan y = 10

Sehingga diperoleh nilai C yaitu

$y = x^{13} + C$

$10 = 2^{13} + C$

$C = -8182$

Jadi solusi dari $\frac{dy}{dx} = 3x^2$ dengan nilai awal x = 0 dan $f(2)$ = 10 adalah $y = 13x^{12} - 8182$

3. Tentukan suatu solusi f dari persamaan differensial $\frac{dy}{dx} = 4x^3$ sehingga di titik x = 3, solusi ini memiliki nilai 10.

Penyelesaian:

$$\frac{dy}{dx} = 4x^3 \;\rightarrow\; dy = 4x^3 dx$$

Jika di integralkan maka akan diperoleh:

$\int dy = \int 4x^3 dx \quad y = x^4 + c$ (solusi umum)

Karena x = 3 dan y = 10

Sehingga diperoleh nilai C yaitu

$10 = x^4 + C$

$10 = 3^4 + C$

$c = -71$

Sehingga solusi dari $\frac{dy}{dx} = 4x^3$ nilai awal x = 0 dan $f(3)$ = 10 adalah $y = x^4 - 71$ (solusi khusus)

4. Tentukan solusi f dari persamaan differensial $\frac{dy}{dx} = 33x^{22}$ sehingga di titik x = 1, solusi ini memiliki nilai 4.

Penyelesaian:

$\frac{dy}{dx} = 33x^{32} \;\rightarrow\; dy = 33x^{22}\, dx$

Jika di integralkan akan diperoleh:

$\int dy = \int 33x^{32} dx \quad y = x^{33} + c$ (Solusi Umum)

Karena syarat awal x = 1 dan y = 4

Sehingga diperoleh nilai C yaitu

$4 = x^{33} + C$

$4 = 1^{33} + C$

$c = 3$

Sehingga solusi dari $\frac{dy}{dx} = 33x^{32}$, nilai awal x = 1 dan $f(2)$ = 2 adalah $y = x^{33} + 3$

Teorema A: Eksistensi Dan Keunikan

Pada theorema ni kita akan membahas tentang keunikan untuk masalah nilai awal yang menyatakan $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ dimana:

1. fungsi yang kontinu pada x dan y dibeberapa titik asal *D* di bidang xy disebut fungsi f
2. Turunan parsial $\frac{\partial f}{\partial y}$ merupakan fungsi kontinu pada *x* dan *y* titik asal *D*, dan apabila (x_0, y_0) merupakan suatu titik di domain *D* (Lumbantoruan, 2019a).

Sehingga terdapat suatu solusi pada persamaan differensial yakni $\emptyset$ yang terdefinisi di beberapa interval $|x - x_0| \leq h$, dengan *h* cukup kecil, yang memenuhi kondisi $\phi(x_0) = y_0$

Contoh

1. Buktikan bahwa masalah nilai awal $\frac{dy}{dx} = x^2 - xy^3 . y(1) = 6$ memiliki solusi tunggal!

   Penyelesaian:

   $$f(x, y) = x^2 - xy^3 \; d\text{an} \; \frac{\partial f}{\partial y} = -3xy^2,$$

   fungsi yang kontinu pada suatu segiempat yang terdapat titik (1,6), sehingga pernyataan 1 dipenuhi dan memiliki solusi tunggal pada suatu interval di sekitar $x = 1$ dengan bentuk $|x - 1| \leq h$ dengan *h* cukup kecil.

2. Apakah masalah nilai awal $\frac{dy}{dx} = x^3 - xy^4 . y(2) = 7$ memiliki solusi yang tunggal?

   Penyelesaian:

   $$f(x, y) = x^3 - xy^4 \; d\text{an} \; \frac{\partial f}{\partial y} = -4xy^3,$$

   Fungsi yang kontinu pada suatu segiempat yang terdapat titik (2,7) sehingga pernyataan 1 dipenuhi dan masalah nilai awal memiliki solusi tunggal.

3. Apakah masalah nilai awal $\frac{dy}{dx} = x^5 - xy^6. y(3) = 8$ mempunyai solusi yang tunggal?

   Penyelesaian:

   $f(x, y) = x^5 - xy^6$ dan $\dfrac{\partial f}{\partial y} = -6xy^5,$

   Fungsi yang kontinu pada suatu segiempat yang terdapat titik (3,8) dan pernyataan 1 dipenuhi sehingga memiliki solusi tunggal.

4. Apakah masalah nilai awal $\frac{dy}{dx} = x^7 - xy^8. y(4) = 9$

   mempunyai solusi yang tunggal?

   Penyelesaian:

   $f(x, y) = x^7 - xy^8$ dan $\dfrac{\partial f}{\partial y} = -8xy^7,$

   Fungsi yang kontinu pada suatu segiempat yang terdapat titik (4,9) dengan demikian pernyataan dari pernyataan 1 dipenuhi dan masalah nilai awal memiliki solusi tunggal.

<u>Contoh Soal</u>

1. Buktikan bahwa masalah nilai awal $\frac{dy}{dx} = 3y^{\frac{2}{3}}, y(2) = 0$ memiliki solusi yang tunggal!

   Penyelesaian:

   $f(x, y) = 3y^{\frac{2}{3}}$ sehingga $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 2y^{-\frac{1}{3}}$

   tetapi $\frac{\partial f}{\partial y}$ tidak kontinu dan tidak didefinisikan pada y = 0. Sehingga tidak terdapat segiempat yang memut titik (2,0) dimana f dan $\frac{\partial \mathrm{f}}{\partial \mathrm{y}}$ kontinu.

   Dikarena teorema 1 tidak dipenuhi, sehingga tidak memiliki solusi pada masalah nilai awal

2. Apakah masalah nilai awal $\frac{dy}{dx} = 4y^{\frac{3}{4}}, y(3) = 0$ mempunyai solusi yang tunggal

   Penyelesaian:

   $f(x, y) = 4y^{\frac{3}{4}}$ sehingga $\frac{\partial f}{\partial y} = 3y^{-\frac{1}{4}}$ tetapi $\frac{\partial f}{\partial y}$ tidak kontinu dan tidak didefinisikan pada y = 0. Sehingga tidak terdapat segiempat yang memut titik (3,0) dimana f dan $\frac{\partial f}{\partial y}$ kontinu.

   Dikarena teoremaa 1 tidak dipenuhi, sehingga tidak memiliki solusi pada masalah nilai awal

3. Apakah masalah nilai awal $\frac{dy}{dx} = 5y^{\frac{4}{5}}, y(4) = 0$ mempunyai solusi yang tunggal

   Penyelesaian:

   $f(x, y) = 5y^{\frac{4}{5}}$ sehingga $\frac{\partial f}{\partial y} = 4y^{-\frac{1}{5}}$ tetapi $\frac{\partial f}{\partial y}$ tidak kontinu dan tidak didefinisikan pada y = 0. Sehingga tidak terdapat segiempat yang memut titik (4,0) dimana f dan $\frac{\partial f}{\partial y}$ kontinu.

   Dikarena teoremaa 1 tidak dipenuhi, sehingga tidak memiliki solusi pada masalah nilai awal

4. Apakah masalah nilai awal $\frac{dy}{dx} = 10y^{\frac{9}{10}}, y(9) = 0$

   Penyelesaian:

   $f(x, y) = 10y^{\frac{9}{10}}$ sehingga $\frac{\partial f}{\partial y} = 9y^{-\frac{1}{10}}$ tetapi $\frac{\partial f}{\partial y}$ tidak kontinu dan tidak didefinisikan pada y = 0. Sehingga tidak terdapat segiempat yang memut titik (9,0) dimana f dan $\frac{\partial f}{\partial y}$ kontinu.

   Dikarenakan teoremaa 1 tidak dipenuhi, sehingga tidak memiliki solusi pada masalah nilai awal.

2.6. Kegiatan Pembelajaran 6. **Rangkuman**

- ✓ Persamaan Diferensial yaitu bentuk persamaan yang di dalamnya terdapat turunan satu atau lebih variable terikat terhadap satu atau lebih variable bebas suatu fungsi
- ✓ Apabila pada Persamaan Diferensial terdapat satu atau lebih turunan terhadap suatu variable tertentu, maka variable tersebut dikatakan variable bebas.
- ✓ Untuk menentukan orde suatu persamaan diferensial tergantung pada fungsi turunan di dalam persamaan diferensial tersebut.
- ✓ Disebut Persamaan Diferensial Parsial apabila dalam persamaan itu terdapat turunan biasa dari satu atau lebih fungsi sembarang terhadap satu atau lebih variable bebas
- ✓ Persamaan Diferensial biasa orde-n dapat disebut linear apabila fungsi tersebut linear pada variable terikat dan turunan-turunannya. Persamaan Diferensial biasa orde-n linear dituliskan sebagai:

$$a_0(x)y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \cdots + a_{n-1}(x)y' + a_n(x)y = F(x)$$
$$dengan\ a_0(x) \neq 0$$

- ✓ Persamaan differensial memiliki dua solusi. Dua solusi tersebut adalah solusi umum dan solusi khusus.
- ✓ Pada masalah nilai awal untuk persamaan diferensial order-n $f(x, y, y', y'', \dots, y^n) = 0$ yakni menentukan solusi persamaan differensial pada interval I yang memenuhi n syarat awal di $x_0 \in I$ subset dari real

2.7. Kegiatan Pembelajaran 7. **Soal Diskusi Kelompok**

Untuk soal 1-5 klasifikasikan persamaan differensial di bawah ini.

1. $2y''' + 5y' + 2xy = 3$

Jawab:

Klasifikasi persamaan differensial dari $2y''' + 5y' + 2xy = 3$ adalah

a. Orde : 3
b. Derajat : ….
c. Koefisien : ….
d. Kehomogenan : ….

2. $y'' + 3t^3y'' - \cos t = 0$

Jawab:

Klasifikasi persamaan differensial dari $y'' + 3t^3y'' - \cos t = 0$ adalah

a. Orde : ….
b. Derajat : 1
c. Koefisien : ….
d. Kehomogenan : Homogen

3. $y''' + 3(y'')^2 + y' = \sin x$

Jawab:

Klasifikasi persamaan differensial dari $y''' + 3(y'')^2 + y' = \sin x$ adalah

a. Orde : ….
b. Derajat : 2
c. Koefisien : ….
d. Kehomogenan : ….

4. $x^2y'' + 2 + 2xy' + 2y = 3x^3$

Jawab:

Klasifikasi persamaan differensial dari $x^2y'' + 2 + 2xy' + 2y = 3x^3$ adalah

a. Orde : ….
b. Derajat : ….
c. Koefisien : ….
d. Kehomogenan : Non Homogen

5. $y' - y^5 = \cos x$

Jawab:

Klasifikasi persamaan differensial dari $y' - y^5 = \cos x$ adalah

a. Orde : ….
b. Derajat : ….
c. Koefisien : Konstanta
d. Kehomogenan : ….

Dalam soal 6 - 10 ubahlah persamaan differensial dibawah ini dengan notasi lain

6. $\frac{d^4y}{dx^4} + y^2 = 0$
   Jawab:
   Notasi lain dari $\frac{d^4y}{dx^4} + y^2 = 0$ adalah $y^{\cdots} + \; \ldots.^2 = 0$

7. $\sin xy \; \frac{dy}{dx} + \cos \frac{d^2y}{dx^2} = 0$
   Jawab:
   Notasi lain dari $\sin xy \; \frac{dy}{dx} + \cos \frac{d^2y}{dx^2} = 0$ adalah $\sin xy$ ...$^{\cdots\cdots} + \cos \ldots.^{\cdots\cdots} = 0$

8. $\frac{d^4y}{dx^4} + 3\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^5 + 5y = 0$

   Jawab:

   Notasi lain dari $\frac{d^4y}{dx^4} + 3\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^5 + 5y = 0$ adalah $y^{\cdots\cdot} + 3(\ldots.^2)^5 + 5y = 0$

9. $\frac{dy}{dx} + x^2y = xe^x$

   Jawab:

   Notasi lain dari $\frac{dy}{dx} + x^2y = xe^x$ adalah $\ldots.' + x^2y = xe^x$

10. $\frac{d^3y}{dx^3} + 4\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 3y = \sin x$

    Jawab:

    Notasi lain dari $\frac{d^3y}{dx^3} + 4\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 3y = \sin x$ adalah $y^{\cdots\cdots} + 4$ ...$^{\cdots\cdot} - 5y^{\cdots\cdot} + 3y = \sin x$

Untuk soal 11 - 15, Carilah penyelesaian khususnya.

11. Persamaan Differensial $\frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dx}} = 19x^{20}$ dengan $x\,(0) = 6$.
    Jawab:
    Dengan syarat $x\,(0) = 6$, sehingga memiliki penyelesaian khusus yaitu $y = x^{\cdots} + \cdots$

12. Persamaan Diferensial $\frac{dy}{dx} = 21x^{21}$ dengan $x\,(0) = 12$.
    Jawab:
    Dengan syarat $x\,(0) = 12$, sehingga memiliki penyelesaian khusus yaitu $y = x^{\cdots} + \cdots$

13. Persamaan Diferensial $\frac{dy}{dx} = 22x^{22}$ dengan $x\,(0) = 36$.
    Jawab:

Dengan syarat $x\ (0) = 36$, sehingga memiliki penyelesaian khusus yaitu $y = x^{\cdots} + \cdots$

14. Persamaan Diferensial $\frac{dy}{dx} = 23x^{23}$ dengan $x\ (0) = 72$.
    Jawab:
    Dengan syarat $x\ (0) = 72, sehingga$ memiliki penyelesaian khusus yaitu $y = x^{\cdots} + \cdots$

15. Persamaan Diferensial $\frac{dy}{dx} = 24x^{24}$ dengan $x\ (0) = 144$.
    Jawab:
    Dengan syarat $x\ (0) = 144$, sehingga memiliki penyelesaian khusus yaitu $y = x^{\cdots} + \cdots$

Untuk soal 16- 20 carilah suatu solusi f dari persamaan diferensial

16. Persamaan Diferensial $\frac{dy}{dx} = 2x$. Sehingga x = 2, solusi ini mempunyai nilai 20.
    Jawab:

    $\frac{dy}{dx} = 2x \ \rightarrow \ dy = 2x\ dx$ sehingga

    $$\int dy = \int 2xdx \quad y = x^{\cdots} + c$$

    Untuk x = … dan y = …
    Sehingga diperoleh nilai C yaitu
    $y = x^{\cdots} + C$
    ... $= 2^{\cdots} + C$
    $c = 16$

    Jadi solusi dari $\frac{dy}{dx} = 2x$
    nilai awal x = 0 dan $f(2)$ = 20 adalah $y = x^{\cdots} + \cdots$

17. PD $\frac{dy}{dx} = 3x^2$ sehingga di titik x = 3, adalah 72.
    Jawab:

    $\frac{dy}{dx} = 3x^2 \ \rightarrow \ dy = 3x^2\ dx$ sehingga

    $\int dy = \int 3x^2 dx \quad y = x^{\cdots} + c$

    Untuk x = … dan y = …
    Sehingga diperoleh nilai C yaitu
    $y = x^{\cdots} + C$
    ... $= 3^{\cdots} + C$
    $c = 45$
    Jadi solusi dari $\frac{dy}{dx} = 3x^2$
    nilai awal x = 0 dan $f(3)$ = 72 adalah $y = x^{\cdots} + \cdots$

18. Persamaan Diferensial $\frac{dy}{dx} = 13x^{14}$ sehingga di titik x = 1, solusi ini 10.

Jawab:

$\frac{dy}{dx} = 14x^{13} \ \rightarrow \ dy = 14x^{13}\ dx$ sehingga

$\int dy = \int 14x^{13} dx \quad y = x^{\cdots} + c$

Untuk x = … dan y = …

Sehingga diperoleh nilai C yaitu

$y = x^{\cdots} + C$

... $= 1^{\cdots} + C$

$c = 9$

Jadi solusi dari $\frac{dy}{dx} = 14x^{13}$

nilai awal x = 0 dan $f(1)$ = 10 yaitu $y = x^{\cdots} + \cdots$

19. Persamaan Diferensial $\frac{dy}{dx} = 11x^{12}$ sehingga x = 2, solusi ini mempunyai nilai 400.

Jawab:

$\frac{dy}{dx} = 12x^{11} \ \rightarrow \ dy = 12x^{11}\ dx$ sehingga

$\int dy = \int 12x^{11} dx \quad y = x^{\cdots} + c$

Untuk x = … dan y = …

Sehingga diperoleh nilai C yaitu

$y = x^{\cdots} + C$

... $= 2^{\cdots} + C$

$c = 3696$

Jadi solusi dari $\frac{dy}{dx} = 12x^{11}$

nilai awal x = 0 dan $f(2)$ = 400 adalah $y = x^{\cdots} + \cdots$

20. Persamaan Diferensial $\frac{dy}{dx} = 33x^{32}$ sehingga di titik x = 1, yaitu 2.

Jawab:

$\frac{dy}{dx} = 33x^{32} \ \rightarrow \ dy = 33x^{32}\ dx$ sehingga

$\int dy = \int 33x^{32} dx \quad y = x^{\cdots} + c$

Untuk x = … dan y = …

Sehingga diperoleh nilai C yaitu

$y = x^{\cdots} + C$

... $= 1^{\cdots} + C$

$c = 1$

Jadi solusi dari $\frac{dy}{dx} = 33x^{32}$

nilai awal x = 0 dan $f(1)$ = 2 yaitu $y = x^{\cdots} + \cdots$

2.8. Kegiatan Pembelajaran 8. **Soal Latihan Mandiri**

Untuk soal 1-5, Buatlah Persamaan Diferensial dibawah ini dalam bentuk notasi lainnya!

1. $y'' - 4y'' = 6$
2. $\frac{d^3y}{dt^3} - 3\frac{dy}{dt} = 0$
3. $\frac{dz}{dx} = z + x\frac{dz}{dx}$
4. $(y''')^2 + (y'')^3 + 2xy = 6$
5. $xy\frac{d^2y}{dx^2} - y^2 \sin x = 0$

Untul soal 6-10, Tentukan nilai orde atau tingkat dan derajat dari Persamaan Diferensial di bawah ini!

6. $\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = e^x$
7. $x(y'')^2 + (y')^3 - y = 0$
8. $3x\left(\frac{dy}{dx}\right) + 2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 = 3x$
9. $xy\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) - y^2 \sin x = 0$
10. $c^2\frac{d^4u}{dx^4} + \frac{d^2u}{dt^2} = 0$

Untuk soal 11-14, Tentukanlah Persamaan Diferensial dibawah ini berdasarkan nilai variabelnya dan jabarkan!

11. $6y''' + 3y' = e^x\,; y(3) = 3\,; y(3) = 4$
12. $5y'' + 2y' = e^x\,; y(-1) = 3\,; y(2) = 7$
13. $y''' - 2y' = \sin x\ ; y(4) = 3\,; y(4) = 2$
14. $y'' - y' \sin x = e^x\,; y(-2) = 1\,; y(1) = 1$

Untuk soal 15-20, Klasifikasikan Persamaan Diferensial berikut ini! Apakah merupakan Persamaan Biasa atau Persamaan Differensial Parsial? Tentukan juga variable terikat dan variable bebasnya!

15. $(y - x)dx + 4xdy = 0$

16. $x^3\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)+x\left(\frac{dy}{dx}\right)-5y=e^x$

17. $\left(\frac{d^5y}{dx^5}\right)^2+x^3\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)+x\left(\frac{dy}{dx}\right)=xe^x$

18. $x^2dy+y^2dx=0$

19. $\frac{d^3t}{ds^3}+3\left(\frac{d^2t}{ds^2}\right)^5+3t=0$

20. $\frac{d^3y}{dx^2}+y\sin x=0$

21. Tunjukan bahwa $y=x^{13}+Px+Q$ merupakan solusi dari persamaan differensial $\frac{d^2y}{x^2}=156x^{11}$

22. Tunjukan bahwa $y=x^{11}+Mx+N$ merupakan solusi dari persamaan differensial $\frac{d^2y}{x^2}=90x^8$

23. Tunjukan bahwa $y=x^{12}+Mx^6+N$ merupakan solusi dari persamaan differensial $\frac{d^2y}{x^2}=132x^{10}+30x^4$

24. Persamaan differensial $\frac{dy}{dx}=\frac{17y}{x}$ mempunyai penyelesaian umum $y=Cx^{17}$

25. Persamaan differensial $\frac{dy}{dx}=\frac{20y}{x}$ mempunyai penyelesaian umum $y=Cx^{20}$

26. Persamaan differensial $\frac{dy}{dx}=\frac{24y}{x}$ mempunyai penyelesaian umum $y=Cx^{24}$

27. Apakah $f(x)=2\sin x+3\cos x$ adalah solusi eksplisit dari persamaan differensial yaitu $\frac{d^2y}{x^2}+y=0$ untuk $x\in R$?

28. Apakah masalah nilai awal $\frac{dy}{dx}=x^8-xy^9.\,y(5)=10$ mempunyai solusi yang tunggal?

29. Apakah masalah nilai awal $\frac{dy}{dx}=x^9-xy^{10}.\,y(6)=12$ mempunyai solusi yang tunggal?

30. Tunjukkan bahwa $x^5+3xy^2=1$ adalah solusi implisit dari persamaan differensial $2xy\frac{dy}{dx}+x^2y^2=0$ pada interval $0<x<1$

INDEKS

GLOSARIUM

Derajat

Pangkat dari suku derivative tertinggi yang terdapat pada persamaan diferensial

Diferensial

Tingkat perubahan suatu fungsi atas adanya perubahan variable bebas dari fungsi tersebut

Eksplisit

Sebuah persamaan yang mana variabel terikat dan variabel bebasnya terpisah pada ruas yang berbeda

Homogen

Suatu persamaan linear dimana suku yang memuat konstanta adalah nol

Implisit

Sebuah persamaan yang mana variabel terikat dan variabel bebasnya tidak dapat dipisahkan

Interval

Himpunan bilangan-bilangan real yang ditunjukkan sebagai suatu pasangan berurut dan dinyatakan dalam suatu pertidaksamaan

Koefisien

Faktor perkalian dalam beberapa suku dari sebuah polinomial, deret, atau ekspresi; biasanya berupa angka, tetapi bisa juga ekspresi apa pun (termasuk variabel seperti a, b dan c)

Konstan

Suatu nilai tetap, berlawanan dengan variabel yang berubah-ubah

Konstanta

Nilai yang tidak berubah, meskipun sering kali tidak diketahui atau tidak ditentukan

Kontinu

Mempunyai nilai di semua titik atau pada selang titik yang ditentukan

Linear

Sebuah persamaan aljabar yang tiap sukunya terdapat konstanta atau perkalian konstanta dengan variable tunggal.

Masalah Nilai Awal

Sebuah masalah yang melibatkan satu atau lebih fungsi yang tidak diketahui beserta turunan-turunannya dalam sebuah persamaan yang memenuhi syarat awal yang diberikan

Nilai Batas

Persamaan diferensial biasa bersama-sama dengan kon- disi yang melibatkan nilai-nilai solusi atau turunannya di dua titik atau lebih

Notasi

Sistem representasi simbolis dari objek dan ide matematika

Orde

Pangkat yang tertinggi dari suatu turunan dalam persamaan diferensial.

Pangkat

Bentuk perkalian antara suatu bilangan dengan bilangan itu sendiri

Persamaan Diferensial

Bentuk persamaan yang di dalamnya terdapat turunan satu atau lebih variable terikat terhadap satu atau lebih variable bebas suatu fungsi

Relasi

Suatu yang menyatakan hubungan atau kaitan yang khas antara dua himpunan

Solusi Khusus

Solusi yang bebas atau tidak terdapat dari sembarang konstan

Solusi Singular

Solusi penyelesain persamaan diferensial yang tidak didapatkan dari hasil mensubstitusikan suatu nilai konstanta dari suatu solusi umumnya

Solusi Umum

Solusi yang memuat semua solusi baik secara eksplisit maupun implisit yang terdapat pada suatu batas interval

Turunan

Pengukuran terhadap bagaimana fungsi berubah seiring perubahan nilai masukan

Variabel

Nilai yang dapat berubah dalam suatu cakupan soal atau himpunan operasi yang diberikan

Variabel Bebas

Suatu variabel yang apabila dalam suatu waktu berada bersamaan dengan variabel lain,maka akan dapat berubah dalam keragamannya

Variabel Terikat

Suatu variabel yang dapat berubah karena pengaruh variabel bebas

DAFTAR PUSTAKA

Drs.Sardjono, S. U. (n.d.). *Persamaan Diferensial: Pengertian, Asal Mula dan Penyelesaian* (pp. 1–37).

Fitri Monika Sari, Yundari, H. (2017). PENYELESAIAN NUMERIK PERSAMAAN DIFERENSIAL LINEAR HOMOGEN DENGAN KOEFISIEN KONSTAN MENGGUNAKAN METODE ADAMS BASHFORTH MOULTON. *Citra:Jurnal Ilmu Komunikasi*, *5*(2), 125–134. https://doi.org/10.31479/citra.v5i2.28

KONSEP DASAR PERSAMAAN DIFERENSIAL (p. 9). (2013). http://sigitkus.lecture.ub.ac.id/files/2013/05/BAB-I-KONSEP-DASAR-PERSAMAAN-DIFERENSIAL.pdf

Lestari, D. (2013). *Diktat Persamaan Diferensial*. 41. http://staffnew.uny.ac.id/upload/198505132010122006/pendidikan/Modul+Persamaan+Diferensialx.pdf

Lumbantoruan, J. H. (2016). *Turunan* (Vol. 0).

Lumbantoruan, J. H. (2018). *PENGEMBANGAN BAHAN AJAR INTEGRAL TAK TENTU BERBASIS MODEL SMALL GROUP DISCUSSION DI PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA FKIP UKI TAHUN 2016/2017*. *10*, 390. https://doi.org/10.51212/jdp.v10i2.610

Lumbantoruan, J. H. (2019a). *BMP Persamaan Diferensial*. http://repository.uki.ac.id/id/eprint/1659

Lumbantoruan, J. H. (2019b). *BUKU MATERI PEMBELAJARAN GEOMETRI 1*.

Lumbantoruan, J. H. (2019c). *BUKU MATERI PEMBELAJARAN MATEMATIKA DASAR*.

Lumbantoruan, J. H. (2019d). *Integral Tak-Tentu Jilid I*.

Lumbantoruan, J. H. (2019e). *Integral Tentu Jilid II*.

Lumbantoruan, J. H. (2021). *Mata Kuliah : Persamaan Differensial*.

Murtafi'ah, Wasilatul dan Apriandi, D. (2018). *Persamaan Diferensial Biasa dan Aplikasinya*. *September*, 283.

Nurputri, A., Agustina, L., Hernawati, S., & Kartika, H. (2017). *Pengoperasian Aturan Rantai Menggunakan Notasi Leibniz serta Aplikasinya*. *January*, 0–5.

Nuryadi. (2018). *Pengantar Persamaan Diferensial Elementer dan Penerapannya* (1st ed.).

Purwandari, Y. (2008). *PENYELESAIAN NUMERIS MASALAH NILAI BATAS*. 6–66.

Rochmad. (2016). Bahan Ajar Persamaan Diferensial. In *Academia.edu* (pp. 1–53).