BMP.UKI:JHS-O1-TPK-PM-III-2019

BUKU MATERI PEMBELAJARAN
TEORI PELUANG DAN KOMBINATORIKA

Disusun Oleh :
Jitu Halomoan Lumbantoruan, S.Pd., M.Pd

Program Studi Pendidikan Matematika
Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan
Universitas Kristen Indonesia
2019

KATA PENGANTAR

Mengucap syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa karena pertolongan-Nya saya dapat menyelesaikan Buku Materi Pembelajaran “TEORI PELUANG”. Meskipun banyak rintangan dan hambatan dalam proses pembuatan Buku Materi Pembelajaran ini, tetapi Puji Tuhan di dalam pembuatan Buku Materi Pembelajaran ini saya berhasil menyelesaikannya dengan baik.

Adapun tujuan penyusunan ini adalah untuk memenuhi kebutuhan dasar pembaca dan mahasiswa. Penyusunan Buku Materi Pembelajaran ini tentu tidak terlepas dari dukungan berbagai pihak, baik berupa dukungan materi maupun moril. Penulis menyadari bahwa Buku Materi Pembelajaran ini jauh dari kata sempurna dan banyak kekurangan sehingga penulis membutuhkan kritik dan saran yang bersifat positif untuk menyempurnakan Buku Materi Pembelajaran ini. Semoga Buku Materi Pembelajaran ini dapat bermanfaat bagi para pembaca dan pada umumnya mahasiswa. Akhir kata saya ucapkan terimakasih dan salam buat kita semua.

Jakarta,10 September 2019

Jitu Halomoan Lumban toruan, S.Pd., M.Pd

PETUNJUK PENGGUNAAN BUKU MATERIPEMBELAJARAN

Penjelasan Bagi Mahasiswa

1. Bacalah Buku Materi Pembelajaran ini dengan seksama mulai dari kata pengantar sampai dengan latihan soal, kemudian pahami seluruh materi yang termuat di dalamnya.
2. Bacalah dengan seksama tujuan akhir antara untuk mengetahui apa yang akan diperoleh setelah mempelajari materi ini.
3. Buku Materi Pembelajaran ini memuat informasi tentang apa yang harus Anda lakukan untuk mencapai tujuan antara pembelajaran.
4. Pelajari dengan seksama materi tiap kegiatan belajar, jika ada informasi yang kurang jelas atau mengalami kesulitan dalam mempelajari setiap materi, sebaiknya berkonsultasi pada pengajar.
5. Perhatikan langkah-langkah dalam melakukan pekerjaan dengan benar untuk mempermudah dalam memahami suatu proses pekerjaan.
6. Kerjakan soal-soal dalam cek kemampuan untuk mengukur sampai sejauh mana pengetahuan yang telah Anda miliki.
7. Selesaikan semua latihan soal yang terdapat di dalam modul ini agar pemahaman anda berkembang dengan baik.

8. Setiap mempelajari satu sub kompetensi, anda harus mulai dari menguasai pengertian-pengertian dalam uraian materi, melaksanakan tugas-tugas dan mengerjakan latihan soal.
9. Dalam menyelesaikan latihan soal, anda tidak diperkenankan berdiskusi dengan teman anda sebelum selesai mengerjakan latihan soal dan diskusi kelompok.
10. Membahas hasil pekerjaan anda dengan teman sekelas dalam bentuk kelompok dan kerjakan soal diskusi kelompok.

KESEPAKATAN KONTRAK PERKULIAHAN MATA KULIAH

TEORI PELUANG PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA FKIP-UKI SEMESTER GANJIL/III TAHUN AKADEMIK 2019/2020

Dengan ini kami bersepakat bahwa;

1. Batas keterlambatan masuk kuliah adalah 15 menit, jika **mahasiswa** terlambat maka mahasiswa diperkenankan masuk kelas namun **TIDAK** dapat mengisi presensi kuliah. Sebaliknya, jika **dosen** terlambat 15 menit maka seluruh mahasiswa boleh mengisi presensi kuliah. Selanjutnya, apabila keterlambatan lebih dari 15 menit maka dosen akan memberikan tugas mandiri dan mahasiswa mengisi presensi kuliah (presensi kuliah tidak berlaku bagi mahasiswa yang tidak hadir).
2. Apabila mahasiswa dan dosen tidak dapat hadir (karena sakit, ijin, atau keperluan tertentu), maka yang bersangkutan WAJIB memberikan informasi satu hari sebelumnya (jika mahasiswa) kepada dosen pengampu mata kuliah (Jitu Halomoan Lumbantoruan, M.P.d, 081219553697))

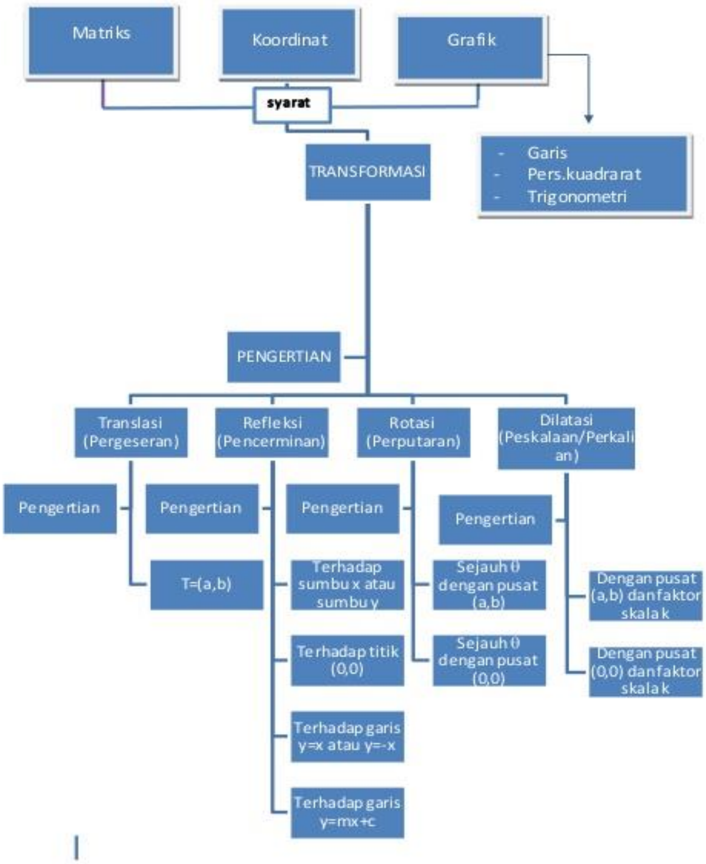
   Catatan: apabila sakit (sertakan surat dari dokter) dan jika izin (sertakan surat dari orangtua/lembaga).

3. Mahasiswa **TIDAK DIPERKENANKAN** untuk memakai kaos dan blus (oblong atau berkerah) dan harus menggunakan kemeja dan celana bahan/rok (untuk wanita).
4. Pengumpulan tugas harus tepat waktu sesuai dengan arahan dosen. Apabila ada tugas (mandiri atau kelompok) yang diberikan dosen kepada mahasiswa, maka dosen ybs akan mengirimkannya kepada

ketua kelas *(Kaleb, ksamalinggai@gmail.com)*. Demikian kesepakatan ini kami buat, semoga kami melakukannya dengan baik tanpa ada paksaan dari pihak manapun. Tuhan memberkati.

Mengetahui,	Jakarta, 6 Maret 2019
Kaprodi Pendidikan Matematika	Dosen Pengampu,
Stevi Natalia, M.Pd.	Jitu Halomoan L,M.Pd

Peta Kompetensi Mata Kuliah Teori Peluang



DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

MODUL 1

Peluang Suatu Kejadian dan Komplemen

Capaian Pembelajaran	Uraian Materi
Memahami konsep Peluang Suatu Kejadian dan Komplemen	1. Mengerti materi Peluang Suatu Kejadian dan Komplemen 2. Menyelesaikan soal diskusi kelompok meteri Peluang Suatu Kejadian dan Komplemen 3. Menyelesaikan soal latihan mandiri materi Peluang Suatu Kejadian dan Komplemen

Tujuan Pembelajaran

1. Mampu mengerti materi Peluang Suatu Kejadian dan Komplemen
2. Mampu menyelesaikan soal diskusi kelompok meteri Peluang Suatu Kejadian dan Komplemen
3. Mampu menyelesaikan soal latihan mandiri materi Peluang Suatu Kejadian dan Komplemen

MODUL 1

Peluang Suatu Kejadian dan Komplemen

1.1 Kegiatan Pembelajaran 1. Pengertian Teori Peluang

Teori Peluang dikemukakan oleh Chevalier de Mere yang merupakan bangsawan asal Perancis tahun 1601-1665. Chevalier mengajukan beberapa pertanyaan kepada Blaise Pascal. Pertanyaan-pertanyaan tersebut lalu dikembangkan kembali oleh Pascal dan Fermat menjadi sebuah teori Peluang yang dipakai sampai sekarang.

Peluang adalah harapan terjadinya suatu kejadian yang akan berlaku atau telah terjadi. Peluang memiliki keterkaitan antara konsep kesempatan (kemungkinan) dengan kejadian. Jika mendapatkan peluang besar maka kesempatan yang terjadi juga akan besar, jika mendapatkan peluang kecil maka kesempatan yang terjadi juga akan kecil.

Peluang juga dapat disebut sebagai probabilitas yang artinya sebagai ilmu kemungkinan. Peluang memiliki ruang dan titik sampel. Ruang sampel artinya hasil percobaan dari semua kemungkinan yang telah terjadi sedangkan titik sampel artinya anggota-anggota dari ruang sampel yang akan muncul. Teori peluang merupakan cabang ilmu matematika yang berdasarkan konsep kombinatorik yang digunakan untuk ilmu statistika.

1.1.1 Ruang Sampel dan Percobaan

Ruang sampel merupakan himpunan dari semua kemungkinan yang telah terjadi pada suatu percobaan. Peristiwa merupakan himpunan bagian dari ruangsampel.

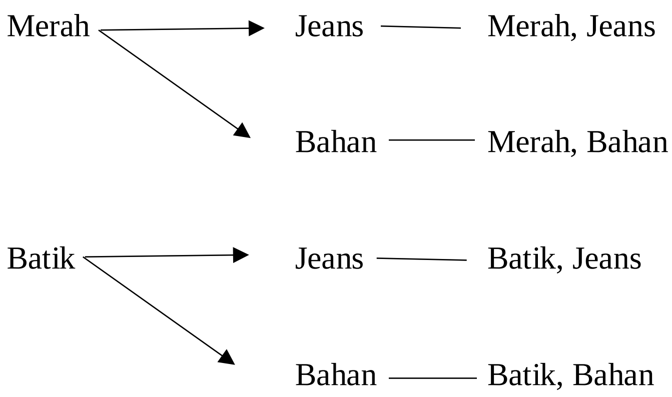
1. Peristiwa sederhana : Hanya memuat 1 elemen.

2. Peristiwa bersusun : Gabungan dari peristiwa-peristiwa sederhana.
3. Jika hasil suatu percobaan termasuk dalam himpunan A maka peristiwa tersebut telah terjadi.

Contoh 1

Katrina mempunyai 2 buah baju berwarna merah dan batik. Katrina juga memiliki 2 buah celana jeans dan bahan yang berbeda. Ada berapa pasang baju dan celana dapat dipakai dengan pasangan yang berbeda?

Jawaban :



Jadi, banyaknya pasangan baju dan celana secara bergantian sebanyak $2 \times 2 = 4$ cara.

Contoh 2

Dalam pelemparan 3 uang logam sekaligus. Jika sisi uang logam tersebut terdiri dari dua sisi yaitu sisi gambar dan sisi angka, maka peluang sedikit yang muncul dari satu sisi gambar adalah ?

Jawaban :

G merupakan sisi gambar dan A merupakan sisi gambar.

Diketahui banyaknya sisi gambar dan sisi angka akan muncul :

(AAA, AAG, AGA, GAA, AGG, GAG, GGA, GGG) maka n(S) = 8

Peluang satu sisi gambar yang muncul tanpa gambar, yaitu : AAA = 1

Peluang satu sisi gambar yang muncul paling sedikit = $1 - \frac{1}{8} = \frac{8}{8} - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

Jadi, paling sedikit peluang muncul satu sisi gambar adalah $\frac{7}{8}$

1.1.2 Peluang Suatu Kejadian

Pengertian dari peluang komplemen dari suatu kejadian adalah suatu kejadian yang berlawanan dengan kejadian yang ada. Komplemen dari kejadian A merupakan himpunan dari seluruh kejadian yang tidak termasuk A. Komplemen dari kejadian A dapat ditulis sebagai A^c. Peluang yang terdapat pada suatu kejadian hanya memiliki 1, artinya kesempatan atau kemungkinan yang terdapat pada peluang tersebut dapat dilakukann sebanyak tiga kali untuk menentukan terjadi atau tidak terjadi peristiwa tersebut.

Rumus dari Peluang Suatu Kejadian :

Jika diketahui suatu kejadian dinotasikan A dengan ruang sampel dinotasikan S, maka peluang kejadian A, dinotasikan P (A), sebagai berikut :

$$\mathbf{P}\ (\mathbf{A}) = \frac{\boldsymbol{n(A)}}{\boldsymbol{n(S)}} = \frac{\boldsymbol{banyak\ cara\ terjadinya\ kejadian\ A}}{\boldsymbol{banyak\ semua\ kemungkinan}}$$

Contoh 1

Pada pelemparan 3 buah uang sekaligus, tentukan peluang muncul:

a) Ketiga sisi gambar
b) 1 angka dan 2 gambar

Jawaban :

a) S = {AAA, AAG, AGA, GAA, AGG, GAG, GGA, GGG}

Maka n(S) = 8

Misalnya, kejadian ketiga sisi angka adalah B = {AAA} maka n(B) = 1

P (A) $= \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{8}$

b) Misalnya, satu angka dan dua gambar adalah A = {AAG, AGA, GAA} maka n(A) = 3

P (B) $= \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{8}$

Contoh 2

Vina mengikuti acara lari santai dengan *doorprize* 4 buah sepeda motor. Jika lari santai tersebut diikuti oleh 800 orang. Berapakah peluang Vina untuk mendapatkan doorprize sepeda motor?

Jawaban :

S = semua peserta lari santai maka n(S) = 800 orang

Misalnya, kejadian Vina mendapatkan motor adalah A.

A= {Motor 1, Motor 2, Motor 3, Motor 4}maka n(A) = 4

P (A) $= \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{800} = \frac{1}{200}$

Jadi, peluang Vina mendapatkan *doorprize* sepeda motor adalah $\frac{1}{200}$

Contoh 3

Ajeng mengikuti acara seminar karya tulis “Hidup Sehat dengan Bersepeda” untuk mendapatkan *doorprize* yaitu, 12 buah sepeda gunung. Jika acara tersebut diikuti oleh 4800 orang. Berapakah peluang Ajeng untuk mendapatkan doorprize sepeda gunung tersebut ?

Jawaban :

S = semua peserta acara seminar karya tulis maka n(S) = 4800 orang

Misalnya, kejadian Ajeng mendapatkan sepeda gunung adalah A.

A= {sepeda gunung 1, sepeda gunung 2, sepeda gunung 3, sepeda gunung 4, sepeda gunung 5, sepeda gunung 6, sepeda gunung 7, sepeda gunung 8, sepeda gunung 9, sepeda gunung 10, sepeda gunung 11, sepeda gunung 12} maka n(A) = 12

P (A) $= \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12}{4800} = \frac{1}{400}$

Jadi, peluang Vina mendapatkan *doorprize* sepeda motor adalah $\frac{1}{400}$

1.1.3 Frekuensi Harapan suatu Kejadian

Frekuensi harapan berasal dari sejumlah kejadian yang merupakan banyaknya, dari kejadian yang dapat dikalikan dengan peluang kejadian itu sendiri. Misalnya pada percobaan A dilakukan n kali maka dapat ditulis sebagai berikut :

$$\boldsymbol{F_h = n\ x\ P(A)}$$

Contoh 1

Pada percobaan pelemparan 4 mata uang logam sekaligus sebanyak 100 kali. Tentukan frekuensi harapan munculnya 2 gambar dan 2 angka !

Jawaban :

S = 16

A = 6

$$F_h = 100\ x \frac{6}{16} = 37{,}5$$

Contoh 2

Pada percobaan pelemparan 8 mata uang logam sekaligus sebanyak 120 kali. Tentukan frekuensi harapan munculnya 4 gambar dan 4 angka !

Jawaban :

S = 64

A = 12

$$F_h = 100\ x\,\frac{12}{16} = 75$$

Contoh 3

Pada percobaan pelemparan 3 mata uang logam sekaligus sebanyak 320 kali. Tentukan frekuesnsi harapan munculnya 2 gambar dan satu angka.

Jawaban :

S = {AAG, AAG, AGA, GAA, AGG, GAG, GGA, GGG} maka n(S) = 8

A = {AGG, GAG, GGA} maka n(A) = 3

$$F_h\ = n\ x\ P(A) = 270\ x\,\frac{n(A)}{n(S)}$$

$$= 320\ x\,\frac{3}{8} = \ 120 \text{ kali}$$

1.1.4 Kejadian Majemuk

Kejadian Majemuk merupakan dua atau lebih kejadian yang dapat dioperasikan sehingga membentuk kejadian baru. Misalnya, suatu kejadian E dan kejadian komplemen E' sehingga memenuhi persamaan, sebagai berikut :

P(E) + P(E^c) = 1 atau P(E') = 1 – P(E)

Contoh 1

Dari seperangkat kartu remi (bridge) diambil secara acak satu lembar kartu. Tentukan peluang terambilnya kartu bukan AS !

Jawaban :

Banyaknya kartu = n(S) = 52

Banyaknya kartu AS = n(E)= 4 maka P(E) = $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

Peluang bukan As = P(E$^{'}$) = 1 – P(E) = $1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$

Contoh 2

Seperangkat kartu Uno diambil secara acak satu lembar kartu. Tentukan peluang terambilnya kartu bukan kartu ajaib (kartu yang berisikan 4 warna) !

Jawaban :

Banyaknya kartu = n(S) = 48

Banyaknya kartu AS = n(E)= 8 maka P(E) = $\frac{7}{48} = \frac{1}{6}$

Peluang bukan As = P(E$^{'}$) = 1 – P(E) = $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

1.1.5 Peluang Saling Lepas

Penjumlahan Peluang :

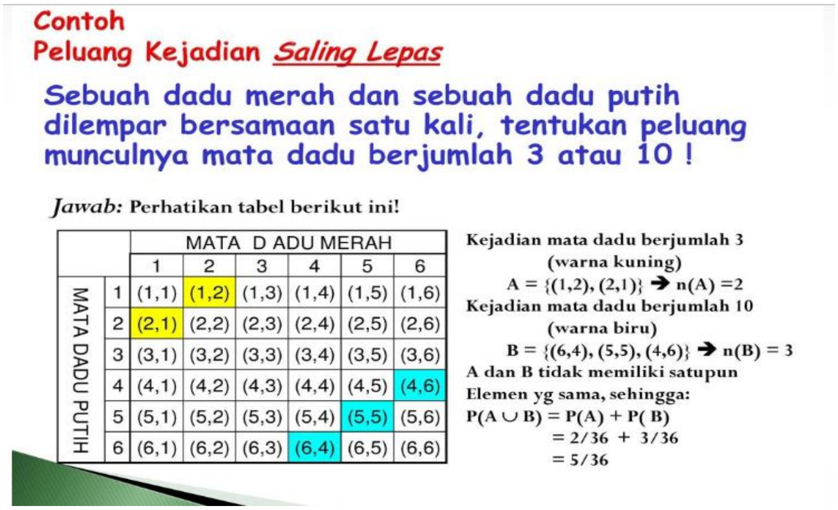
Dari dua kejadian A dan B saling lepas jika tidak ada satupun elemen B. untuk dua kejadian saling lepas, peluang salah satu A atau b terjadi, ditulis : $\mathbf{P}\ (\mathbf{A} \cup \boldsymbol{B}) = \boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}) + \boldsymbol{P}(\boldsymbol{B})$

Jika A dan B tidak saling lepas maka $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}) = \boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}) + \boldsymbol{P}(\boldsymbol{B}) - \boldsymbol{P}(\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B})$

Contoh 1 Peluang Kejadian Saling Lepas

Sebuah dadu merah dan sebuah dadu putih dilempar bersamaan satu kali. Tentukan peluang munculnya mata dadu berjumlah 3 atau 10 !

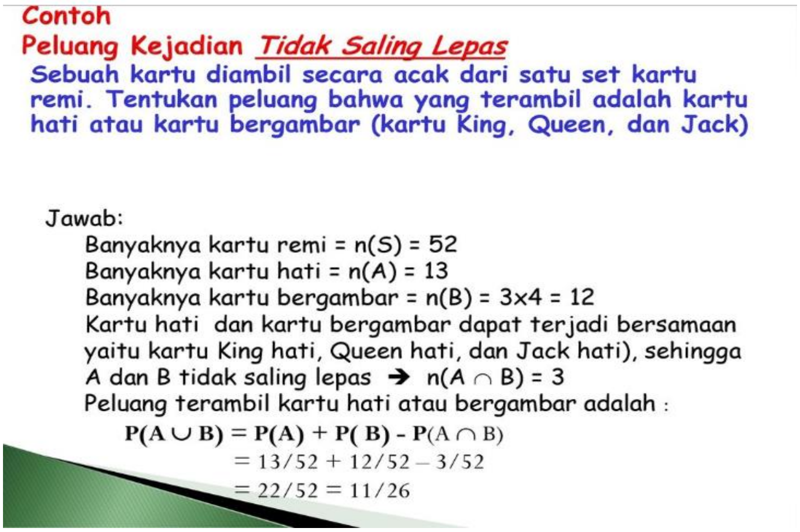
Jawaban :



Gambar 1.1.5.1 Contoh Soal Peluang Kejadian Saling Lepas

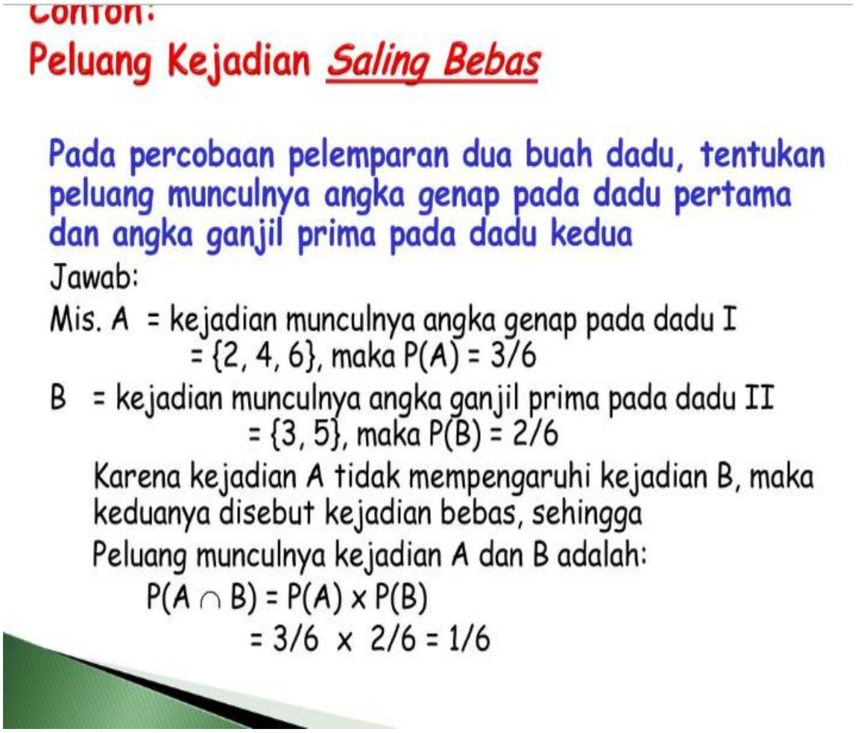
1.1.6 Peluang Kejadian Tidak Saling Lepas

Gambar 1.1.5.2 Kartu Remi, Hati dan Bergambar



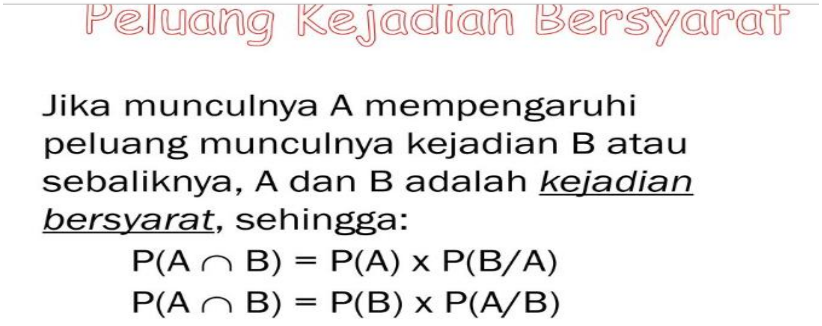
Gambar 1.1.5.3 Contoh Soal Peluang Kejadian Tidak Saling Lepas

1.1.7 Peluang Kejadian Saling Bebas



Gambar 1.1.5.4 Contoh Soal Peluang Kejadian Saling Bebas

1.1.7 Peluang Kejadian Bersyarat



Gambar 1.1.5.5 Contoh Soal Peluang Kejadian Bersyarat

1.2 Kegiatan Pembelajaran 2. Pengertian Komplemen

Rumus Peluang dilambangkan menjadi **"P"** lambang tersebut diambil dari huruf depan dari kata **"Peluang".** Untuk lambang **"A"** digunakan untuk melambangkan atau mewakili suatu kejadian, pada lambang **"c"** merupakan simbol dari suatu kejadian yang dikomplemenkan, simbol **"c"** diambil dari huruf depan kata "**complemen".** Jadi, simbol **"A^c"** dibaca komplemen kejadian A, dan **"$P(A^c)$"** dibaca peluang komplemen kejadian A, dan jika hanya **"P(A)"** dibaca peluang kejadian A saja.

Rumus Komplemen Peluang :

$$\boxed{P(A^c) = 1 - P(A)}$$

Keterangan :

P : Peluang

A : Kejadian A (Lambang suatu kejadian)

c : Komplemen suatu kejadian

Contoh 1

Peluang hari ini hujan adalah 30%. Tentukan peluang bahwa hari esok tidak hujan !

Jawaban :

Peluang hari ini hujan = 30 %, maka peluang kejadian A adalah 30%

P(A) = 30% = 0,3

$P(A^c)$ = 1 - P(A)

$P(A^c)$ = 1 - 0,3

$P(A^c)$ = 0.7

$P(A^c)$ = 70%

Maka peluang bahwa hari esok tidak hujan adalah 70%.

Jadi, komplemen itu adalah sebuah penyempurnaan dari suatu peluang, karena nilai peluang tersebut kurang dari 100%.

Contoh 2

Sebuah dadu berisi enam dilepar sekali. Berapa peluang kejadian munculnya mata dadu bukan angka 3 ?

Jawaban :

Misalkan E adalah kejadian munculnya mata dadu bukan angka 3 maka $P(E') = 1 - P(E) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

Jadi, peluang kejadian yang muncul bukanlah angka 2 adalah $\frac{5}{6}$

Contoh 3

Mita melemparkan sebuah dadu bermata 6. Hitunglah peluang Mita untuk tidak mendapatkan sisi dadu 3 !

Jawaban :

$P(A^c)$ = 1 – P(A)

$P(3^c)$ = 1 – P(3)

$P(3^c) = 1 - \frac{1}{6}$

$= \frac{6}{6} - \frac{1}{6}$

$= \frac{5}{6}$

1.3 Kegiatan Pembelajaran 3. Rangkuman

1. Meut KBBI Jilid V Peluang adalah ruang gerak, baik yang konkret maupun yang abstrak, yang memberikan kemungkinan bagi suatu kegiatan untuk memanfaatkannya dalam usaha mencapai tujuan; kesempatan.

2. Menurut KBBI Jilid V Komplemen adalah sesuatu yang melengkapi atau menyempurnakan.

3. Peluang adalah harapan terjadinya suatu kejadian yang akan berlaku atau telah terjadi. Peluang memiliki keterkaitan antara konsep kesempatan (kemungkinan) dengan kejadian

4. Ruang sampel merupakan himpunan dari semua kemungkinan yang telah terjadi pada suatu percobaan.

5. Pengertian dari peluang komplemen dari suatu kejadian adalah suatu kejadian yang berlawanan dengan kejadian yang ada

$$\mathbf{P}\ (\mathbf{A}) = \frac{\boldsymbol{n(A)}}{\boldsymbol{n(S)}} = \frac{\boldsymbol{banyak\ cara\ terjadinya\ kejadian\ A}}{\boldsymbol{banyak\ semua\ kemungkinan}}$$

6. Frekuensi harapan berasal dari sejumlah kejadian yang merupakan banyaknya, dari kejadian yang dapat dikalikan dengan peluang kejadian itu sendiri
   $\boldsymbol{F_h = n\ x\ P(A)}$

7. Kejadian Majemuk merupakan dua atau lebih kejadian yang dapat dioperasikan sehingga membentuk kejadian baru

   $P(E) + P(E^c) = 1$ atau $P(E') = 1 – P(E)$

8. Dari dua kejadian A dan B <u>saling lepas</u> jika tidak ada satupun elemen B. untuk dua kejadian saling lepas, peluang salah satu A atau b terjadi, ditulis : $\mathbf{P}\ (\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}) = \boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}) + \boldsymbol{P}(\boldsymbol{B})$

9. Jika A dan B <u>tidak saling lepas</u> maka $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}) = \boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}) + \boldsymbol{P}(\boldsymbol{B}) - \boldsymbol{P}(\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B})$

10. Untuk lambang **"A"** digunakan untuk melambangkan atau mewakili suatu kejadian, pada lambang **"c"** merupakan simbol dari suatu kejadian yang dikomplemenkan, simbol **"c"** diambil dari huruf depan kata "**<u>c</u>omplemen".** Jadi, simbol **"A^c"** dibaca komplemen kejadian A, dan **"$P(A^c)$"** dibaca peluang komplemen kejadian A, dan jika hanya **"P(A)"** dibaca peluang kejadian A saja.

$$\boxed{P(A^c) = 1 - P(A)}$$

1.4 Kegiatan Pembelajaran 4. Soal Diskusi

1. Ada sebuah koin dan sebuah dadu dilemparkan duakali, tentukan banyak ruang sampel percobaan tersebut?
   $.n(S)koin = 2$
   $.n(s)dadu = 6$

2. Dua buah dadu dilempar bersamaan dengan sebuah koin sebanyak satu kali, tentukan banyak ruang sampel pencobaan tersebut?
   $.n(S)koin = 2$
   $.n(s)dadu = 6$

3. Dalam satu kotak kartu remi berisi 52 kartu, diambil satu kartu, peluang terambilnya kartu AS adalah?
   $.n(S) = 52$
   $.n(A) = 4$
   $.P(A) = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$
   $. \quad\quad = \frac{\dots}{\dots}$

4. Didalam dua kotak terdapat kartu remi berisi 104 kartu, diambil satu kartu, peluang keambil kartu King adalah?
   $.n(S) = 104$
   $.n(A) = 8$
   $.P(A) = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$
   $. \quad\quad = \frac{\dots}{\dots}$

5. Dalam suatu perusahaan mengadakan penerimaan 60 orang pelamar, dari 60 orang pelamar pekerja, peluang mereka diterima adalah 0,15. Banyak pelamar yang tidak di terima?
   $.n(S) = 60$
   $.n(s) = 0{,}15$
   $P(A) = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

$. \qquad = \frac{\dots}{\dots}$

6. Pada sebuah kantong pelastik terdapat 10 kelereng berwarna merah, 5 kelereng berwarna putih, 4 kelereng berwarna kuning. Peluang terambilnya 3 kelereng putih adalah?
   $P(A) = \frac{\dots\ \dots}{\dots\dots}$
   $. \qquad = \frac{\dots}{\dots}$

7. Didalam kotak mainan diambil sebuah kelereng secara acak di dalam kotak mainan yang terdiri dari 5 kelereng merah, 4 kelereng biru, 3 kelereng putih. Peluang terambil 1 kelereng putih adalah?
   $P(A) = \frac{\dots\ \dots}{\dots\dots}$
   $. \qquad = \frac{\dots}{\dots}$

8. Pada sebuah permainan ular tangga pada pelemparan 2 buah dadu peluang munculnya bilangan genap pada mata dadu adalah?
   $.n(S) \ = 36$
   $.n(A) =$
   $.P(A) = \frac{\dots\ \dots}{\dots\dots}$

   $. \qquad = \frac{\dots}{\dots}$

9. Dalam suatu percobaan pelemparan 3 koin mata uang. Berapa peluang munculnya angka dan gambar?
   $.n(S) \ = 6$
   $.n(A) = 1$
   $.P(A) = \frac{\dots\ \dots}{\dots\dots}$
   $. \qquad = \frac{\dots}{\dots}$

10. Pada suatu percobaan pelemparan 2 koin mata uang. Berapa peluang munculnya angka dan gambar?
$.n(S) \ = 4$
$.n(A) = 1$
$.P(A) = \frac{\dots \dots}{\dots\dots}$
$. \qquad = \frac{\dots}{\dots}$

11. Dalam pelemparan 3 buah dadau peluang munculnya bilanagn ganjil pada mata sebuah dadu adalah?
$.n(S) \ =$
$.n(A) =$
$.P(A) = \frac{\dots \dots}{\dots\dots}$
$. \qquad = \frac{\dots}{\dots}$

12. Sebuah kardus terdapat 15 bola, 6 berwarna merah, 5 berwarna biru, dan 4 berwarna kunig. Jika diambil 5 bola secara acak. Maka carilah peluang terambinya bola:
    a. Kelimanya merah
    b. Kelimanya berbeda warna
    c. 3 berwarna biru dan 2 berwarna kuning.
    $.n(S)koin = 2$
    $.n(s)dadu = 6$

13. Dalam suatu perusahaan mengadakan penerimaan 60 orang pelamar, dari 60 orang pelamar pekerja, peluang mereka diterima adalah 0,15. Banyak pelamar yang tidak di terima?
$.n(S) = 60$
$.n(s) = 0{,}15$
$P(A) = \frac{\dots \dots}{\dots\dots}$
$. \qquad = \frac{\dots}{\dots}$

14. Pada pengambilan sebuah kartu dari satu set kartu bridge, peluang kartu yang terambil tidak bernomor adalah?

$n(S) \ = 52$
$.n(A) = 12$
$P(A) = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$
$. \qquad = \frac{\dots}{\dots}$

15. Pada sebuah permainan ular tangga pada pelemparan 2 buah dadu peluang munculnya bilangan genap pada mata dadu adalah?
$.n(S) \ = 36$
$.n(A) = 9$
$.P(A) = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

16. Pada suatu percobaan Mona melemparkan 2 buah dadu pada sekali pelemparan tersebut tentukan peluang munculnya mata dadu pertama genap adalah?
$.n(S) \ = 6^2$
$. \qquad = 36$
$.P(A) = \cdots$

17. Didalam sebuah permainan Rama mendapatkan kesempatan untuk melemparkan 2 buah dadu. Maka hitunglah berapa peluang munculnya nomor yang bernilai ganjil?
$.n(S) \ = 6^2$
$. \qquad = 36$
$.P(A) = \cdots$

18. Didalam suatu perusahaan sedang mengadakan penerimaan 10 orang pelamar, dari 50 orang pelamar pekerja, peluang mereka diterima adalah 0,15. Banyak pelamar yang tidak di terima?
$.n(S) = 50$
$.n(s) = 0{,}15$

$P(A) = \frac{\dots\ \dots}{\dots\dots}$

. $= \frac{\dots}{\dots}$

19. Pada sebuah kotak mainan terdapat 5 mobil-mobilan berwarna merah, 4 mobil-mobilan berwarna putih, 10 mobil-mobilan berwarna kunig. Peluang terambilnya 4 mobil-mobilan berwarna berwarna putih adalah?

    $P(A) = \frac{\dots\ \dots}{\dots\dots}$

    . $= \frac{\dots}{\dots}$

20. Pada sebuah permaian ular tangga sebuah dadu dilempar sekali, maka tentukan peluang munculnya mata dadu 6!

    $n(S) = 6$

    .$n(A) = 1$

21. Sebuah kantong terdiri dari 4 biji kacang polong, 3 biji kacang hijau, dan 5 biji kacang merah. Dari semua jenis biji-bijian tersebut akan diambil satu kacang polong. Tentukanlah peluang terambilnya kacang polong!

    $n(S) = 4 + 3 + 5 = 12$

    Titik sampel kelereng biru

    .$n(A) = 3$

22. Pada sebuah permainan tiga buah koin dilempar secara bersamaan. Tentukan peluang muncul kedua angka!

    Runag sampelmya yakni

    $= \{(\mathrm{A}, \mathrm{G}), (\mathrm{A}, \mathrm{A}), (\mathrm{G}, \mathrm{A}), (\mathrm{G}, \mathrm{G})\}$

    .$n(S) = 4$

23. Pada sebuah pelemparan tiga dadu dilemparkan secara bersamaan.

Misalkan Y adalah seuatu kejadian muncul jumlah mata dadu?

$.n(Y) = 6$

$.n(S) = 36$

24. Pada sebuah kotak putih terdapat 6 kelereng merah dan 4 kelereng biru. Peluang mengambil 4 kelereng merah sekaligus...

    Cara agar terambilnya 4 kelereng dari 6 kelereng merah

    .nK $= 6C4$

25. Dalam sebuah pelemparan dua buah dadu dilemparkan secara bersamaan.

    Misalkan X adalah seuatu kejadian muncul jumlah mata dadu?

    $.n(X) = 6$

    $.n(S) = 24$

26. Suatu perusahaan mengadakan penerimaan 30 orang pelamar, dari 30 orang pelamar pekerja, peluang mereka diterima adalah 0,15. Banyak pelamar yang tidak di terima?

    $.n(S) = 30$

    $.n(s) = 0{,}15$

    $P(A) = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

    $. \qquad = \frac{\dots}{\dots}$

27. Dalam sebuah permainan ular tangga pada pelemparan 3 buah dadu peluang munculnya bilangan genap pada mata dadu adalah?

    $.n(S) \ = 54$

    $.n(A) = 9$

    $.P(A) = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

28. Pada suatu percobaan Mona melemparkan 1 buah dadu pada sekali pelemparan tersebut tentukan peluang munculnya mata dadu pertama genap adalah?
    .$n(S) \ = 6$
    . $\quad\quad = 18$
    .$P(A) = \cdots$

29. Pada sebuah dadu dilempar duakali, tentukan banyak ruang sampel percobaan tersebut?
    .$n(s)dadu = 6$

30. Pada suatu pencobaan sebuah koin dilempar sebanyak satu kali, tentukan banyak ruang sampel pencobaan tersebut?
    .$n(S)koin = 2$
    .$n(s)dadu = 6$

1.5 Kegiatan Pembelajaran 5.Soal Latihan Mandiri

1. Didalam sebuah permainan, sebuah dadu dilemparkan sebanyak 50 kali. Hitunglah frekuensi harapan munculnya mata dadu yang kurang dari 5!

2. Pada sebuah pencobaan dalam pelemparan dadu sebanyak duakali, berapakah peluang munculnya:

   (a) nomor dadu tidak ganjil;
   (b) nomor dadu ganjil?

3. Pada sebuah pencobaan dalam pelemparan 3 mata uang logam sekaligus sebanyak 150 kali, tentukan frekuensi harapan munculnya dua gambar dan satu angka!

4. Mona melemparkan tiga buah dadu bermata 6. Hitunglah berapa peluang Mona untuk mendapatkan sisi dadu yang bernilai 4!

5. Didalam sebuah kardus yang berisi beberapa mainan diambil sebuah kelereng secara acak dari sebuah kardus yang terdiri dari beberapa maian mobil-mobilan, 5 kelereng merah, 2 kelereng hitam dan 3 kelereng putih. Peluang yang terambil bukan kelereng putih adalah...

6. Dalam permaianan pelemparan 2 mata uang sekaligus. Jika mata uang terdiri dari 2 sisi yang beruba gambar dan angka,

maka tentukan peluang munculnya paling banyak satu sisi gambar adalah...

7. Pada sebuah percobaan pelemparan dua buah dadu yang berisi 6, komplemen dari kejadian muncul mata dadu 5 atau 7 adalah...

8. Dalam sebuah kelas yang berjumlah 32 orang akan dipilih dari 4 orang siswa untuk menjadi ketua kelas, walik ketua, sekertaris, dan bendahara, dengan catatan bahwa seseorang tidak boleh merangkap jabatan pengurus dikelas. Tentukan banyak cara pemilihan pengurus tersebut!

9. Pada sebuah pelemparan 3 buah dadu peluang munculnya bilangan ganjil pada mata dadu adalah?

10. Jika sebuah dadu dilempar duakali secara bersamaan dengan dua buah koin, tentukan banyaknya ruang sampel dari pencobaan tersebut!

11. Dari sekumpulan kartu bridge, diambil secara acak satu kartu. Berapakah peluang munculnya kartu yang merupakan angka?

12. Suatu dadu dilemparkan sebanyak 100 kali, berapa frekuensi harapan munculnya sebuah mata dadu berangka 6?

13. Dua buah dadu dilemparkan sebanyk 500 kali, berapakah frekuensi harapan munculnya sebuah mata dadu berangka 4?

14. Didala permainan ulartangga jika tiga buah dadu dilempar secara bersamaan, berapakah peluang dari munculnya jumlah mata dadu 2-5?

15. Pada sebuah permainan ulartangga jika dua buah dadu dilembpar secara bersamaan, berapakah peluang dari munculnya jumlah mata dadu 1-3?

16. Didalam seuah lemari terdapat beberapa kotak bekas yang berisi bola-bola, yaitu 4 bola putih dan 5 bola kuning dan jika diambil dua kotak yang berisi beberapa bola-bola, maka carilah peluang munculnya atau terambilnya.
    a. Keduanya berwarna kunig
    b. Bola pertama putih dan bola kedua berwarna kuning
    c. Keduanya berwarna sama.

17. Pada sebuah pelemparan 4 buah dadu peluang munculnya bilangan ganjil pada mata dadu adalah?

18. Pada sebuah percobaan pelemparan tiga buah dadu peluang munculnya bilangan genap pada mata dadu adalah?

19. Dalam sebuah pencobaan dalam pelemparan dadu sebanyak duakali, berapakah peluang munculnya:
    (a) nomor dadu tidak genap;
    (b) nomor dadu ganjil?

20. Pada sebuah pencobaan dalam pelemparan 2 mata uang logam sekaligus sebanyak 250 kali, tentukan frekuensi harapan munculnya dua gambar dan satu angka?

21. Pada sebuah permainan, sebuah dadu dilemparkan sebanyak 60 kali. Hitunglah frekuensi harapan munculnya mata dadu yang kurang dari 10!

22. Pada sebuah pencobaan dalam pelemparan dadu sebanyak tiga kali, berapakah peluang munculnya:

    (a) nomor dadu tidak genap;
    (b) nomor dadu genap?

23. Dalam sebuah pencobaan dalam pelemparan 2 mata uang logam sekaligus sebanyak 100 kali, tentukan frekuensi harapan munculnya dua gambar dan satu angka!

24. Enjelia melemparkan tiga buah dadu bermata 6. Hitunglah berapa peluang Mona untuk mendapatkan sisi dadu yang bernilai 2!

25. Didalam sebuah kantong yang berisi beberapa mainan diambil kelereng secara acak dari sebuah kantong yang terdiri dari, 7 kelereng merah, 4 kelereng hitam dan 5 kelereng putih. Peluang yang terambil bukan kelereng putih adalah...

26. Pada suatu permaianan olga melemparkan 3 uang logam dalam pelemparan 2 mata uang logam tersebut sekaligus. Jika mata uang terdiri dari 2 sisi yang berupa gambar dan angka, maka tentukan peluang munculnya paling banyak satu sisi gambar adalah...

27. Dalam sebuah percobaan pelemparan tiga buah dadu yang berisi 6, komplemen dari kejadian muncul mata dadu 4 atau 6 adalah...

28. Dalam sebuah kelas yang berjumlah 22 orang akan dipilih dari 4 orang siswa untuk menjadi ketua kelas, walik ketua, sekertaris, dan bendahara, dengan catatan bahwa seseorang tidak boleh merangkap jabatan pengurus dikelas. Tentukan banyak cara pemilihan pengurus tersebut!

29. Pada sebuah pelemparan 2 buah dadu peluang munculnya bilangan genap pada mata dadu adalah?

30. Jika sebuah dadu dilempar tigakali secara bersamaan dengan tiga buah koin, tentukan banyaknya ruang sampel dari pencobaan tersebut

MODUL 1

Peluang Suatu Kejadian dan Komplemen

Peluang Suatu Kejadian dan Komplemen

Capaian Pembelajaran	Uraian Materi
Memahami konsep Peluang Suatu Kejadian dan Komplemen	1. Mengerti materi Peluang Suatu Kejadian dan Komplemen 2. Menyelesaikan soal diskusi kelompok meteri Peluang Suatu Kejadian dan Komplemen 3. Menyelesaikan soal latihan mandiri materi Peluang Suatu Kejadian dan Komplemen

Tujuan Pembelajaran

1. Mampu mengerti materi Peluang Suatu Kejadian dan Komplemen
2. Mampu menyelesaikan soal diskusi kelompok meteri Peluang Suatu Kejadian dan Komplemen
3. Mampu menyelesaikan soal latihan mandiri materi Peluang Suatu Kejadian dan Komplemen

MODUL 1

Peluang Suatu Kejadian dan Komplemen

1.1 Kegiatan Pembelajaran 1. Pengertian Teori Peluang

Teori Peluang dikemukakan oleh Chevalier de Mere yang merupakan bangsawan asal Perancis tahun 1601-1665. Chevalier mengajukan beberapa pertanyaan kepada Blaise Pascal. Pertanyaan-pertanyaan tersebut lalu dikembangkan kembali oleh Pascal dan Fermat menjadi sebuah teori Peluang yang dipakai sampai sekarang.

Peluang adalah harapan terjadinya suatu kejadian yang akan berlaku atau telah terjadi. Peluang memiliki keterkaitan antara konsep kesempatan (kemungkinan) dengan kejadian. Jika mendapatkan peluang besar maka kesempatan yang terjadi juga akan besar, jika mendapatkan peluang kecil maka kesempatan yang terjadi juga akan kecil.

Peluang juga dapat disebut sebagai probabilitas yang artinya sebagai ilmu kemungkinan. Peluang memiliki ruang dan titik sampel. Ruang sampel artinya hasil percobaan dari semua kemungkinan yang telah terjadi sedangkan titik sampel artinya anggota-anggota dari ruang sampel yang akan muncul. Teori peluang merupakan cabang ilmu matematika yang berdasarkan konsep kombinatorik yang digunakan untuk ilmu statistika.

1.1.1 Ruang Sampel dan Percobaan

Ruang sampel merupakan himpunan dari semua kemungkinan yang telah terjadi pada suatu percobaan. Peristiwa merupakan himpunan bagian dari ruangsampel.

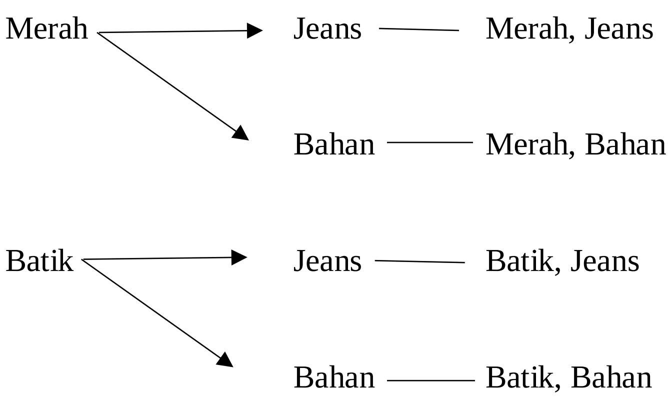
1. Peristiwa sederhana : Hanya memuat 1 elemen.
2. Peristiwa bersusun : Gabungan dari peristiwa-peristiwa sederhana.

3. Jika hasil suatu percobaan termasuk dalam himpunan A maka peristiwa tersebut telah terjadi.

Contoh 1

Katrina mempunyai 2 buah baju berwarna merah dan batik. Katrina juga memiliki 2 buah celana jeans dan bahan yang berbeda. Ada berapa pasang baju dan celana dapat dipakai dengan pasangan yang berbeda?

Jawaban :



Jadi, banyaknya pasangan baju dan celana secara bergantian sebanyak $2 \times 2 = 4$ cara.

Contoh 2

Dalam pelemparan 3 uang logam sekaligus. Jika sisi uang logam tersebut terdiri dari dua sisi yaitu sisi gambar dan sisi angka, maka peluang sedikit yang muncul dari satu sisi gambar adalah ?

Jawaban :

G merupakan sisi gambar dan A merupakan sisi gambar.

Diketahui banyaknya sisi gambar dan sisi angka akan muncul :

(AAA, AAG, AGA, GAA, AGG, GAG, GGA, GGG) maka n(S) = 8

Peluang satu sisi gambar yang muncul tanpa gambar, yaitu : AAA = 1

Peluang satu sisi gambar yang muncul paling sedikit = $1 - \frac{1}{8} = \frac{8}{8} - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

Jadi, paling sedikit peluang muncul satu sisi gambar adalah $\frac{7}{8}$

1.1.2 Peluang Suatu Kejadian

Pengertian dari peluang komplemen dari suatu kejadian adalah suatu kejadian yang berlawanan dengan kejadian yang ada. Komplemen dari kejadian A merupakan himpunan dari seluruh kejadian yang tidak termasuk A. Komplemen dari kejadian A dapat ditulis sebagai A^c. Peluang yang terdapat pada suatu kejadian hanya memiliki 1, artinya kesempatan atau kemungkinan yang terdapat pada peluang tersebut dapat dilakukann sebanyak tiga kali untuk menentukan terjadi atau tidak terjadi peristiwa tersebut.

Rumus dari Peluang Suatu Kejadian :

Jika diketahui suatu kejadian dinotasikan A dengan ruang sampel dinotasikan S, maka peluang kejadian A, dinotasikan P (A), sebagai berikut :

$$\mathbf{P}\ (\mathbf{A}) = \frac{\boldsymbol{n(A)}}{\boldsymbol{n(S)}} = \frac{\boldsymbol{banyak\ cara\ terjadinya\ kejadian\ A}}{\boldsymbol{banyak\ semua\ kemungkinan}}$$

Contoh 1

Pada pelemparan 3 buah uang sekaligus, tentukan peluang muncul:

a) Ketiga sisi gambar
b) 1 angka dan 2 gambar

Jawaban :

a) S = {AAA, AAG, AGA, GAA, AGG, GAG, GGA, GGG}

Maka n(S) = 8

Misalnya, kejadian ketiga sisi angka adalah B = {AAA} maka n(B) = 1

$$\text{P (A)} = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

b) Misalnya, satu angka dan dua gambar adalah A = {AAG, AGA, GAA} maka n(A) = 3

$$\text{P (B)} = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

Contoh 2

Vina mengikuti acara lari santai dengan *doorprize* 4 buah sepeda motor. Jika lari santai tersebut diikuti oleh 800 orang. Berapakah peluang Vina untuk mendapatkan doorprize sepeda motor?

Jawaban :

S = semua peserta lari santai maka n(S) = 800 orang

Misalnya, kejadian Vina mendapatkan motor adalah A.

A= {Motor 1, Motor 2, Motor 3, Motor 4}maka n(A) = 4

P (A) $= \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{800} = \frac{1}{200}$

Jadi, peluang Vina mendapatkan *doorprize* sepeda motor adalah $\frac{1}{200}$

Contoh 3

Ajeng mengikuti acara seminar karya tulis “Hidup Sehat dengan Bersepeda” untuk mendapatkan *doorprize* yaitu, 12 buah sepeda gunung. Jika acara tersebut diikuti oleh 4800 orang. Berapakah peluang Ajeng untuk mendapatkan doorprize sepeda gunung tersebut ?

Jawaban :

S = semua peserta acara seminar karya tulis maka n(S) = 4800 orang

Misalnya, kejadian Ajeng mendapatkan sepeda gunung adalah A.

A= {sepeda gunung 1, sepeda gunung 2, sepeda gunung 3, sepeda gunung 4, sepeda gunung 5, sepeda gunung 6, sepeda gunung 7, sepeda gunung 8, sepeda gunung 9, sepeda gunung 10, sepeda gunung 11, sepeda gunung 12} maka n(A) = 12

P (A) $= \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12}{4800} = \frac{1}{400}$

Jadi, peluang Vina mendapatkan *doorprize* sepeda motor adalah $\frac{1}{400}$

1.1.3 Frekuensi Harapan suatu Kejadian

Frekuensi harapan berasal dari sejumlah kejadian yang merupakan banyaknya, dari kejadian yang dapat dikalikan dengan peluang kejadian itu sendiri. Misalnya pada percobaan A dilakukan n kali maka dapat ditulis sebagai berikut :

$$\boldsymbol{F_h = n\ x\ P(A)}$$

Contoh 1

Pada percobaan pelemparan 4 mata uang logam sekaligus sebanyak 100 kali. Tentukan frekuensi harapan munculnya 2 gambar dan 2 angka !

Jawaban :

S = 16

A = 6

$$F_h = 100\ x \frac{6}{16} = 37{,}5$$

Contoh 2

Pada percobaan pelemparan 8 mata uang logam sekaligus sebanyak 120 kali. Tentukan frekuensi harapan munculnya 4 gambar dan 4 angka !

Jawaban :

S = 64

A = 12

$$F_h = 100\ x\,\frac{12}{16} = 75$$

Contoh 3

Pada percobaan pelemparan 3 mata uang logam sekaligus sebanyak 320 kali. Tentukan frekuesnsi harapan munculnya 2 gambar dan satu angka.

Jawaban :

S = {AAG, AAG, AGA, GAA, AGG, GAG, GGA, GGG} maka n(S) = 8

A = {AGG, GAG, GGA} maka n(A) = 3

$$F_h\ = n\ x\ P(A) = 270\ x\,\frac{n(A)}{n(S)}$$

$$= 320\ x\,\frac{3}{8} = \ 120 \text{ kali}$$

1.1.4 Kejadian Majemuk

Kejadian Majemuk merupakan dua atau lebih kejadian yang dapat dioperasikan sehingga membentuk kejadian baru. Misalnya, suatu kejadian E dan kejadian komplemen E' sehingga memenuhi persamaan, sebagai berikut :

P(E) + P(E^c) = 1 atau P(E') = 1 – P(E)

Contoh 1

Dari seperangkat kartu remi (bridge) diambil secara acak satu lembar kartu. Tentukan peluang terambilnya kartu bukan AS !

Jawaban :

Banyaknya kartu = n(S) = 52

Banyaknya kartu AS = n(E)= 4 maka P(E) = $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

Peluang bukan As = P(E$^{'}$) = 1 – P(E) = $1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$

Contoh 2

Seperangkat kartu Uno diambil secara acak satu lembar kartu. Tentukan peluang terambilnya kartu bukan kartu ajaib (kartu yang berisikan 4 warna) !

Jawaban :

Banyaknya kartu = n(S) = 48

Banyaknya kartu AS = n(E)= 8 maka P(E) = $\frac{7}{48} = \frac{1}{6}$

Peluang bukan As = P(E$^{'}$) = 1 – P(E) = $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

1.1.5 Peluang Saling Lepas

Penjumlahan Peluang :

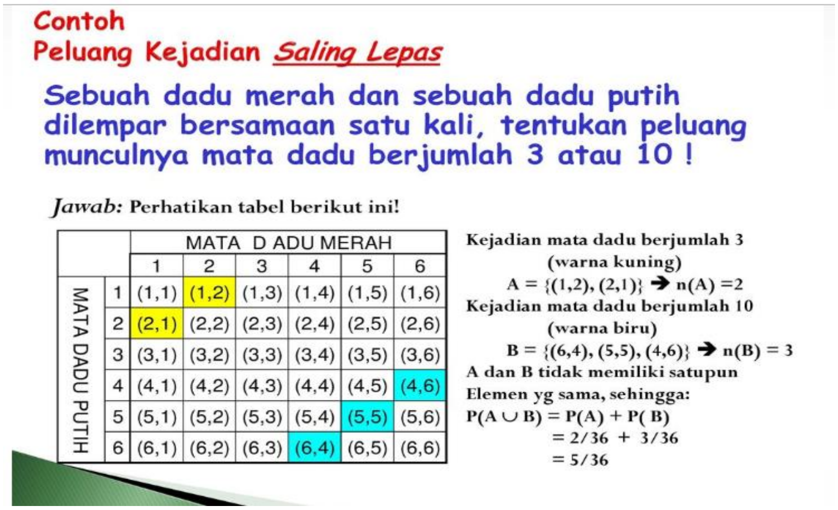
Dari dua kejadian A dan B saling lepas jika tidak ada satupun elemen B. untuk dua kejadian saling lepas, peluang salah satu A atau b terjadi, ditulis : $\mathbf{P}\ (\mathbf{A} \cup \boldsymbol{B}) = \boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}) + \boldsymbol{P}(\boldsymbol{B})$

Jika A dan B tidak saling lepas maka $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}) = \boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}) + \boldsymbol{P}(\boldsymbol{B}) - \boldsymbol{P}(\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B})$

Contoh 1 Peluang Kejadian Saling Lepas

Sebuah dadu merah dan sebuah dadu putih dilempar bersamaan satu kali. Tentukan peluang munculnya mata dadu berjumlah 3 atau 10 !

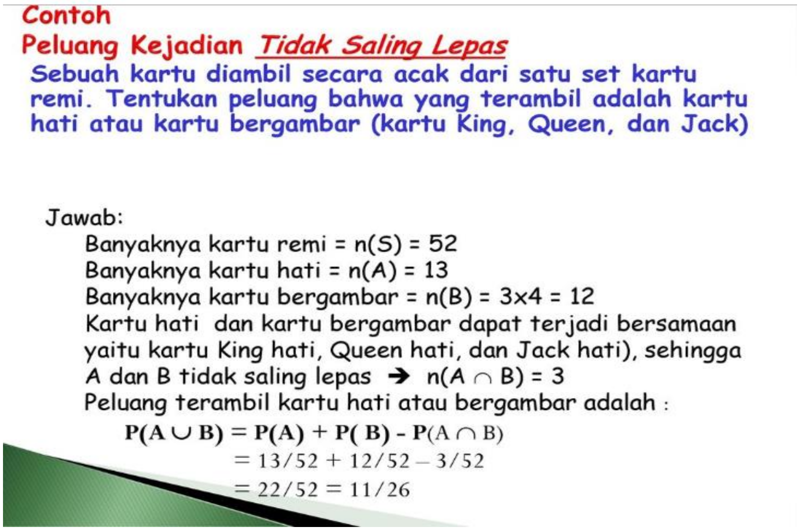
Jawaban :



Gambar 1.1.5.1 Contoh Soal Peluang Kejadian Saling Lepas

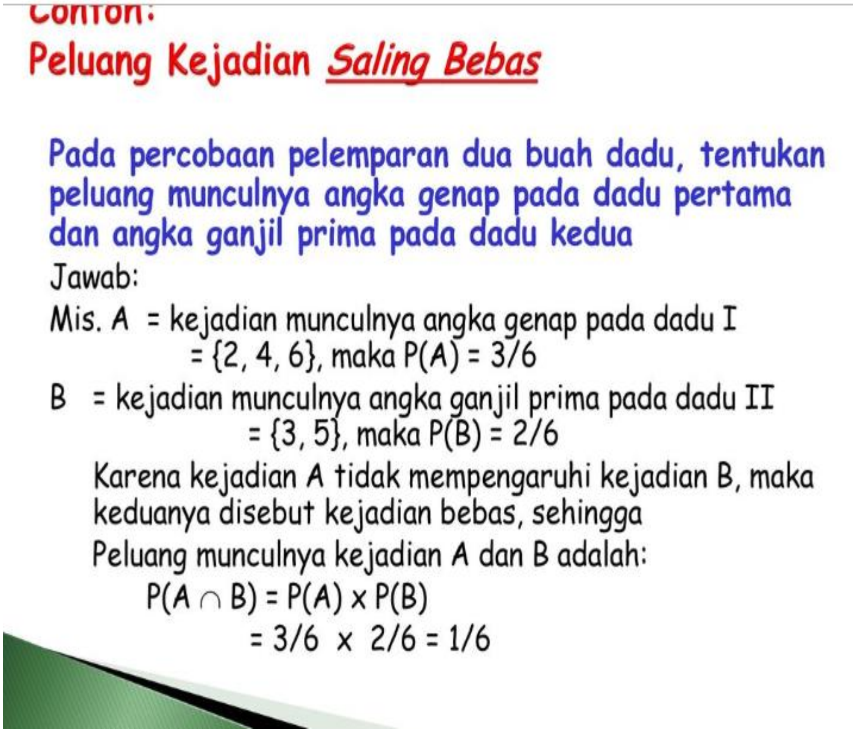
1.1.6 Peluang Kejadian Tidak Saling Lepas

Gambar 1.1.5.2 Kartu Remi, Hati dan Bergambar



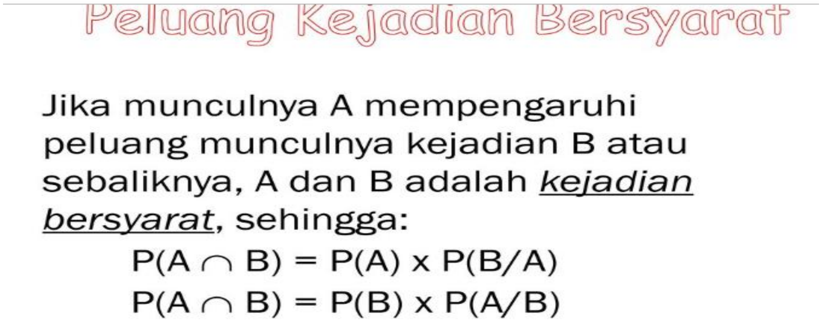
Gambar 1.1.5.3 Contoh Soal Peluang Kejadian Tidak Saling Lepas

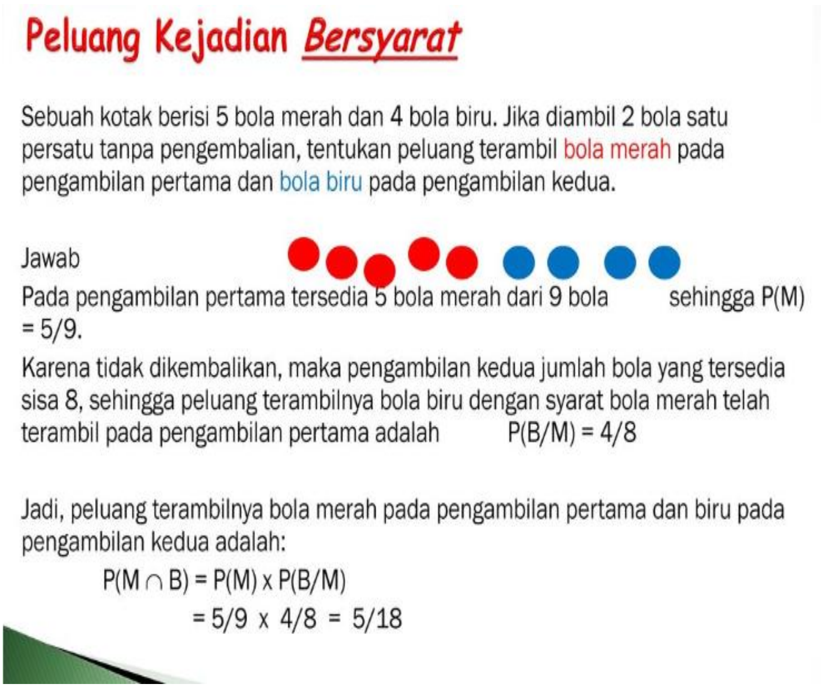
1.1.7 Peluang Kejadian Saling Bebas



Gambar 1.1.5.4 Contoh Soal Peluang Kejadian Saling Bebas

1.1.7 Peluang Kejadian Bersyarat





Gambar 1.1.5.5 Contoh Soal Peluang Kejadian Bersyarat

1.2 Kegiatan Pembelajaran 2. Pengertian Komplemen

Rumus Peluang dilambangkan menjadi **"P"** lambang tersebut diambil dari huruf depan dari kata **"Peluang".** Untuk lambang **"A"** digunakan untuk melambangkan atau mewakili suatu kejadian, pada lambang **"c"** merupakan simbol dari suatu kejadian yang dikomplemenkan, simbol **"c"** diambil dari huruf depan kata "**complemen".** Jadi, simbol **"A^c"** dibaca komplemen kejadian A, dan **"$P(A^c)$"** dibaca peluang komplemen kejadian A, dan jika hanya **"P(A)"** dibaca peluang kejadian A saja.

Rumus Komplemen Peluang :

$$\boxed{P(A^c) = 1 - P(A)}$$

Keterangan :

P : Peluang

A : Kejadian A (Lambang suatu kejadian)

c : Komplemen suatu kejadian

Contoh 1

Peluang hari ini hujan adalah 30%. Tentukan peluang bahwa hari esok tidak hujan !

Jawaban :

Peluang hari ini hujan = 30 %, maka peluang kejadian A adalah 30%

$P(A) = 30\% = 0,3$

$P(A^c) = 1 - P(A)$

$P(A^c) = 1 - 0,3$

$P(A^c) = 0.7$

$P(A^c) = 70\%$

Maka peluang bahwa hari esok tidak hujan adalah 70%.

Jadi, komplemen itu adalah sebuah penyempurnaan dari suatu peluang, karena nilai peluang tersebut kurang dari 100%.

Contoh 2

Sebuah dadu berisi enam dilepar sekali. Berapa peluang kejadian munculnya mata dadu bukan angka 3 ?

Jawaban :

Misalkan E adalah kejadian munculnya mata dadu bukan angka 3 maka $P(E') = 1 - P(E) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

Jadi, peluang kejadian yang muncul bukanlah angka 2 adalah $\frac{5}{6}$

Contoh 3

Mita melemparkan sebuah dadu bermata 6. Hitunglah peluang Mita untuk tidak mendapatkan sisi dadu 3 !

Jawaban :

$P(A^c) \quad = 1 – P(A)$

$P(3^c) \quad = 1 – P(3)$

$P(3^c) = 1 - \frac{1}{6}$

$= \frac{6}{6} - \frac{1}{6}$

$= \frac{5}{6}$

1.3 Kegiatan Pembelajaran 3. Rangkuman

1. Meut KBBI Jilid V Peluang adalah ruang gerak, baik yang konkret maupun yang abstrak, yang memberikan kemungkinan bagi suatu kegiatan untuk memanfaatkannya dalam usaha mencapai tujuan; kesempatan.

2. Menurut KBBI Jilid V Komplemen adalah sesuatu yang melengkapi atau menyempurnakan.

3. Peluang adalah harapan terjadinya suatu kejadian yang akan berlaku atau telah terjadi. Peluang memiliki keterkaitan antara konsep kesempatan (kemungkinan) dengan kejadian

4. Ruang sampel merupakan himpunan dari semua kemungkinan yang telah terjadi pada suatu percobaan.

5. Pengertian dari peluang komplemen dari suatu kejadian adalah suatu kejadian yang berlawanan dengan kejadian yang ada

$$\mathbf{P}\ (\mathbf{A}) = \frac{\boldsymbol{n(A)}}{\boldsymbol{n(S)}} = \frac{\boldsymbol{banyak\ cara\ terjadinya\ kejadian\ A}}{\boldsymbol{banyak\ semua\ kemungkinan}}$$

6. Frekuensi harapan berasal dari sejumlah kejadian yang merupakan banyaknya, dari kejadian yang dapat dikalikan dengan peluang kejadian itu sendiri
   $\boldsymbol{F_h = n\ x\ P(A)}$

7. Kejadian Majemuk merupakan dua atau lebih kejadian yang dapat dioperasikan sehingga membentuk kejadian baru

   $P(E) + P(E^c) = 1$ atau $P(E') = 1 - P(E)$

8. Dari dua kejadian A dan B <u>saling lepas</u> jika tidak ada satupun elemen B. untuk dua kejadian saling lepas, peluang salah satu A atau b terjadi, ditulis : $\mathbf{P}\ (\mathbf{A} \cup \boldsymbol{B}) = \boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}) + \boldsymbol{P}(\boldsymbol{B})$

9. Jika A dan B <u>tidak saling lepas</u> maka $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}) = \boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}) + \boldsymbol{P}(\boldsymbol{B}) - \boldsymbol{P}(\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B})$

10. Untuk lambang **"A"** digunakan untuk melambangkan atau mewakili suatu kejadian, pada lambang **"c"** merupakan simbol dari suatu kejadian yang dikomplemenkan, simbol **"c"** diambil dari huruf depan kata "**<u>c</u>omplemen".** Jadi, simbol **"A^c"** dibaca komplemen kejadian A, dan **"$P(A^c)$"** dibaca peluang komplemen kejadian A, dan jika hanya **"P(A)"** dibaca peluang kejadian A saja.

$$\boxed{P(A^c) = 1 - P(A)}$$

1.4 Kegiatan Pembelajaran 4. Soal Diskusi

1. Ada sebuah koin dan sebuah dadu dilemparkan duakali, tentukan banyak ruang sampel percobaan tersebut?
   $.n(S)koin = 2$
   $.n(s)dadu = 6$

2. Dua buah dadu dilempar bersamaan dengan sebuah koin sebanyak satu kali, tentukan banyak ruang sampel pencobaan tersebut?
   $.n(S)koin = 2$
   $.n(s)dadu = 6$

3. Dalam satu kotak kartu remi berisi 52 kartu, diambil satu kartu, peluang terambilnya kartu AS adalah?
   $.n(S) = 52$
   $.n(A) = 4$
   $.P(A) = \frac{\dots \dots}{\dots\dots}$
   $. \quad = \frac{\dots}{\dots}$

4. Didalam dua kotak terdapat kartu remi berisi 104 kartu, diambil satu kartu, peluang keambil kartu King adalah?
   $.n(S) = 104$
   $.n(A) = 8$
   $.P(A) = \frac{\dots \dots}{\dots\dots}$
   $. \quad = \frac{\dots}{\dots}$

5. Dalam suatu perusahaan mengadakan penerimaan 60 orang pelamar, dari 60 orang pelamar pekerja, peluang mereka diterima adalah 0,15. Banyak pelamar yang tidak di terima?
   $.n(S) = 60$

$.n(s) = 0{,}15$
$P(A) = \frac{\dots\ \dots}{\dots\dots}$
$. \qquad = \frac{\dots}{\dots}$

6. Pada sebuah kantong pelastik terdapat 10 kelereng berwarna merah, 5 kelereng berwarna putih, 4 kelereng berwarna kuning. Peluang terambilnya 3 kelereng putih adalah?
   $P(A) = \frac{\dots\ \dots}{\dots\dots}$
   $. \qquad = \frac{\dots}{\dots}$

7. Didalam kotak mainan diambil sebuah kelereng secara acak di dalam kotak mainan yang terdiri dari 5 kelereng merah, 4 kelereng biru, 3 kelereng putih. Peluang terambil 1 kelereng putih adalah?
   $P(A) = \frac{\dots\ \dots}{\dots\dots}$
   $. \qquad = \frac{\dots}{\dots}$

8. Pada sebuah permainan ular tangga pada pelemparan 2 buah dadu peluang munculnya bilangan genap pada mata dadu adalah?
   $.n(S) \ = 36$
   $.n(A) =$
   $.P(A) = \frac{\dots\ \dots}{\dots\dots}$

   $. \qquad = \frac{\dots}{\dots}$

9. Dalam suatu percobaan pelemparan 3 koin mata uang. Berapa peluang munculnya angka dan gambar?
   $.n(S) \ = 6$
   $.n(A) = 1$
   $.P(A) = \frac{\dots\ \dots}{\dots\dots}$

$. \quad = \frac{\ldots}{\ldots}$

10. Pada suatu percobaan pelemparan 2 koin mata uang. Berapa peluang munculnya angka dan gambar?
    $.n(S) \ = 4$
    $.n(A) = 1$
    $.P(A) = \frac{\ldots\ \ldots}{\ldots\ldots}$
    $. \quad = \frac{\ldots}{\ldots}$

11. Dalam pelemparan 3 buah dadau peluang munculnya bilanagn ganjil pada mata sebuah dadu adalah?
    $.n(S) \ =$
    $.n(A) =$
    $.P(A) = \frac{\ldots\ \ldots}{\ldots\ldots}$
    $. \quad = \frac{\ldots}{\ldots}$

12. Sebuah kardus terdapat 15 bola, 6 berwarna merah, 5 berwarna biru, dan 4 berwarna kunig. Jika diambil 5 bola secara acak. Maka carilah peluang terambinya bola:
    a. Kelimanya merah
    b. Kelimanya berbeda warna
    c. 3 berwarna biru dan 2 berwarna kuning.
       $.n(S)koin = 2$
       $.n(s)dadu = 6$

13. Dalam suatu perusahaan mengadakan penerimaan 60 orang pelamar, dari 60 orang pelamar pekerja, peluang mereka diterima adalah 0,15. Banyak pelamar yang tidak di terima?
    $.n(S) = 60$
    $.n(s) = 0{,}15$
    $P(A) = \frac{\ldots\ \ldots}{\ldots\ldots}$

$. \qquad = \frac{\dots}{\dots}$

14. Pada pengambilan sebuah kartu dari satu set kartu bridge, peluang kartu yang terambil tidak bernomor adalah?
    $n(S) \ = 52$
    $.n(A) = 12$
    $P(A) = \frac{\dots\ \dots}{\dots\dots}$
    $. \qquad = \frac{\dots}{\dots}$

15. Pada sebuah permainan ular tangga pada pelemparan 2 buah dadu peluang munculnya bilangan genap pada mata dadu adalah?
    $.n(S) \ = 36$
    $.n(A) = 9$
    $.P(A) = \frac{\dots\ \dots}{\dots\dots}$

16. Pada suatu percobaan Mona melemparkan 2 buah dadu pada sekali pelemparan tersebut tentukan peluang munculnya mata dadu pertama genap adalah?
    $.n(S) \ = 6^2$
    $. \qquad = 36$
    $.P(A) = \cdots$

17. Didalam sebuah permainan Rama mendapatkan kesempatan untuk melemparkan 2 buah dadu. Maka hitunglah berapa peluang munculnya nomor yang bernilai ganjil?
    $.n(S) \ = 6^2$
    $. \qquad = 36$
    $.P(A) = \cdots$

18. Didalam suatu perusahaan sedang mengadakan penerimaan 10 orang pelamar, dari 50 orang pelamar

pekerja, peluang mereka diterima adalah 0,15. Banyak pelamar yang tidak di terima?

$.n(S) = 50$

$.n(s) = 0{,}15$

$P(A) = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

$. \qquad = \frac{\dots}{\dots}$

19. Pada sebuah kotak mainan terdapat 5 mobil-mobilan berwarna merah, 4 mobil-mobilan berwarna putih, 10 mobil-mobilan berwarna kunig. Peluang terambilnya 4 mobil-mobilan berwarna berwarna putih adalah?

    $P(A) = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

    $. \qquad = \frac{\dots}{\dots}$

20. Pada sebuah permaian ular tangga sebuah dadu dilempar sekali, maka tentukan peluang munculnya mata dadu 6!

    $n(S) \ = 6$

    $.n(A) = 1$

21. Sebuah kantong terdiri dari 4 biji kacang polong, 3 biji kacang hijau, dan 5 biji kacang merah. Dari semua jenis biji-bijian tersebut akan diambil satu kacang polong. Tentukanlah peluang terambilnya kacang polong!

    $n(S) \ = 4 + 3 + 5 = 12$

    Titik sampel kelereng biru

    $.n(A) = 3$

22. Pada sebuah permainan tiga buah koin dilempar secara bersamaan. Tentukan peluang muncul kedua angka!

    Runag sampelmya yakni

    $= \{(\text{A}, \text{G}), (\text{A}, \text{A}), (\text{G}, \text{A}), (\text{G}, \text{G})\}$

    $.n(S) = 4$

23. Pada sebuah pelemparan tiga dadu dilemparkan secara bersamaan.
    Misalkan Y adalah seuatu kejadian muncul jumlah mata dadu?
    .$n(Y) = 6$
    .$n(S) = 36$

24. Pada sebuah kotak putih terdapat 6 kelereng merah dan 4 kelereng biru. Peluang mengambil 4 kelereng merah sekaligus...
    Cara agar terambilnya 4 kelereng dari 6 kelereng merah
    .nK $= 6C4$

25. Dalam sebuah pelemparan dua buah dadu dilemparkan secara bersamaan.
    Misalkan X adalah seuatu kejadian muncul jumlah mata dadu?
    .$n(X) = 6$
    .$n(S) = 24$

26. Suatu perusahaan mengadakan penerimaan 30 orang pelamar, dari 30 orang pelamar pekerja, peluang mereka diterima adalah 0,15. Banyak pelamar yang tidak di terima?
    .$n(S) = 30$
    .$n(s) = 0{,}15$
    $P(A) = \frac{\dots\ \dots}{\dots\dots}$
    . $\quad = \frac{\dots}{\dots}$

27. Dalam sebuah permainan ular tangga pada pelemparan 3 buah dadu peluang munculnya bilangan genap pada mata dadu adalah?

$.n(S)\ = 54$
$.n(A) = 9$
$.P(A) = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

28. Pada suatu percobaan Mona melemparkan 1 buah dadu pada sekali pelemparan tersebut tentukan peluang munculnya mata dadu pertama genap adalah?
$.n(S)\ = 6$
. $= 18$
$.P(A) = \cdots$

29. Pada sebuah dadu dilempar duakali, tentukan banyak ruang sampel percobaan tersebut?
$.n(s)dadu = 6$

30. Pada suatu pencobaan sebuah koin dilempar sebanyak satu kali, tentukan banyak ruang sampel pencobaan tersebut?
$.n(S)koin = 2$
$.n(s)dadu = 6$

1.5 Kegiatan Pembelajaran 5.Soal Latihan Mandiri

1. Didalam sebuah permainan, sebuah dadu dilemparkan sebanyak 50 kali. Hitunglah frekuensi harapan munculnya mata dadu yang kurang dari 5!

2. Pada sebuah pencobaan dalam pelemparan dadu sebanyak duakali, berapakah peluang munculnya:

   (a) nomor dadu tidak ganjil;
   (b) nomor dadu ganjil?

3. Pada sebuah pencobaan dalam pelemparan 3 mata uang logam sekaligus sebanyak 150 kali, tentukan frekuensi harapan munculnya dua gambar dan satu angka!

4. Mona melemparkan tiga buah dadu bermata 6. Hitunglah berapa peluang Mona untuk mendapatkan sisi dadu yang bernilai 4!

5. Didalam sebuah kardus yang berisi beberapa mainan diambil sebuah kelereng secara acak dari sebuah kardus yang terdiri dari beberapa maian mobil-mobilan, 5 kelereng merah, 2 kelereng hitam dan 3 kelereng putih. Peluang yang terambil bukan kelereng putih adalah...

6. Dalam permaianan pelemparan 2 mata uang sekaligus. Jika mata uang terdiri dari 2 sisi yang beruba gambar dan

angka, maka tentukan peluang munculnya paling banyak satu sisi gambar adalah...

7. Pada sebuah percobaan pelemparan dua buah dadu yang berisi 6, komplemen dari kejadian muncul mata dadu 5 atau 7 adalah...

8. Dalam sebuah kelas yang berjumlah 32 orang akan dipilih dari 4 orang siswa untuk menjadi ketua kelas, walik ketua, sekertaris, dan bendahara, dengan catatan bahwa seseorang tidak boleh merangkap jabatan pengurus dikelas. Tentukan banyak cara pemilihan pengurus tersebut!

9. Pada sebuah pelemparan 3 buah dadu peluang munculnya bilangan ganjil pada mata dadu adalah?

10. Jika sebuah dadu dilempar duakali secara bersamaan dengan dua buah koin, tentukan banyaknya ruang sampel dari pencobaan tersebut!

11. Dari sekumpulan kartu bridge, diambil secara acak satu kartu. Berapakah peluang munculnya kartu yang merupakan angka?

12. Suatu dadu dilemparkan sebanyak 100 kali, berapa frekuensi harapan munculnya sebuah mata dadu berangka 6?

13. Dua buah dadu dilemparkan sebanyk 500 kali, berapakah frekuensi harapan munculnya sebuah mata dadu berangka 4?

14. Didala permainan ulartangga jika tiga buah dadu dilempar secara bersamaan, berapakah peluang dari munculnya jumlah mata dadu 2-5?

15. Pada sebuah permainan ulartangga jika dua buah dadu dilembpar secara bersamaan, berapakah peluang dari munculnya jumlah mata dadu 1-3?

16. Didalam seuah lemari terdapat beberapa kotak bekas yang berisi bola-bola, yaitu 4 bola putih dan 5 bola kuning dan jika diambil dua kotak yang berisi beberapa bola-bola, maka carilah peluang munculnya atau terambilnya.
    a. Keduanya berwarna kunig
    b. Bola pertama putih dan bola kedua berwarna kuning
    c. Keduanya berwarna sama.

17. Pada sebuah pelemparan 4 buah dadu peluang munculnya bilangan ganjil pada mata dadu adalah?

18. Pada sebuah percobaan pelemparan tiga buah dadu peluang munculnya bilangan genap pada mata dadu adalah?

19. Dalam sebuah pencobaan dalam pelemparan dadu sebanyak duakali, berapakah peluang munculnya:
    (a) nomor dadu tidak genap;
    (b) nomor dadu ganjil?

20. Pada sebuah pencobaan dalam pelemparan 2 mata uang logam sekaligus sebanyak 250 kali, tentukan frekuensi harapan munculnya dua gambar dan satu angka?

21. Pada sebuah permainan, sebuah dadu dilemparkan sebanyak 60 kali. Hitunglah frekuensi harapan munculnya mata dadu yang kurang dari 10!

22. Pada sebuah pencobaan dalam pelemparan dadu sebanyak tiga kali, berapakah peluang munculnya:

    (a) nomor dadu tidak genap;
    (b) nomor dadu genap?

23. Dalam sebuah pencobaan dalam pelemparan 2 mata uang logam sekaligus sebanyak 100 kali, tentukan frekuensi harapan munculnya dua gambar dan satu angka!

24. Enjelia melemparkan tiga buah dadu bermata 6. Hitunglah berapa peluang Mona untuk mendapatkan sisi dadu yang bernilai 2!

25. Didalam sebuah kantong yang berisi beberapa mainan diambil kelereng secara acak dari sebuah kantong yang terdiri dari, 7 kelereng merah, 4 kelereng hitam dan 5 kelereng putih. Peluang yang terambil bukan kelereng putih adalah...

26. Pada suatu permaianan olga melemparkan 3 uang logam dalam pelemparan 2 mata uang logam tersebut sekaligus. Jika mata uang terdiri dari 2 sisi yang berupa gambar dan angka, maka tentukan peluang munculnya paling banyak satu sisi gambar adalah...

27. Dalam sebuah percobaan pelemparan tiga buah dadu yang berisi 6, komplemen dari kejadian muncul mata dadu 4 atau 6 adalah...

28. Dalam sebuah kelas yang berjumlah 22 orang akan dipilih dari 4 orang siswa untuk menjadi ketua kelas, walik ketua, sekertaris, dan bendahara, dengan catatan bahwa seseorang tidak boleh merangkap jabatan pengurus dikelas. Tentukan banyak cara pemilihan pengurus tersebut!

29. Pada sebuah pelemparan 2 buah dadu peluang munculnya bilangan genap pada mata dadu adalah?

30. Jika sebuah dadu dilempar tigakali secara bersamaan dengan tiga buah koin, tentukan banyaknya ruang sampel dari pencobaan tersebut

MODUL 2

PERMUTASI

Standar Kompetensi	Indikator
Memahami konsep permutasi	a. Memahami pengertian permutasi b. Mengetahui jenis-jenis permutasi c. Memahami jenis-jenis permutasi d. Memahami permutasi yang memenuhi persamaan e. Menyelesaikan soal diskusi permutasi f. Menyelesaikan soal latihan mandiri permutasi

Tujuan Pembelajaran

1. Mampu memahami pengertian permutasi
2. Mampu mengetahui jenis-jenis permutasi
3. Mampu memahami jenis-jenis permutasi
4. Mampu memahami permutasi yang memenuhi persamaan
5. Mampu menyelesaikan soal diskusi permutasi
6. Mampu menyelesaikan soal latihan mandiri permutasi

MODUL 2

PERMUTASI

2.1 Kegiatan Pembelajaran 1.Defenisi Permutasi

Permutasi adalah suatu susunan yang dibentuk dari suatu kumpulan benda yang diambil sebagian atau seluruhnya dengan memperhatikan urutan. Hal yang perlu diperhatikan dalam permutasi adalah objek-objek yang ada harus dapat "Dibedakan" antara yang satu dengtan yang lain. Contoh : {1,2,3} tidak sama dengan {2,3,1} dan {3,1,2}. Banyaknya permutasi r unsur dinyatakan P_r^n dengan menggunakan rumus:

$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$ Untuk $r \leq n$

Rumus Permutasi

$$P(n,k) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Banyak permutasi n unsur apabila disusun k unsur k adalah dengan $k \leq n$

Contoh 1

Disebuah kelas terdapat 4 orang siswa yang dicalonkan untuk mengisi posisinya bendahara dan sekretaris. Tentukan banyaknya cara yang bisa digunakan untuk mengisi posisi tersebut.

Penyelesaian:

Soal di atas bisa dituliskan sebagai permutasi P(4,2), n (banyaknya guru) = 4 dan k (jumlah posisi) = 2.

Kita masukkan ke dalam rumus:

$P_{(4,2)} = \frac{4!}{(4-2)!}$

$= \frac{4\times3\times2\times1}{2\times1}$
$= \frac{24}{2}$
$= 12$

Jadi terdapat 12 cara untuk mengisi posisi tersebut.

Contoh 2

Berapakah banyaknya bilangan yang dibentuk dari 2 angka berbeda yang bisa kita susun dari urutan angka 4, 8, 2, 3, dan 5?

Penyelesaian:

Pertanyaan di atas bisa disimpulkan sebagai permutasi yang terdiri dari 2 unsur yang dipilih dari 5 unsur, maka bisa dituliskan sebagai P(5,2). Lalu, kita masukkan ke dalam rumus :

$P_{(5,2)} = \frac{5!}{(5-2)!}$
$= \frac{5\times4\times3\times2\times1}{3\times s2\times1}$
$= \frac{120}{6}$
$= 20$

Jadi, ada 20 cara yang bisa dilakukan untuk menyusun bilangan tersebut menjadi 2 angka yang berbeda – beda

(48, 42, 43, 45, 84, 82, 83, 85, 24, 28, 23, 25, 34, 38, 32, 35, 54, 53, 52).

Contoh 3

Diketahui himpunan A(a, b, c). Tentukan permutasi, jika

a. Diambil 2 unsur
b. Diambil semua (3 unsur)

Penyelesaian:

a. Banyaknya permutasi 2 unsur dan 3 unsur

$$P_2^3 = \frac{3!}{(3! - 2!)}$$
$$= \frac{3!}{1!}$$
$$= \frac{3 \times 2 \times 1}{1}$$
$$= 6$$

b. Banyaknya permutasi 3 unsur dan 3 unsur

$$P_3^3 = \frac{3!}{(3-3)!}$$
$$= \frac{3!}{0!}$$
$$= \frac{3 \times 2 \times 1}{1}$$
$$= 6$$

Contoh 4
Berapa banyaknya permutasi dari cara duduk yang dapat terjadi jika 8 orang disediakan 4 kursi, sedangkan salah seorang dari padanya selalu duduk dikursi tertentu.

Penyelesaian:
Jika salah seorang selalu duduk dikursi tertentu maka tinggal 7 orang dengan 3 kursi kosong.
Maka banyaknya cara duduk ada :

$$P_3^7 = \frac{7!}{(7-3)!}$$
$$= \frac{7!}{4!}$$
$$= 7.6.5$$
$$= 210 \text{ cara}$$

Contoh 5
Tentukanlah aturan permutasi dibawah ini:

$$\mathrm{P}_2^4 = \frac{4! - 4!}{(4-2)!\,2!} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4}{1 \times 2} = 3 \times 4 = 12$$

Penyelesaian:
Berdasarkan deskripsi pada contoh diatas tampak bahwa banyak $P = 2$ unsur
diambil dari 4 unsur yang tersedia secara umum dapat disimpulkan bahwa banyak permutasi r yang diambil dari n unsur yang tersedia.

Ditentukan dengan aturan:

$$\mathrm{P}_r^n = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots\cdots (n-r+1)$$
$$= \frac{n!}{(r)!\,n-r}$$

Contoh 6

Berapa banyak cara menyusun 4 buku dari 6 buku ?

Penyelesaian:

Permutasi 4 dari 6 $= P_4^6$

$$P_4^6 = \frac{6!}{(6-4)!}$$
$$= \frac{6!}{2!}$$
$$= \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1}$$
$$= 360$$

Contoh 7

Empat mahasiswa yang diundang datang secara sendiri- sendiri (tidak bersamaan). Banyak cara kedatangan ke empat mahasiswa?

Penyelesaian:

Diketahui n = 4, menyatakan jumlah mahasiswa yang diundang dan r = 1, menyatakan datang secara sendiri-sendiri, maka:

$$P_{(4,1)} = \frac{4!}{(4-1)!}$$
$$= \frac{4\times3\times2\times1}{3\times2\times1}$$
$$= \frac{24}{6}$$

= 4

Contoh 8
Dalam tim bola basket ada 10 orang siswa yang dicalonkan untuk menjadi pemain. Namun hanya 5 orang yang menjadi pemain utama. Tentukan banyak cara yang bisa dipakai untuk memilih para pemain utama tersebut?

Penyelesaian:

$$P_{(10,5)} = \frac{10!}{(10-5)!}$$

$$= \frac{10\times9\times8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{5\times4\times3\times2\times1}$$

$$= \frac{3628800}{120}$$

$$= 30240$$

Contoh 9
Seorang diminta untuk memilih 3 macam lukisan dari 8 lukisan yang tersedia untuk ditata berurutan di dinding. Tentukan banyak cara memilih!

Penyelesaian:

$$P_3^8 = \frac{8!}{(8-3)!}$$
$$= \frac{8!}{5!}$$
$$= 8 \times 7 \times 6$$
$$= \mathbf{336\ \mathit{cara}}$$

Contoh 10
Di dalam suatu ruangan terdapat 4 kursi. Jika ada 6 orang yang akan duduk di kursi tersebut, maka banyak cara menenpeti kursi tersebut adalah……….

Penyelesaian:

$$P_4^6 = \frac{6!}{(6-4)!}$$

$$= \frac{6\times5\times4\times3\times2!}{2!}$$
$$= \frac{\mathbf{720}}{\mathbf{2}}$$
$$= \mathbf{360}\ \boldsymbol{cara}$$

2.2 Kegiatan Pembelajaran 2. Jenis-Jenis Permutasi

1. Permutasi Unsur – Unsur yang Sama

Pada permutasi ini, jika memiliki susunan yang sama maka susunannya akan dihilangkan.
Permutasi unsur – unsur yang sama dapat dicari dengann rumus:

$$P(n, l_1, l_2, \dots l_k) = \frac{n!}{l_1!\, l_2! \dots l_k!}$$

Contoh 1.1
Terdapat 2 bola merah, 1 bola biru dan 3 bola putih yang sama jenis dan ukurannya. Ada berapa cara bola-bola itu dapat disusun berdampingan.
Penyelesaian:

Banyaknya susunan bola-bola itu adalah

$$\frac{6!}{2!\,3!} = \frac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{2\times1\times3\times2\times1}$$
$$= \frac{720}{12}$$
$$= 60$$

Contoh 1.2
Berapa banyak kata dapat disusun dari kata AGUSTUS?

Penyelesaian:
Banyaknya huruf = 7, banyaknya s = 2, dan u=2
Maka:

$$P_{2,2}^{7} = \frac{7!}{2!2!}$$

$$= \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{(2 \times 1)(2 \times 1)}$$

$= 1260$ kata

Contoh 1.3

Berapa banyak kata yang dapat disusun dari kata MENGHITUNG?

Penyelesaian :

Banyak huruf = 10

Banyak huruf "N" = 2

Banyak huruf "G" = 2

Jadi, $P^{10}_{2,2} = \frac{10!}{2!2!}$

$$= \frac{10\times9\times8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{(2\times1)(2\times1)}$$

$$= \frac{3.628.800}{4}$$

$= 907.200$ kata

Contoh 1.4

Berapa banyak kata yang dapat disusun dari kata FISIPOL?

Penyelesaian

Banyak huruf = 7

Banyak huruf "I" = 2

Jadi, $P^{7}_{2} = \frac{7!}{2!}$

$$= \frac{7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{2\times1}$$

$$= \frac{5040}{2}$$

$= 2520$

Contoh 1.5
Di sebuah ruangan berisi kardus besar didalamnya terdapat 4 balon biru, 2 balon hitam, dan 2 balon merah muda yang bentuknya sama. Ada berapa cara balon-balon tersebut dapat disusun dengan cara berpasangan?

Penyelesaian :
Banyak susunan bola-bola tersebut adalah :

$$\frac{8!}{4!\,2!\,2!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{(4 \times 3 \times 2 \times 1)(2 \times 1)(2 \times 1)}$$

$$= \frac{8\times7\times6\times5}{(2\times1)(2\times1)}$$

$$= 2 \times 7 \times 6 \times 5$$

$$= 420 \text{ susunan}$$

2. Permutasi Unsur – Unsur yang Berbeda

Misalkan dari tiga buah angka 1, 2, dan 3 akan disusun suatu bilangan yang terdiri atas tiga angka dengan bilangan-bilangan itu tidak mempunyai angka yang sama, susunannya yang dapat dibentuk adalah (123), (132), (213), (231), (312), (321).
Banyak cara untuk membuat susunan seperti itu $3 \times 2 \times 1 = 6$ cara. Susunan yang diperoleh seperti diatas disebut permutasi 3 unsur yang diambil dari 3 unsur yang tersedia. Berdasarkan deskripsi diatas, permutasi dapat didefinisikan sebagai berikut. Permutasi r unsur yang diambil dari n yang tersedia (tiap unsur itu berbeda) adalah susunan dari r unsur itu dalam suatu urutan $(r \leq n)$.
Banyak permutasi r yang diambil dari n unsur yang tersedia dilambangkan dengan notasi “Pr^{n}"
Rumus itu digunakan dari n terhadap r unsur

Jika $r = n$, maka banyak permutasi n unsur yang diambil dari n unsur yang tersedia biasa yang singkat: Permutasi n unsur dilambangkan dengan notasi “Pn^{n}"

Contoh 2.1.
Berapa banyak susunan yang terdiri dari 3 huruf dari huruf-huruf U,N,I,V,E,R,S,I,T,A,S?

Penyelesaian:
Ini merupakan permutasi r = 3 unsur dari n = 11 unsur berbeda.

$$P(11{,}8) = \frac{11!}{(11-3)!}$$

$$= \frac{11!}{8!}$$

$$= \frac{39.916.800}{40.320}$$

$$= 990 \text{ susunan}$$

Contoh 2.2
Berapa banyak susunan yang terdiri dari 2 huruf dari huruf-huruf C,I,V,I,T,A,S?

Penyelesaian :
Ini merupakan permutasi r = 2 unsur dari n = 7 unsur berbeda.

$$P(7{,}2) = \frac{7!}{(7-2)!}$$

$$= \frac{7!}{5!}$$

$$= \frac{7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{5\times4\times3\times2\times1}$$

$$= \frac{5040}{120}$$

$$= 42 \text{ susunan}$$

Contoh 2.3
Berapa banyak susunan yang terdiri dari 5 huruf dari huruf-huruf P,O,L,I,T,E,K,N,I,K?

Penyelesaian :

$$P(10,5) = \frac{10!}{(10-5)!}$$

$$= \frac{10!}{5!}$$

$$= \frac{10\times9\times8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{5\times4\times3\times2\times1}$$

$$= 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6$$

$$= 30.240 \text{ susunan}$$

Contoh 2.4
Berapa banyak susunan yang terdiri dari 4 huruf dari huruf-huruf F,E,B,R,U,A,R,I?

Penyelesaian :

$$P(8,4) = \frac{8!}{(8-4)!}$$

$$= \frac{8!}{4!}$$

$$= \frac{8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{4\times3\times2\times1}$$

$$= 8 \times 7 \times 6 \times 5$$

$$= 1680 \text{ susunan}$$

Contoh 2.5
Berapa banyak susunan yang terdiri dari 3 huruf dari huruf-huruf S,E,R,I,U,S?

Penyelesaian :

$$P(6,3) = \frac{6!}{(6-3)!}$$

$$= \frac{6!}{3!}$$

$$= \frac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{3\times2\times1}$$

$$= 6 \times 5 \times 4$$

$$= 120 \text{ susunan}$$

3. Permutasi Merupakan Pengembangan Dari Aturan Perkalian

Permutasi adalah cara menyusun suatu unsur secara urut dengan objek yang berbeda dari kelompok unsur. Permutasi sekumpulan n dengan yang berlainan diambil secara bersama-sama

$$\mathrm{P}_n^n = n!$$

Suatu permutasi yang diambil dari n unsur yang berlainan adalah penempatan r unsur itu dalam suatu urutan $r \leq n$ dan dinyatakan dalam notasi ${}_n\mathrm{P}_r$, $\mathrm{P(n,r)}$, $P(nr)$, P_r^n , atau ${}_n\mathrm{P}_r$. Nilai P_r^n ditentukan oleh formula berikut ini:

$$\mathrm{P}_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Jika diketahui n unsur, diantaranya adalah k unsur yang sama $(\mathrm{k} \leq \mathrm{n})$
maka banyaknya permutasi yang berlainan ditentukan oleh formula berikut ini:

$$\mathrm{P} = \frac{n!}{k!}$$

Jika n unsur yang tersedia terdapat $n_1$unsur yang sama n_2 unsur yang sama, dan $n_3$unsur yang sama, maka banyaknya permutasi yang berlainan dari n unsur itu ditentukan oleh formula berikut ini:

$$\frac{n!}{n1!n2!n3!} \text{ dengan } n1 + n2 + n3 \leq n$$

4. Permutasi Siklis

Permutasi siklis adalah permutasi yang dibuat dengan menyusun unsur secara melingkar menurut arah putaran tertentu. Permutasi siklis berkaitan dengan penyusunan sederetan objek yang melingkar. Sebagai gambaran adalah susunan duduk dari beberapa orang pada meja bundar. Permutasi ini juga dikenal sebagai permutasi melingkar.
Bila tersedia n unsur berbeda, maka banyak permutasi siklis dari n unsur itu ditentukan oleh formula:

$$\mathrm{P}_{\text{siklis}} = (n-1)!$$

Rumus itu digunakan untuk n unsur yang berbeda.

Contoh 4.1

Ada berapa cara 7 orang yang duduk mengelilingi meja dapat menempati ketujuh tempat duduk dengan urutan yang berlainan?

Penyelesaian:

Banyaknya cara duduk ada

$$\begin{aligned}(7 - 1)! &= 6\,! \\ &= 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \\ &= 720 \text{ cara}\end{aligned}$$

Contoh 4.2
Sebuah keluarga terdiri atas 5 orang. Mereka akan duduk mengelilingi sebuah meja bundar untuk makan bersama. Berapa

banyaknya cara agar mereka dapat duduk mengelilingi meja makan tersebut dengan urutan yang berbeda?

Penyelesaian:
Permutasinya adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
(5 - 1)! &= 4! \\
&= 4 \times 3 \times 2 \times 1 \\
&= 24
\end{aligned}
$$

Contoh 4.3
5 buah kelereng yang akan disusun melingkar. Berapa cara untuk menyusunnya?

Penyelesaian:

$$
\begin{aligned}
\frac{(5-1)!}{2} &= \frac{4!}{2} \\
&= \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2} \\
&= 12
\end{aligned}
$$

Contoh 4.4

Pada suatu pertemuan keluarga terdapat 4 sepasang suami istri yang akan duduk pada meja makan keluarga. Berapa susunan yang akan di duduk melingkar pada pertemuan makan tersebut.
Pertama-tama kita mencari banyaknya cara, setelah mencari banyaknya cara kemudian kita mencari permutasinya.

Penyelesaian:

$$
\begin{aligned}
(4-1)! &= 3! \\
&= 3 \times 2 \times 1 \\
&= 6
\end{aligned}
$$

$$
\frac{(4-1)!}{2} = \frac{3!}{2}
$$

$$= \frac{3 \times 2 \times 1}{2}$$
$$= \frac{6}{2}$$
$$= 3$$

Contoh 4.5

7 mutiara akan dibentuk untuk sebuah gelang kaki. Ada berapa cara mutiara tersebut dapat disusun?

Penyelesaian :

$$(7-1)! = 6!$$

$$= 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$= 720 \text{ cara}$$

5. Permutasi Berulang

Bila tersedia n unsur berbeda, maka banyak permutasi berulang r unsur yang diambil dari n unsur yang tersedia ditentukan oleh formula:

$$\mathrm{P}_{\mathrm{berulang}} = \mathrm{n}^{\mathrm{r}}, \text{dengan } \leq \mathrm{n}$$

Contoh 5.1

Berapa banyak permutasi berulang dari 3 huruf a, b, c yang disusun $2-2$?

Penyelesaian:

$$P_{berulang} = 3^2$$
$$= 9$$

Yaitu $ab, ac, ba, bc, ca, cb, aa, bb, dan\ cc$

Jadi, banyaknya permutasi pengulangan ada 9

Contoh 5.2

Berapa banyak permutasi dari 4 huruf A, B, C, dan D?

Penyelesaian:

Sebuah contoh permutasi atau susunan 4 huruf dalam suatu urutan yang terdiri dari :
huruf pertama (B), huruf kedua (D), huruf ketiga (A), huruf keempat (C)
Huruf pertama dalam susunan dapat dipilih dengan 4 cara huruf A atau B atau C atau D. Kemungkinan huruf tersebut dapat ditentukan dengan cara berikut :

Huruf dapat dipilih dengan 3 cara:
Misalnya:
Huruf pertama dipilih B
Maka huruf kedua yang dapat dipilih adalah D atau A atau C.

Huruf ketiga dapat dipilih dengan 2 cara:
Misalnya:
Jika huruf pertama dipilih B
Huruf kedua dipilih D
maka huruf ketiga yang dapat dipilih adalah A atau C.
Huruf keempat dapat dipilih dengan satu cara:
Misalnya:

Jika huruf pertama dipilih B
Huruf kedua dipilih D
Huruf ketiga dipilih A,
maka huruf keempat tinggal 1 pilihan yaitu huruf C.
Dengan menggunakan aturan perkalian, banyak susunan yang mungkin itu seluruhnya adalah
$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4! = 24$

Berdasarkan deskripsi pada contoh diatas tampak banyak permutasi 4 unsur adalah
$P_4{}^4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4!$
Banyaknya permutasi n ditentukan dengan aturan:

$$\mathrm{P_n}^{\mathrm{n}} = \mathrm{n} \times (\mathrm{n}-1) \times (\mathrm{n}-2) \ldots \ldots 3 \times 2 \times 1 = \mathrm{n}!$$

Contoh 5.3
Berapa banyak susunan 3 huruf yang diambil dari huruf-huruf L,I,M,I,dan T, jika unsur-unsur yang tersedia boleh berulang?

Penyelesaian:

Banyak unsur $n = 5$
Susunan terdiri dari 3 huruf $(r = 2)$
$P_{berulang} = 5^3$

$= 5 \times 5 \times 5$

$= 125$

Jadi, terdapat 125 susunan 3 huruf yang diantaranya mengandung beberapa huruf berulang.

Contoh 5.4
Berapa banyak bilangan yang terdiri dari 2 angka yang diambil dari angka-angka 2,14,28,12, jika angka-angka boleh berulang?

Penyelesaian :

Banyak unsur $n = 4$
Susunan terdiri dari 2 angka $(r = 2)$
$P_{berulang} = 4^2$

$= 16$

Jadi, terdapat 16 bilangan 2 angka yang diantaranya mengandung beberapa angka berulang.

2.3 Kegiatan Pembelajaran 3. Permutasi Yang Memenuhi Persamaan

Mencari permutasi dengan sistem yang memenuhi persamaan dapat ditentukan dengan menggunakan sistem persamaan. Maka dengan sistem persamaan ini, kita dapat menentukan n unsur dan juga permutasinya.

Contoh 1

Carilah nilai n yang memenuhi persamaan $7 \times \mathrm{P}_3^n = 6 \times \mathrm{P}_3^{n+1}$

Penyelesaian:

$$7 \times \mathrm{P}_3^n = 6 \times \mathrm{P}_3^{n+1}$$

$$7 \times \frac{n!}{(n-3)!} = 6 \times \frac{(n+1)n!}{(n+1-3)!}$$

$$\frac{7}{(n-3)!} = \frac{6(n+1)}{(n-2)(n-3)!}$$

$$7 = \frac{6(n+1)}{n-2}$$

$$7(n-2) = 6(n+1)$$

$$7n - 14 = 6n + 6$$

$$n = 20$$

Contoh 2

Carilah nilai n yang memenuhi persamaan $\mathrm{P}_6^n = 15\mathrm{P}_5^n$

Penyelesaian :

$$\frac{n!}{(n-6)!} = 15\,\frac{n!}{(n-5)!}$$

$$n!\ (n-5)! = 15\,n!\ (n-6)!$$

$$(n-5)! \quad = \ (n-6)!$$

$$(n-5)(n-6)! = 15\ (n-6)!$$

$$(n-5) = 15$$

$$n \quad = 3$$

Contoh 3
Carilah nilai n yang memenuhi persamaan $n\ p_8 = 10\ (n-1)p_7$

Penyelesaian:

$$\frac{n!}{(n-8)!} \quad = 10\,\frac{(n-1)!}{(n-1)-7)!}$$

$$\frac{n!}{(n-8)!} \quad = 10\,\frac{(n-1)!}{(n-8)!}$$

$$n! \quad = 10(n-1)!$$

$$n\ (n-1)! \quad = 10(n-1)!$$

$$n \quad = 10$$

Contoh 4
Carilah nilai n yang memenuhi persamaan $6p_n = 360$

Penyelesaian:

$$\frac{6!}{(6-n)!} = 360$$
$$(6-n)! = \ \frac{6!}{360}$$

$$(6-n)! = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{360}$$

$$(6-n)! = \frac{720}{360}$$

$$(6-n)! = 2$$

$$(6-n)! = 2!$$

$$6-n = 2$$

$$n = 6-2$$

$$n = 4$$

Contoh 5
Carilah nilai n yang memenuhi persamaan $14\ P\ (n, 4) = P\ (n + 1{,}6)$.

Penyelesaian :
$14\ nP_4 = n + 1\ P_6$

$$14 \frac{n!}{(n-4)!} = \frac{(n+1)!}{((n+1)-6)!}$$

$$14 \frac{(n)(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)!}{(n-4)!}$$

$$= \frac{(n+1)(n)(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{(n-5)!}$$

$$14 = (n+1)(n-4)$$

$$14 = n^2 - 4n + n - 4$$

$$n^2 - 3n - 4 - 14 = 0$$

$n^2 - 3n - 18 = 0$

$(n + 3)(n - 6) = 0$

$n + 3 = 0$ atau $n - 6 = 0$
$n = -3$ $n = 6$

Jadi, karena permutasinya positif maka kita mengambil nilai n yang bernilai positif yaitu $n = 6$.

Contoh 6
Carilah nilai n yang memenuhi persamaan $\frac{n!}{(n-8)!} = 24\frac{n!}{(n-4)!}$

Penyelesaian :
$n!\,(n - 4)! = 24n!\,(n - 8)!$

$(n - 4)! \quad = 24(n - 8)!$

$(n - 4)(n - 8)! = 24\ (n - 8)$

$n - 4 = 24$

$n = 6$

Jadi, nilai n adalah 6.

2.4 Kegiatan Pembelajaran 4. Rangkuman

Permutasi adalah susunan yang dibentuk dari anggota suatu himpunan dengan cara pengambilan data yang memperhatikan "URUTAN". Selain itu permutasi dapat menghitung banyaknya susunan huruf, angka dengan cara cepat dan tepat.

Rumus permutasi secara umum ialah : $P(n, k) = \frac{n!}{(n-k)!}$

Permutasi dapat dibagi menjadi 5 jenis yaitu:

1. "Permutasi unsur yang sama" ialah permutasi yang jika pada susunannya memiliki susunan yang sama maka akan dihilangkan.

   Rumus : $P(n, l_1, l_2, \dots l_k) = \frac{n!}{l_1! l_2! \dots l_k!}$

2. "Permutasi unsur yang berbeda" ialah permutasi yang memiliki unsur yang berbeda tetapi urutannya harus diperhatikan.

   Rumus: $p(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$

3. Permutasi merupakan pengembangan dari aturan perkalian

4. Permutasi pengulangan ialah permutasi yang memperhatikan urutan tetapi unsur atau elemenya boleh diulang. :

   Rumus : $\mathrm{P_{berulang}} = \mathrm{n^r}, \mathrm{dengan} \leq \mathrm{n}$

5. "Permutasi siklis" ialah permutasi yang menyusun anggota atau himpunan secara melingkar menurut arah putaran tertentu.

   Rumus : $\mathrm{P_{siklis}} = (n-1)$

2.5 Kegiatan Pembelajaran 5. Soal Diskusi Kelompok

1. Nilai n agar nP2 = 72 adalah...
   Penyelesaian:
   $n^2 - n - 72 \quad = 0$
   $(\cdots - \cdots)(\cdots + \cdots) = \cdots$
   $n = 8 \;\; n = -9$

2. Nilai n agar nP2 = 36 adalah...
   Penyelesaian:
   $n^2 - n - 36 \quad = 0$
   $(\cdots - \cdots)(\cdots + \cdots) = \cdots$
   $n = 4 \;\; n = -9$

3. Nilai n agar nP2 = 32 adalah...
   Penyelesaian:
   $n^2 - n - 32 \quad = \cdots$
   $(\cdots - \cdots)(\cdots + \cdots) = \cdots$
   $n = 4 \;\; n = -8$

4. Dalam suatu organisasi akan dipilih ketua, bendahara dan sekretaris dari 6 calon yang memenuhi kriteria. Banyak susunan yang mungkin dari 6 calon tersebut adalah...
   Penyelesaian:
   $$6\,P\,3 = \frac{6!}{(6-3)!}$$
   $$= \frac{\cdots}{\cdots}$$
   $$= \cdots$$
   $$= \cdots$$

5. Dalam suatu organisasi akan dipilih ketua, bendahara dan sekretaris dari 8 calon yang memenuhi kriteria. Banyak susunan yang mungkin dari 8 calon tersebut adalah...
   Penyelesaian:

$$8\,P\,3 = \frac{8!}{(8-3)!}$$
$$= \frac{\cdots}{\cdots}$$
$$= \cdots$$
$$= \cdots$$

6. Suatu Organisasi akan dipilij calon ketua dan wakil ketua osis yang baru dari 4 calon yang memenuhi kriteria. Banyakny susunan yang mungkin dari 4 calon tersebut adalah…

   Penyelesaian:

$$4\,P\,2 = \frac{\cdots}{(\cdots)\cdots}$$
$$= \frac{\cdots}{\cdots}$$
$$= \cdots$$
$$= \cdots$$

7. Banyak permutasi dari huruf yang terdapat pada kata SAMA SAJA adalah...

   Penyelesaian:

$$8\,P\,2,4 = \frac{\cdots}{(\cdots)\cdots}$$
$$= \frac{\cdots}{\cdots}$$
$$= \cdots$$
$$= \cdots$$

8. Banyaknya permutasi dari huruf yang terdapt pada JAKARTA adalah…

   Penyelesaian:

$$7\,P\,1,3 = \frac{\cdots}{(\cdots)\cdots}$$
$$= \frac{\cdots}{\cdots}$$
$$= \cdots$$
$$= \cdots$$

9. Ada berapa cara bila 4 orang remaja (k, l, m, n) menempati tempat duduk yang akan disusun dalam suatu susunan yang teratur?
   Penyelesaian:
   $${}_4P_4 = \cdots$$
   $$= \cdots$$
   $$= \cdots$$
10. Sekelompok mahasiswa yang terdiri dari 10 orang akan mengadakan rapat dan duduk mengelilingi sebuah meja, ada berapa carakah kelima mahasiswa tersebut dapat diatur pada sekeliling meja tersebut?
    Penyelesaian:
    $$P_5 = (\cdots)$$
    $$= \cdots$$
    $$= \cdots$$

11. Berapa banyak kata yang terbentuk dari kata "STMIK"?
    Penyelesaian:
    $$5! = \cdots$$
    $$= \cdots$$
    $$= 120 \text{ kata}$$

12. Berapa banyak kata yang terbentuk dari kata "KAMPUS"?
    Penyelesaian:
    $$6! = \cdots$$
    $$= \cdots$$
    $$= 720 \text{ kata}$$
13. Berapa banyak kata yang terbentuk dari kata "KANTOR"?
    Penyelesaian:
    $$6! = \cdots$$
    $$= \cdots$$
    $$= 720 \text{ kata}$$

14. Berapa banyak kata yang terbentuk dari kata "MEJA"?
    Penyelesaian:
    $$4! = \cdots$$
    $$= \cdots$$

$= 24 \text{ kata}$

15. Berapa banyaknya permutasi dari cara duduk yang dapat terjadi jika 8 orang disediakan 4 kursi, sedangkan salah seorang dari padanya selalu duduk dikursi tertentu.
    Penyelesaian:

$$_7P_3 = \frac{\cdots}{(\cdots)}$$
$$= \frac{\cdots}{\cdots}$$
$$= \cdots$$

16. Lima orang wiraniaga di calonkan untuk mengisi kekosongan jabatan kepala cabang di dua kota. Tentukan banyak cara untuk memilih dua kepala cabang dari lima orang wiraniaga tersebut?
    Penyelesaian:

$$p(\ldots,\ldots) = \frac{\cdots}{(\cdots - \cdots)}$$
$$= \frac{\ldots}{\ldots}$$
$$= 6$$

17. Menjelang pergantian kepengurusan BEM STMIK Tasikmalaya akan dibentuk panitia inti sebanyak 2 orang (terdiri dari ketua dan wakil ketua), calon panitia tersebut ada 6 orang yaitu : a,b,c,d,e, dan f. ada berapa pasang calon yang dapat duduk sebagai panitia inti tersebut?

Penyelesaian :

$$_6P_2 = \frac{6!}{(6-2)!}$$
$$= \frac{\ldots.}{\ldots.}$$
$$= \frac{\ldots.}{\ldots}$$
$$= 30\ cara$$

18. Terdapat 3 orang yang berinisial (E,M,R) yang akan duduk bersama di sebuah bangku. Ada berapa urutan yang dapat dibentuk dari ketiga inisial tersebut?

Penyelesaian :

$${}_3P_3 = \cdots$$
$$= \cdots$$
$$= \cdots$$

19. Suatu kelompok belajar yang beranggotakan empat orang (A,B,C,dan D) akan memilih ketua dan wakil ketua kelompok. Ada berapa alternatif susunan ketua dan wakil ketua yang dapat dipilih?

Penyelesaian:

$${}_4P_2 = \frac{\cdots}{\cdots}$$
$$= \frac{\cdots}{\cdots}$$
$$= \cdots$$
$$= 12\ cara$$

20. Ada berapa cara 5 gelas warna yang mengitari meja kecil, dapat menempati kelima tempat dengan urutan yang berlainan?

Penyelesaian :

$$(5-1)! = 4!$$
$$= \cdots$$
$$= \cdots$$

21. Sekelompok mahasiswa yang terdiri dari 10 orang akan mengadakan rapat dan duduk mengelilingi sebuah meja, berapa carakah kelima mahasiswa tersebut dapat diatur pada sekeliling meja tersebut?

Penyelesaian :

$$P_5 = (10-1)!$$
$$= \cdots$$
$$= \cdots$$

22. Berapa bayak kata yang dapat terbentuk dari kata "KEBETULAN"?

Penyelesaian :

$$9! = \cdots$$
$$= \cdots$$

23. Berapa banyaknya permutasi dari cara duduk yang dapat terjadi jika 14 orang disediakan 7 kursi, sedangkan salah seorang dari padanya selalu duduk di kursi tertentu.

Penyelesaian :

$$
\begin{aligned}
{}_{13}\mathrm{P}_6 &= \frac{\cdots}{(\cdots)} \\
&= \frac{\cdots}{\cdots} \\
&= \cdots \\
&= \cdots
\end{aligned}
$$

24. Dalam suatu organisasi akan dipilih pengurus sebagai ketua, sekretaris dan bendahara dari 12 calon yang memenuhi kriteria. Banyak susunan pengurus yang mungkin dari 12 calon tersebut adalah…..

Penyelesaian :

$$
\begin{aligned}
P_{(1,2,3)} &= \frac{\dots}{(\dots)} \\
&= \text{—} \\
&= \cdots
\end{aligned}
$$

25. Tiga mahasiswa dicalonkan untuk menjadi pengurus perpustakaan di dua kampus. Tentukan banyak cara untuk memilih dua pengurus perpustakaan dari 3 mahasiswa tersebut.

Penyelesaian :

$$
\begin{aligned}
P_{(3,2)} &= \frac{\dots}{(\dots)} \\
&= \text{—} \\
&= \cdots
\end{aligned}
$$

2.6 Kegiatan Pembelajaran 6. Soal Latihan Mandiri

1. Dalam suatu kelas terdapat 20 siswa. Dari 20 siswa ini akan dipilih untuk mengikuti olimpiade matematika sebanyak 10 orang. Tentukan banyak cara yang dapat dipakai untuk memilih peserta olimpiade.

2. Sekelompok mahasiswa yang terdiri dari 10 orang akan mengadakan rapat dan duduk mengelilingi sebuah meja, ada berapa carakah kelima mahasiswa tersebut dapat diatur pada sekeliling meja tersebut?

3. Berapa banyak "kata" yang terbentuk dari kata "STMIK"?

4. Peluang lulusan PNJ dapat bekerja pada suatu perusahaan adalah 0,75. Jika seorang lulusan PNJ mendaftarkan pada 24 perusahaan, maka berapakah dia dapat diterima oleh perusahaan?

5. Terdapat tiga orang (X, Y dan Z) yang akan duduk bersama di sebuah bangku. Ada berapa urutan yang dapat terjadi ?

a. Suatu kelompok belajar yang beranggotakan empat orang (A, B, C dan D) akan memilih ketua dan wakil ketua kelompok. Ada berapa alternatif susunan ketua dan wakil ketua dapat dipilih ?

b. Berapa banyaknya permutasi dari cara duduk yang dapat terjadi jika 8 orang disediakan 4 kursi, sedangkan salah seorang dari padanya selalu duduk dikursi tertentu.
c. Ada berapa cara 5 gelas warna yang mengitari meja kecil, dapat menempati kelima tempat dengan urutan yang berlainan?

d. Tentukan banyaknya permutasi siklus dari 3 unsur yaitu A, B, C ?

e. Tentukan banyaknya permutasi siklus dari 3 unsur X, Y, Z ?

6. Dari 6 angka yaitu 2,4,5,7,8 dan 9 akan dibentuk bilangan-bilangan yang terdiri dari 3 bilangan, berapa banyak susunan bilangan yang terjadi jika tidak boleh ada angka yang diulang?

7. Sebuah organisasi beranggotakan 25 orang, diantaranya berprofesi sebagai Dokter. Dalam berapa carakah sebuah panitia dapat dipilih yang beranggotakan 3 orang termasuk sekurang-kurangnya 1 Dokter.

8. Berapa banyak susunan yang dapat dibentuk dari huruf "EKONOMI"?

9. Berapa banyak bilangan yang dapat disusun dari angka 3345 yang terdiri dari empat angka?

10. Wati dan Dara beserta 3 teman lainnya duduk melingkar pada meja bundar. Tentukan bayak susunan duduk berbeda jika Wati dan Dara selalu bersama?

11. Dalam suatu organisasi BPM akan dipilih pengurus sebagai ketua, sekretaris dan Bendahara dari 15 calon yang memenuhi kriteria. Banyak susunan pengurus yang mungkin dari 15 calon tersebut adalah….

12. Banyaknya susunan berbeda yang dapat dibuat dari huruf-huruf pada kata "KALKULUS" adalah…..

13. Terdapat 6 orang pemain catur yang akan bertanding untuk memperebutkan juara satu, dua, dan tiga pada sebuah turnamen catur. Berapa banyakkah susunan juara satu, dua dan tiga yang dapat dibentuk dari 6 pemain tersebut?

14. Sebuah keluarga terdiri dari 8 orang. Mereka akan duduk mengelilingi sebuah meja bundar untuk makan bersama.Berapa banyaknya cara agar mereka dapat duduk mengelilingi meja makan tersebut dengan urutan yang berbeda?

15. Tentukan nilai n pada persamaan $\mathrm{P}_2^{(n-1)} = 20$?

MODUL 3
KAIDAH PENCACAHAN

Standar Kompetensi	Indikator
Memahami konsep kaidah pencacahan	1. Memahami konsep kaidah pencacahan 2. Memahami prinsip dasar kaidah pencacahan 3. Memahami aturan kaidah pencacahan 4. Memahami metode kaidah pencacahan 5. Menyelesaikan soal latihan individu materi kaidah pencacahan 6. Menyelesaikan soal diskusi kelompok materi kaidah pencacahan

Tujuan Pembelajaran

1. Mampu memahami konsep kaidah pencacahan.
2. Mampu mengerti dan memahami Memahami prinsip dasar kaidah pencacahan
3. Mampu memahami aturan kaidah pencacahan
4. Mampu memahami metode kaidah pencacahan
5. Mampu menyelesaikan soal kaidah pencacahan

MODUL 3
KAIDAH PENCACAHAN

3.1 Kegiatan Pembelajaran 1. Pengertian Kaidah Pencacahan

Kaidah pencacahan merupakan dasar dari matematika diskrit yang digunakan sebagai alat dasar untuk mempelajari materi-materi lainnya yang umumnya bersifat kombinatorik. Dalam bahasa Inggris kaidah pencacahan disebut dengan *Counting Rules* yang merupakan sebuah cara atau aturan untuk menghitung seluruh kemungkinan yang bisa terjadi dalam suatu percobaan tertentu. Dalam kaidah pencacahan terdapat beberapa metode yaitu metode pengisian tempat (*Filling Slots*), metode permutasi, dan metode kombinasi. Dalam bab ini, materi akan ditekankan pada:

1. Aturan Penjumlahan
2. Aturan Perkalian
3. Faktorial
4. Permutasi
5. Kombinasi

Pengertian Kaidah Pencacahan

Kaidah pencacahan adalah suatu ilmu yang berkaitan dengan menentukan banyaknya cara suatu percobaan yang terjadi.

3.2 Kegiatan Pembelajaran 2. Prinsip Dasar Pencacahan

Kaidah pencacahan disebut juga dengan prinsip dasar membilang atau kaidah penggandaan. Secara umum, prinsip dasar pencacahan menyatakan bahwa "jika suatu kejadian dapat terjadi dalam *m* cara yang berbeda, dan kejadian tersebut diikuti oleh kejadian lain yang terjadi dalam *n* cara, maka kedua kejadian tersebut dapat terjadi sebanyak $m \times n$ cara". Banyaknya peristiwa pada prinsip dasar membilang dapat diperluas lebih dari dua peristiwa. Contohnya seorang anak mempunyai 2 baju dan 2 celana. Berapakah banyaknya cara siswa itu dapat berpakaian ? Jawabannya adalah siswa tersebut

3.3 Kegiatan Pembelajaran 3. Aturan Pencacahan

Aturan pencacahan merupakan dasar dari perhitungan peluang. Dengan menguasai aturan pencacahan dapat ditentukan banyaknya kemungkinan pengaturan unsur atau objek suatu percobaan. Ada dua macam aturan pencacahan yaitu aturan perkalian dan aturan penjumlahan.

1. Aturan Penjumlahan

Dalam kaidah pencacahan, terdapat prinsip umum bahwa keseluruhan sama dengan jumlah dari bagian-bagiannya. Secara umum, aturan penjumlahan dijelaskan sebagai berikut:

Aturan Penjumlahan pada Kaidah Pencacahan

Prinsip dari aturan ini adalah menjumlahkan banyaknya kemungkinan cara (pilihan) dari kejadian-kejadian yang terjadi. Jika banyak cara memilih unsur pertama adalah m dan banyak cara memilih unsur kedua adalah n banyaknya cara memilih salah satu dari gabungan keduanya adalah $m + n$.

Jika terdapat n peristiwa yang saling lepas, yaitu:

k_1 = banyak cara pada peristiwa pertama

k_2 = banyak cara pada peristiwa kedua

dan seterusnya sampai

k_n = banyak cara pada peristiwa ke-n

Maka banyak cara untuk n buah peristiwa secara keseluruhan adalah"

$$k_1 + k_2 + \dots + k_n$$

Contoh Soal

1. Sebuah sekolah akan mengadakan pemilihan ketua OSIS. Terdapat calon ketua OSIS yang terdiri dari 7 siswa laki-laki dan 5 siswi perempuan. Berapa banyak cara memilih satu orang ketua OSIS?
   Jawab:
   Terdapat 7 kemungkinan untuk memilih satu orang ketua OSIS dari 7 siswa laki-laki dan 5 siswi perempuan. Karena hanya satu orang yang akan dipilih menjadi ketua OSIS, maka siswa laki-laki dan siswi perempuan tidak dapat dipilih sekaligus. Dengan demikian, digunakan aturan penjumlahan, yaitu:
   $7 + 5 = 12$
   Jadi, banyak cara memilih adalah 12 cara.

2. Di dalam tempat pensil Andi terdapat 8 pensil merk Joyko dan 5 pensil merk HB. Jika Andi ingin menggunakan pensil tersebut, berapa banyak pensil yang dapat dipakai?
   Jawab:
   Terdapat 8 pensil merk Joyko dan 5 pensil merk HB. Jika Andi ingin menggunakan pensil tersebut, maka banyak pilihan Andi adalah $8 + 5 = 13$
   Jadi, banyak pilihan Andi adalah 13 pilihan.

3. Aturan jumlah dapat diperluas untuk lebih dari dua tugas. Misalnya, seorang instruktur laboratorium komputer memiliki 4 jenis buku bahasa pemrograman: 5 buku (judul) tentang C, buku tentang FORTRAN, 3 buku tentang Java, dan 5 buku tentang Pascal. Berapa buku yang dapat dijumlahkan?
   Jawab:

Jika seorang praktikan dianjurkan untuk meminjam satu buku bahasa pemrograman dari sang instruktur, ada $5 + 4 + 3 + 5 = 17$ buku yang bisa dia jumlah.
Jadi, banyak buku yang dapat dijumlahkan adalah 17 buku.

4. Siswa kelas 11 SMA Harapan ingin melakukan praktikum komputer di dalam laboratorium komputer. Di dalam suatu laboratorium komputer ada 4 komputer (merk) jenis Toshiba dan 6 komputer jenis Acer. Berapa komputer yang diperbolehkan siswa untuk digunakan saat praktikum ?
   Jawab:
   Jika seorang siswa diperbolehkan menggunakan kedua jenis komputer tersebut, maka ada $4 + 6 = 10$ komputer yang bisa dipilih untuk dipakai.
   Jadi, banyak komputer yang dapat digunakan 10 buah.

5. Wati memiliki 4 jenis motor berbeda, 3 jenis sepeda berbeda, dan 2 mobil yang berbeda. Jika Wati ingin berpergian, ada berapa cara Wati menggunakan kendaraan yang ada di rumahnya ?
   Jawab:
   Terdapat 3 pilihan kendaraan di rumah Wati yaitu , motor, sepeda, dan mobil. Wati tidak mungkin sekaligus menggunakan ketiga jenis kendaraan tersebut. Wati harus memilih salah satu jenis kendaraan saja. Cara untuk memudahkan Wati dalam memilih kendaraan yang akan digunakan adalah dengan menjumlahkan semua kendaraan yang ada di rumah Wati yaitu 4 + 3 + 2 = 9 cara. Jadi, ada 9 cara pilihan kendaraan yang bisa digunakan oleh Wati.
   Jadi, banyak cara Wati menggunakan kendaraan di rumahnya adalah 9 cara.

2. Aturan Perkalian

Setiap orang pernah dihadapakan pada berbagai permasalahn memilih atau mengambil keputusan. Seperti setelah lulus kuliah akan bekerja menjadi apa? Setelah lulus kuliah akan bekerja dimana? Proses memilih ini dapat dibantu dengan cara matematika, salah satunya dengan aturan perkalian. Secara umum, aturan perkalian dijelaskan sebagai berikut:

Aturan Perkalian pada Kaidah Pencacahan

Prinsip dari aturan ini adalah mengalikan banyaknya kemungkinan cara atau pilihan dari setiap kejadian yang terjadi secara bersamaan. Jika banyak cara memilih unsur pertama adalah m dan banyak cara memilih unsur kedua n. Banyak cara memilih kedua unsur tersebut sekaligus adalah $m \text{ x } n$.
Jika terdapat n peristiwa yang saling lepas, yaitu:
k_1 = banyak cara pada peristiwa pertama
k_2 = banyak cara pada peristiwa kedua
dan seterusnya sampai
k_n = banyak cara pada peristiwa ke-n
Maka banyak cara untuk n buah peristiwa adalah:
$k_1 \text{ x } k_2 \text{ x } \ldots \text{ x } k_n$

Contoh Soal

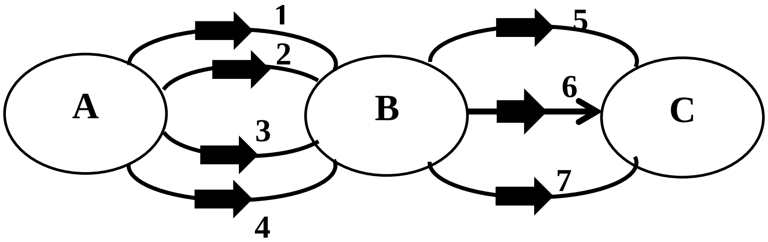
1. SMA Kayu Putih berhasil memperoleh 5 siswa sebagai calon peserta olimpiade fisika dan 3 siswa sebagai calon peserta olimpiade kimia. Sekolah akan mengutus 1 siswa untuk setiap mata pelajaran. Calon peserta juga hanya diperbolehkan fokus pada salah satu mata pelajaran. Tentukan banyak cara memilih utusan sekolah sebagai peserta olimpiade matematika dan kimia ?
   Jawab:
   Misalkan f = calon peserta olimpiade fisika dan
   k = calon peserta olimpiade kimia.

Sehingga, lima siswa calon peserta olimpiade fisika adalah f_1, f_2, f_3, f_4, dan f_5.
Sementara tiga siswa calon peserta olimpiade kimia adalah k_1, k_2, dan k_3

Fisika / Kimia	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
k_1	**(f_1, k_1)**	**(f_2, k_1)**	**(f_3, k_1)**	**(f_4, k_1)**	**(f_5, k_1)**
k_2	**(f_1, k_2)**	**(f_2, k_2)**	**(f_3, k_2)**	**(f_4, k_2)**	**(f_5, k_2)**
k_3	**(f_1, k_3)**	**(f_2, k_3)**	**(f_3, k_3)**	**(f_4, k_3)**	**(f_5, k_3)**

Banyak cara memilih utusan sekolah sebagai peserta olimpiade matematika dan kimia dengan menghitung kotak yang berwarna kuning, yaitu 15 kotak. Hal ini berarti ada 15 cara untuk memilih peserta olimpiade.
Atau dapat dituliskan $3 \times 5 = 15$
Jadi, banyak cara memilih utusan sekolah ada 15 cara.

2. Berikut ini jalan yang dapat dilalui pengendara mobil dari Kota A ke Kota B. Ada berapa cara yang dapat dilakukan dari A ke C ?



Jawab :
Dari A ke B dapat dilakukan dengan 4 cara.
Dari B ke C dapat dilakukan dengan 3 cara.
Jadi, dari A ke C dapat dilakukan dengan 4 x 3 = 12 cara, yaitu :

Jalan 1,5 ; Jalan 1,6 ; Jalan 1,7
Jalan 2,5 ; Jalan 2,6 ; Jalan 2,7
Jalan 3,5 ; Jalan 3,6 ; Jalan 3,7
Jalan 4,5 ; Jalan 4,6 ; Jalan 4,7
Jadi, banyak cara yang dapat dilakukan dari A ke C adalah 12 cara.

3. Ibu ingin membeli buah mangga dipasar. Ketika sampai di pasar, ternyata terdapat 3 jenis buah manga dan masing-masing memiliki 2 warna yang berbeda. Berapa banyak cara Ibu dalam memilih buah manga?
Jawab:
Berdasarkan soal, unsur-unsur yang diketahui adalah: 3 jenis buah manga dengan masing-masing 2 warna yang berbeda. Maka, banyak cara memilih buah manga adalah $3\ x\ 2 = 6$
Jadi, banyak cara Ibu memilih adalah 6 cara.

4. Pada sebuah perlombaan, terdapat 28 orang yang berhasil masuk ke final. Pada babak final, akan dipilih juara 1, 2, dan 3. Berapa banyak susunan terpilihnya juara tersebut?
Jawab:
Pada perlombaan, seseorang tidak bisa merangkap sebagai juara 1, 2, dan 3. Maka, cara menghitung banyak pilihan untuk posisi berikutnya berkurang 1 dari sebelumnya yaitu:

	Juaran 1	Juaran 2	Juara 3
Banyak pilihan finalis	28	27	26
Keterangan	Salah satu finalis terpilih menjadi juara 1	Salah satu finalis telah terpilih sebelumnya sebagai juara 1	Salah satu finalis telah terpilih sebelumnya sebagai juara 1, dan 1

			orang lagi sebagai juara 2

Banyaknya susunan pemilihan juara = $28 \ x \ 27 \ x \ 26 = 19.656$

Jadi, banyaknya susunan pemilihan juara adalah 19.656 cara.

5. Berapa banyak *password* (kata kunci) dengan panjang 5 angka yang dapat dibentuk dari angka-angka 1, 2, 3, 4,dan 5 jika tidak boleh ada angka berulang ?

   Jawab:

   Solusi untuk menentukan banyaknya cara dimaksud, dapat dilakukan dengan cara pengisian tempat. Kita sediakan 5 tempat yang dapat ditempati 5 angka yang disediakan.

Tempat	1	2	3	4	5
Banyak cara	5	4	3	2	1

Caranya :

1) Tempat pertama dapat diisi dengan 5 cara, yakni angka 1, 2, 3, 4, 5
2) Tempat kedua dapat diisi dengan 4 cara, yakni angka 1,2,3 dan 4
3) Demikian seterusnya hingga tempat kelima dapat diisi dengan 1 cara, yaitu angka 1
4) Dengan demikian, total banyaknya cara adalah
   5 x 4 x 3 x 2 x 1 = 120 cara

CATATAN!

Ketika kita menghitung banyaknya cara menyusun *password* di atas, kita telah menggunakan kaidah pengisian yang tersedia, seperti :

1) Banyaknya cara mengisi tempat pertama
2) Banyaknya cara mengisi tempat kedua setelah tempat pertama terisi
3) Banyaknya cara mengisi tempat ke-k setelah $(k - 1)$ tempat sebelumnya terisi, dan steterusnya.

Perbedaan aturan penjumlahan dan perkalian:

Pembeda	Aturan Perkalian	Aturan Penjumlahan
Banyak cara terjadinya *k* buah kejadian	n_1 x n_2 x ... x n_k cara	$n_1 + n_2 + ... + n_k$ cara
Waktu dan sifat kejadian	Bersamaan atau berurutan	Tidak bersamaan, tidaj serentak, satu per satu, atau bersifat pilihan
Kata kunci dalam soal cerita	Dan	Atau

Tabel 3.3.1 Perbedaan aturan penjumlahan dan perkalian

3.4 Kegiatan Pembelajaran 4. Metode Kaidah

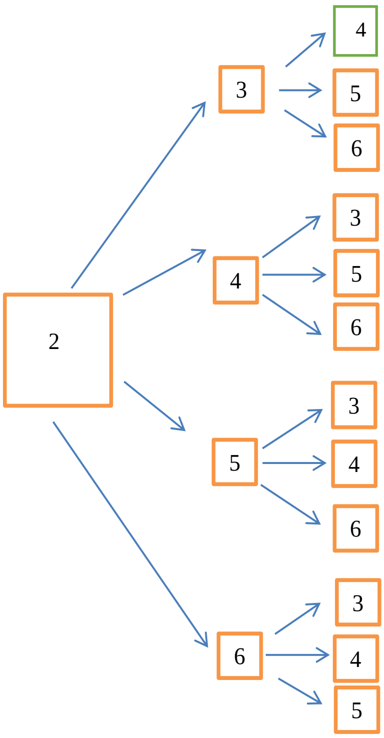
1. Aturan Pengisian Tempat

Apabila suatu peristiwa pertama dapat dikerjakan dengan k_1 cara berbeda, peristiwa kedua dapat dikerjakan dengan k_2 yang berbeda dan seterusnya sampai peristiwa ke-*n*, maka banyaknya cara yang berbeda dari semua peristiwa tersebut adalah K = k_1 x k_2 x ... k_n. K sering disebut denga istilah banyaknya tempat yang tersedia dengan menggunakan aturan perkalian juga. Pada penyelesaian masalah menggunakan aturan pengisian tempat, kita mendaftar semua kemungkinan hasil secara manual. Selain dengan aturan perkalian, dapat juga digunakan diagram pohon, tabel, dan pasangan berurutan

Contoh Soal

1. Tentukanlah banyak bilangan yang terdiri dari tiga angka dan bernilai kurang dari 300, apabila bilangan tersebut dibentuk dari angka 2, 3, 4, 5, 6 dan angka yang digunakan tidak boleh berulang!
   Karena bilangan yang akan ditentukan < 300, maka angka ratusan dari angka yang tersedia adalah 2. Selanjutnya angka puluhan dan satuan bebas asal tidak

terjadi pengulangan angka. Bilangan-bilangan yang dapat dibentuk dapat digambarkan dengan diagram pohon seperti di bawah ini.
Jawab:



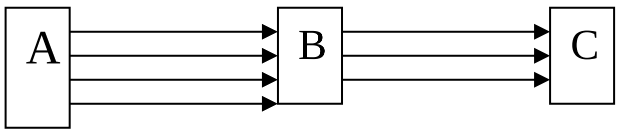
Bilangan yang dapat dibentuk adalah (2, 3, 4), (2, 3, 5), (2, 3, 6), (2, 4, 3), (2, 4, 4), (2, 4, 5), (2, 4, 6), (2, 5, 3), (2, 5, 4,), (2, 5, 6), (2, 6, 3), (2, 6, 4) dan (2, 6, 5). Dan banyak bilangan adalah 12.

Tabel persilangan dapat mudah ditentukan jika kita sudah memahami persoalan yang akan kita selesaikan. Pada soal ini disebutkan tiga angka yang kurang dari 300 dan terdiri dari angka 2, 3, 4, 5 dan 6. Serta angka yang digunakan untuk tidak boleh di ulang. Sehingga dapat diketahui tiga angka tersebut dimulai dari 200. Maka dapat dibuat tabel.

2 angka pertama	Angka terakhir			
	3	4	5	6
23	-	234	235	236
24	243	-	245	246
25	253	254	-	256
26	263	264	265	-

Pada tabel diatas, pasangan angka yang terletak pada diagonal tidak termasuk karena dalam aturan tidak boleh ada angka yang berulang. Oleh karena itu dapat disimpulkan terdapat 12 pasangan angka.
Jadi, banyak bilangan yang terdiri dari tiga angka dan bernilai kurang dari 300 adalah 12 pasangan.

2. Kota A dan B dihubungkan oleh 4 jalan berbeda, kota B dan kota C dihubungkan 3 jalan yang berbeda. Jika pak Iman memulai perjalanan dari kota A, berapa carakah dia memilih jalan menuju kota C.
   Jawab :
   Dari A ke B terdapat 4 jalan. Dari B ke C terdapat 3 jalan



   Banyak cara mencapai C dari A = (4 × 3) cara = 12 cara
   Jadi, banyak cara Pak Iman memilih jalan menuju kota C adalah 12 cara.

3. Dua orang akan di pilih sebagai ketua dan wakil ketua OSIS dari empat calon terbaik di sekolah. Dewan kehormatan di bentuk untuk melaksanakan tugas tersebut. Dewan kehormatan terdiri dari perwakilan tiap kelas dengan membawa aspirasi kelas. Ada berapa susunan

ketua-wakil ketua yang harus dipertimbangkan oleh dewan kehormatan?
Jawab:
Misalkan calon-calon itu adalah Roni, Agus, Wini dan Bimo.

Ketua	Wakil Ketua	Pasangan
Roni	Agus	Roni, Agus
	Wini	Roni, Wini
	Bimo	Roni, Bimo
Agus	Roni	Agus, Roni
	Wini	Agus, Wini
	Bimo	Agus, Bimo
Wini	Roni	Wini, Roni
	Agus	Wini, Agus
	Bimo	Wini, Bimo
Bimo	Roni	Bimo, Roni
	Agus	Bimo, Agus
	Wini	Bimo, Wini

Karena semua kemungkinan akan berupa pasangan (ketua, wakil ketua), kita tuliskan komponen pertama (calon ketua) di bagian kolom dan komponen kedua (calon wakil ketua) di bagian baris. Pasangan-pasangan (kolom, baris) menunjukan hasil-hasil yang mungkin terjadi pada pemilihan.

p a Ketua	Wakil Ketua			
	Roni	Agus	Wini	Bimo
d a Roni	-	Roni, Agus	Roni, Wini	Roni, Bimo
t Agus	Agus, Roni	-	Agus, Wini	Agus, Bimo
a b Wini	Wini, Roni	Wini, Agus	-	Wini, Bimo
e l Bimo	Bimo, Roni	Bimo, Agus	Bimo, Wini	-

silang di atas, pasangan wakil ketua yang terletak pada diagonal tidak termasuk hitungan karena dalam aturan tidak diperbolehkan jabatan rangkap. Dengan menghitung semua pasangan yang mungkin, disimpulkan terdapat 12 susunan (ketua, wakil ketua). Tapi tampaknya tabel silang sulit di terapkan dalam kasus pemilihan yang lebih banyak, misalkan memilih 11 pemain dari 22.

Jadi, banyak susunan ketua-wakil ketua yang harus dipertimbangkan oleh dewan kehormatan adalah 12 susunan.

4. Diketahui angka-angka 1, 2, 3, 4, 5, dan 6. Dari angka tersebut dapat disusun bilangan puluhan, ratusan, ribuan dan seterusnya. Tentukan banyaknya kemungkinan:
   1) Bilangan yang dapat disusun terdiri dari tiga angka berbeda.
   2) Bilangan yang dapat disusun terdiri dari tiga angka.
   3) Bilangan genap yang dapat disusun terdiri dari tiga angka berbeda.

   Jawab :

   1)

6	5	4

$= 6 \times 5 \times 4$
$= 120$ kemungkinan

2)

6	6	6

= 6 x 6 x 6
= 216 kemungkinan

3)

5	4	3

= 5 x 4 x 3
= 60 kemungkinan

5. Dari lima buah angka 0, 1, 2, 3, dan 4 hendak disusun suatu bilangan yang terdiri atas 4 angka. Berapa banyak bilangan yang dapat disusun apabila angka-angka itu tidak boleh berulang?
   Jawab:
   Angka pertama (sebagai ribuan) dapat dipilih dari 4 angka yaitu 1, 2, 3, dan 4.
   Misalnya terpilih angka 1. Karena angka-angka itu tidak boleh berulang, maka:
   Angka kedua (sebagai ratusan) dapat dipilih dari 4 angka, yaitu 0, 2, 3 dan 4.
   Misalnya terpilih angka 0.
   Angka ketiga (sebagai puluhan) dapat dipilih dari 3 angka, yaitu 2, 3, dan 4.
   Misalkan yang terpilih angka 2.
   Angka keempat (sebagai satuan) dapat dipilih dari 2 angka, yaitu 3, dan 4.
   Jadi, seluruhnya ada 4 x 4 x 3 x 2 = 96 bilangan yang dapat disusun dengan angka-angka yang tidak boleh berulang.

2. Faktorial

Untuk mempermudah perhitungan peluang suatu kejadian, kita gunakan notasi faktorial. Faktorial dinotasikan “ ! “. Faktorial merupakan penulisan singkat dari perkalian sederajat bilangan bulat positif terurut hingga 1. Faktor dapat didefinisikan sebagai berikut:

0! = 1
1! = 1

2! = 2 x 1 = 2
4! = 4 x 3 x 2 x 1 = 12, dan seterusnya, sehingga
n! = *n* x (*n* – 1) x (*n* – 2) x ... x 3 x 2 x 1
Atau dapat ditulis
n! = *n* x (*n* – 1) !
notasi dari *n* faktorial dilambangkan dengan *n*!
(dibaca: "*n* faktorial")

Sifat – sifat Faktorial

Jika *n*,*a*,dan *b* € bilangan bulat positif, berlaku :

- $n = \frac{n!}{(n-1)!}$
- $(a - b)! \neq a! - b!$
- $(a + b)! \neq a! + b!$
- $(a\ x\ b)! \neq a!\ x\ b!$
- $(a : b)! \neq a! : b!$

Faktorial bisa di pakai dalam bilangan desimal, tetapi subjek yang mempelajari hal tersebut disebut fungsi gamma. Fungsi gamma adalah perluasan dari faktorial, tetapi hasil kalinya tidak hanya terdiri dari bilangan asli. Hasil kali fungsi gamma terdiri dari bilangan real dan bilangan imaginer dengan prinsip:

$\Gamma(x+1) = \int_0^\infty e^{-t} t^x dt$ atau $\Gamma(x+1) = x!$

Contoh Soal

1. Tiga orang putrra dan dua orang putri duduk berderet pada 5 kosong, sesuai dengan 5 lembar karcis bioskop yang mereka miliki. Berapa banyak cara duduk yang diperoleh dengan urutan berbeda, jika putra dan putri dapat duduk di sembarang kursi ?
   Jawab:

Terdapat 5 orang yang menempati 5 kursi diman perbedaan urutan duduk memberikan hasil yang berbeda. Hal ini adalah masalah permutasi 5 elemen dari 5 elemen atau P(5,5).
Maka, P(5,5) = 5!
= 5.4.3.2.1 = 120 cara
Jadi, banyak cara duduk yang diperoleh dengan urutan berbeda jika putra dan putri dapat duduk di sembarang kursi adalah 120 cara.

2. Empat buah lukisan A, B, C, dan D akan dipajang berurutan pada sebuah dinding pameran. Berapakah jumlah susunan yang dapat dibentuk dari keempat lukisan tersebut?
   Jawab:
   Karena jumlah lukisan yang akan dibentuk susunannya adalah 4, maka jumlah susunan yang bisa dibentuk adalah 4!
   4! = 4 x 3 x 2 x 1 = 24
   Jadi, jumlah susunan yang dapat dibentuk adalah 24.

3. **Permutasi**
   Permutasi merupakan banyak cara penyusunan unsur-unsur (objek) dengan memperhatikan urutannya, maksudnya adalah susunan AB dan BA dianggap kejadian yang berbeda.
   Secara umum terdapat 5 jenis permutasi, yaitu:
   a. Permutasi *n* unsur yang berbeda
      Rumusnya: :
      $$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$
   b. Permutasi siklis (melingkar)
      Rumusnya :
      $$P_{siklis}^n = (n-1)!$$
   c. Permutasi dengan unsur yang sama
      $$P_{n_1,n_2,n_3}^n = \frac{n!}{n_{1,}!\,n_1!\,n_1!}, n_{1,} + n_2 + n_2 + \cdots \leq n$$

Contoh Soal

1. Berapa banyak permutasi yang terjadi dari cara duduk jika terdapat 9 orang dan disediakan 3 tempat duduk, sedangkan salah seorang dari selalu duduk di tempat yang sama?
   Jawab:
   Banyak orang menjadi 8 orang dan 3 tempat duduk, karena ada satu orang yang selalu duduk di tempat yang sama. Sehingga banyak cara duduk:
   $$P_3^9 = \frac{9!}{(9-3)!} = \frac{9.8.7.6!}{(6)!} = 9.8.7 = 504$$
   Jadi, banyak cara duduknya adalah 504 cara.

2. Christy dan Tuti pergi menonton film di bioskop yang memiliki 4 pintu masuk. Mereka masuk dari pintu yang sama, tetapi keluar dari pintu yang berbeda. Banyak cara yang dapat mereka lakukan untuk masuk dan keluar adalah …
   Jawab:
   Cara masuk = 4 cara
   Cara keluar =
   $$P_2^4 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{(2)!} = \frac{4.3.2!}{2!} = 12$$
   Jadi, banyak cara yang dapat Christy dan Tuti lakukan adalah 12 cara.

3. Dalam suatu ruangan tersedia 4 kursi, bila di dalam ruangan itu terdapat 10 orang, maka banyak cara mereka duduk berdampingan adalah …
   Jawab:
   $$P_4^{10} = \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10.9.8.7.6!}{(6)!} = 10.9.8.7 = 5.040$$
   Jadi, banyak cara mereka duduk adalah 5.040 cara.

4. Sekelompok anak akan mengerjakan tugas kelompok. Didalam kelompok tersebut, terdiri dari 8 orang

siswa. Mereka duduk berhadap-hadapan di sebuah meja bundar. Berapa banyak cara mereka menempati kursi yang disusun melingkar?
Jawab:
Masalah ini dapat diselesaikan dengan menggunakan rumus permutasi siklis.
Maka,

$$\begin{aligned} P_{siklis}^{10} &= (8\ -1)! \\ &= (7)! \\ &= 7.6.5.4.3.2.1 \\ &= 5.040 \end{aligned}$$

5. Sebanyak 10 orang mengadakan rapat. Mereka duduk menghadap sebuah meja bundar. Berapa banyak cara mereka menempati kursi yang akan disusun melingkar itu ?
   Jawaban :
   Masalah ini dapat diselesaikan dengan menggunakan rumus permutasi siklis.
   Maka,

$$\begin{aligned} P_{siklis}^{10} &= (10-1)! \\ &= (9)! \\ &= 9.8.7.6.5.4.3.2.1 \\ &= 362.880 \end{aligned}$$

4. Kombinasi

Kombinasi adalah susunan dari sekelompom objek tanpa memperhatikan semuanya atau urutannya. Kombinasi dapat disebut dengan pengelompokkan sejummlah unsur. Banyak kombinasi dari *r* objek yang diambil dari *n* objek yang tersedia dinotasikan dengan ${}_nC_r$ atau $C_{n,r}$ atau

$$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

Contoh Soal

1. Di dalam saku Anton terdapat 5 jenis bola, yaitu bola merah, bola biru, bola hijau, bola kuning, dan bola

ungu. Berapa banyak cara Anton untuk mengambil 2 buah bola dari 5 bola yang ada?

Jawab:

$$C_2^5 = \frac{5.4.3!}{(5-2)!\,2!} = \frac{20.3!}{3!\,2!} = \frac{20}{2.1} = 10$$

Jadi, banyak cara Anton mengambil 2 buah bola dari 5 bola yang ada adalah 10 cara.

2. Timnas karate kelas 60 kg akan memilih 4 orang dari 10 orang yang memenuhi syarat. Banyak cara memilih pemain tersebut adalah ...

   Jawaban :

   $$C_4^{10} = \frac{10!}{(10-4)!\,4!} = \frac{10.9.8.7.6!}{6!\,4!} = \frac{5040}{4.3.2.1} = 210$$

   Jadi, banyak cara memilih pemain adalah 210 cara

3. Tika mengikuti sebuah ujian, ia diminta mengerjakan 12 dari 20 soal ujian, tetapi nomor 1 sampai dengan 10 wajib dikerjakan. Berapa banyak pilihan yang dapat diselelsaikan oleh Tika?

   Jawab:

   oleh karena ada 20 soal yang tersedia, soal yang wajib dikerjakan ada 12 soal, tetapi 10 soal pertama harus dikerjakan. Maka Tika tinggal memilih 2 soal dari 10 soal yang tersedia.

   Banyak cara memilih 2 dari 10 soal yang tersedia adalah:

   $$C_2^{10} = \frac{10!}{(10-2)!\,2!} = \frac{10.9.8!}{8!\,2!} = \frac{90}{2.1} = 45$$

   Jadi, banyak pilihan yang dapat diselesaikan oleh Tika adalah 45 pilihan.

4. Pada babak final, 25 orang pemain catur akan bertanding sekali. Maka banyaknya pertandingan yang terjadi adalah …

   Jawab:

   Karena 20 pemain saling berhadapan maka setiap pasang adalah 2 orang, setelah itu pemain bias acak bermain dengan lawan yang lainnya. Maka banyaknya pertandingan:

$$C_2^5 = \frac{5!}{(5-2)!\,2!} = \frac{5.4.3!}{3!\,2!} = \frac{20}{2.1} = 10$$

Jadi, banyaknya pertandingan yang akan terjadi adalah 10 pertandingan.

5. Berapa banyaknya cara untuk memilih 4 siswa SMP dan 3 siswa SMA dari sebuah sekolah kursus dengan 10 mahasiswa tingkat pertama, 15 mahasiswa tingkat kedua, 18 siswa SMP, dan 20 siswa SMA untuk bermain musik ?
   Jawaban :
   4 siswa SMP dapat dipilih dalam C_4^{18} cara.
   3 siswa SMA dapat dipilih dalam C_3^{20} cara.
   Siswa SMP dan SMA dapat dipilih dalam $C_4^{18}.\,C_3^{20}$ cara.

$$C_4^{18}.\,C_3^{20} = \frac{18!}{(18-4)!\,4!}\cdot\frac{20!}{(20-3)!\,3!}$$

$$C_4^{18}.\,C_3^{20} = \frac{18.17.16.15.14!}{14!\,4!}\cdot\frac{20.19.18.17!}{17!\,3!}$$

$$C_4^{18}.\,C_3^{20} = \frac{18.17.16.15}{4.3.2.1}\cdot\frac{20.19.18}{3.2.1}$$

$$= 3060\,.\,1140$$

$$= 3.488.400$$

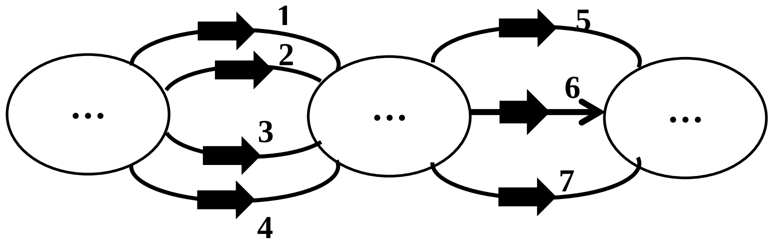
3.5 Kegiatan Pembelajaran 5. Rangkuman

1. Kaidah pencacahan adalah suatu ilmu yang berkaitan dengan menentukan banyaknya cara suatu percobaan yang terjadi.
2. Sedangkan aturan pencacahan merupakan dasar dari perhitungan peluang untuk menentukan banyaknya kemungkinan pengaturan unsur atau objek suatu percobaan. Kaidah Pencacahan terdapat dua aturan yaitu aturan penjumlahan dan aturan perkalian.
3. Kaidah pencacahan terdapat beberapa metode yaitu metode pengisian tempat (*Filling Slots*), metode permutasi, dan metode kombinasi.
4. Prinsip dari aturan penjumlahan adalah jika banyak cara memilih unsur pertama adalah *m* dan banyak cara memilih unsur kedua adalah *n* banyaknya cara memilih salah satu dari gabungan keduanya adalah $m + n$.
5. Prinsip dari aturan perkalian adalah jika banyak cara memilih unsur pertama adalah *m* dan banyak cara memilih unsur kedua n. Banyak cara memilih kedua unsur tersebut sekaligus adalah $m \times n$.
6. Notasi dari *n* faktorial dilambangkan dengan *n*! (dibaca: "*n* faktorial") $n! = n \times (n-1)!$
7. Permutasi merupakan banyak cara penyusunan unsur-unsur (objek) dengan memerhatikan urutannya.
   Secara umum terdapat 5 jenis permutasi, yaitu:
   a. Permutasi *n* unsur yang berbeda
   Rumusnya: :
   $$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$
   b. Permutasi siklis (melingkar)
   Rumusnya :
   $$P_{siklis}^n = (n-1)!$$
   c. Permutasi dengan unsur yang sama
   $$P_{n_1,n_2,n_3}^n = \frac{n!}{n_{1,}!\,n_1!\,n_1!}, n_{1,} + n_2 + n_2 + \cdots \le n$$

8. Kombinasi adalah susunan dari sekelompom objek tanpa memperhatikan semuanya atau urutannya.
   Rumus kombinasi:
$$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$
9. Pengisian Tempat
   Pada penyelesaian masalah menggunakan aturan pengisian tempat, kita dapat menggunakan aturan perkalian, dapat juga digunakan diagram pohon, tabel, dan pasangan berurutan.

3.6 Kegiatan Pembelajaran 6. Diskusi Kelompok

1 Berikut ini jalan yang dapat dilalui pengendara mobil dari Kota A ke Kota C. Ada berapa cara yang dapat dilakukan dari A ke C ?



Jawab :

Dari A ke B dapat dilakukan dengan … cara.

Dari B ke C dapat dilakukan dengan … cara.

Jadi, dari A ke C dapat dilakukan dengan … x … = 12 cara, yaitu :

Jalan … ; Jalan 1,6 ; Jalan ….

Jalan 2,5 ; Jalan … ; Jalan ….

Jalan … ; Jalan 3,6 ; Jalan …

Jalan … ; Jalan … ; Jalan 4,7

2 Tiga orang wanita dan tiga orang pria duduk berderet pada 6 kursi kosong, sesuai dengan 6 lembar tiket bioskop mereka miliki. Jika wanita dan pria duduk berkelompok sehingga hanya sepasang pria dan wanita. Berapa banyak cara duduk yang diperoleh ?

Jawaban :

Terdapat 3 orang wanita duduk pada 3 kursi tertentu dan pertukaran duduk hanya boleh pada ketiga kursi tersebut. Banyak cara duduk wanita adalah P(.. , ..)

Terdapat 3 orang pria duduk pada 3 kursi tertentu dan pertukaran duduk hanya boleh pada ketiga kursi tersebut. Banyak cara duduk pria adalah P(.. , ..)

Dengan demikian, banyak cara duduk 3 orang wanita dan 3 orang pria yang masing-masing mengelompok adalah :

P(… , …) x P(… , …) = 3! x …
= (… x …x …) x (…x…)
= … x … = … cara

3 Berapa banyak Plat nomor dengan panjang 4 angka yang dapat dibentuk dari angka-angka 2, 3, 4, 5 jika tidak boleh ada angka berulang ?

Jawaban :

Solusi untuk menentukan banyaknya cara dimaksud, dapat dilakukan dengan cara pengisian tempat. Kita sediakan 5 tempat yang dapat ditempati 5 angka yang disediakan.

Tempat	1	2	3	4
Banyak cara	…	…	..	…

Caranya :

- Tempat pertama dapat diisi dengan … cara, yakni angka 2, 3, 4, 5
- Tempat kedua dapat diisi dengan … cara
- Demikian seterusnya hingga tempat keempat dapat diisi dengan … cara
- Dengan demikian, total banyaknya cara adalah … x 3 x … x 1 = 24 cara

4 Sebuah kotak berisi 6 bola merah, 2 bola biru, dan 5 bola kuning. Di dalam kotak diambil 3 bola sekaligus secara acak, banyak cara untuk mengambil 3 bola merah adalah …

Jawaban :

$${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$${}_6C_3 = \frac{6!}{(6-\ldots)!\ \ldots!} = \frac{\ldots!}{\ldots!\,3!} = \frac{\ldots}{\ldots!\ldots!} = \frac{\ldots}{\ldots} = 120$$

Jadi, banyak cara pengambilan 2 bola merah adalah 120 cara

5 Pada suatu tes penerimaan pegawai, seorang pelamar wajib mengerjakan 5 soal di antara 10 soal. Soal nomor 1 sampai 3 harus dikerjakan. Banyak pilihan soal yang harus dilakukan adalah ..
Jawab :
Dari 5 soal yang wajib dikerjakan, 3 di antaranya (nomor 1 - 3) harus dikerjakan, berarti tinggal 2 soal lagi yang harus dikerjakan. Sementara itu, jumlah seluruh soal adalah 10 soal. Karena 3 soal wajib dikerjakan, berarti tinggal 7 pilihan soal. Setiap soal kedudukannya setara, oleh karena itu soal ini harus dikerjakan dengan rumus kombinasi, yaitu 3 soal dipilih dari 7 soal atau 9 kombinasi 3.

$$C_3^7 = \frac{7!}{(\ldots - \ldots.)!\,.\,3!} = \frac{7!}{\ldots!\,.\,3!} = \frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots} = \frac{\ldots.}{\ldots.}$$
$$= 35$$

Jadi, banyak pilihan soal yang harus dilakukan oleh pelamar tersebut adalah 35 cara.

6 Jabatan ketua OSIS dapat diduduki oleh siswa kelas XI atau kelas XII. Jika siswa kelas XI terdiri atas 110 orang dan siswa kelas XII terdiri dari 90 orang, tentukan banyak cara memilih ketua OSIS ?
Jawaban :
Berdasasrkan soal, dapat diketahui bahwa :
Banyak siswa kelas XI = …. Orang
Banyak siswa kelas XII = …. Orang
Jabatan Ketua OSIS hanya disediakan untuk 1 orang dari salah satu tingkatan kelas. Ini berarti terdapat 2 kemungkinan, yaitu 1 siswa kelas XI terpilih sebagai Ketua OSIS atau 1 siswa kelas XII yang terpilih.
Dua kemungkinan ini tidak dapat terjadi secara bersamaan sehingga aturan pencacahan yang digunakan adalah aturan penjumlahan.
Jadi, banyak cara memilih ketua OSIS tersebut adalah
= … + … = 200 cara.

7 Seorang pengusaha mebel ingin menulis kode nomor pada kursi buatannya yang terdiri atas 2 angka, padahal pengusaha tersebut hanya memakai angka 1,2,3, dan 4. Angka-angka itu tidak boleh ada yang sama. Berapa banyak kursi yang akan diberi kode nomor ?

Jawaban :

Cara untuk menentukan berapa banyak kursi yang akan diberi nomor, kita gunakan pengisian tempat. Kita buat 2 tempat yang kosong yang akan diisi dari 4 angka yang tersedia.

A	B
…	…

Kotak (A) dapat diisi dengan … angka

Kotak (B) dapat diisi dengan … angka

Banyaknya kursi yang akan diberi kode adalah = … x …

= 12 cara

8 Rudi akan menghadiri sebuah pesta ulang tahun ketiga temannya. Berapa banyak cara Rudi untuk memakai baju dan celana apabila Rudi hanya memiliki 4 baju dan 3 celana ?

Jawaban :

Misalkan ke-4 baju itu B_1, B_2, B_3, B_4

ke-3 celana itu C_1, C_2, C_3

Hasil yang mungkin terjadi dengan menggunakan tabel :

	B_1	B_2	B_3	B_4
C_1	B_1C_1	…	…	…
C_2	…	…	B_3C_2	…
C_3	…	…	…	…

Jadi, Banyak cara Rudi dapat memakai baju dan celana bila dihitung dari banyaknya persilangan B dan C adalah … cara

Atau,

Menggunakan cara aturan perkalian :

Baju	Celana
…	3

Kotak Baju dapat diisi dengan … angka

Kotak Celana dapat diisi dengan … angka

Banyaknya cara yang digunakan adalah = … x …

= 12 cara

9 Dalam suatu kelas tersedia hanya 5 kursi, bila di kelas tersebut terdapat 20 orang, maka banyak cara mereka duduk berdampingan adalah …

Jawaban :

$$P_5^{20} = \frac{\dots!}{(\dots - 5)!}$$

$$= \frac{20!}{(\dots)!}$$

$$= \frac{\dots}{\dots}$$

$$= 1.860.480$$

10 Sebuah dadu dan sebuah uang logam dilempar secara bersamaan. Berapa hasil yang berlainan dapat terjadi?

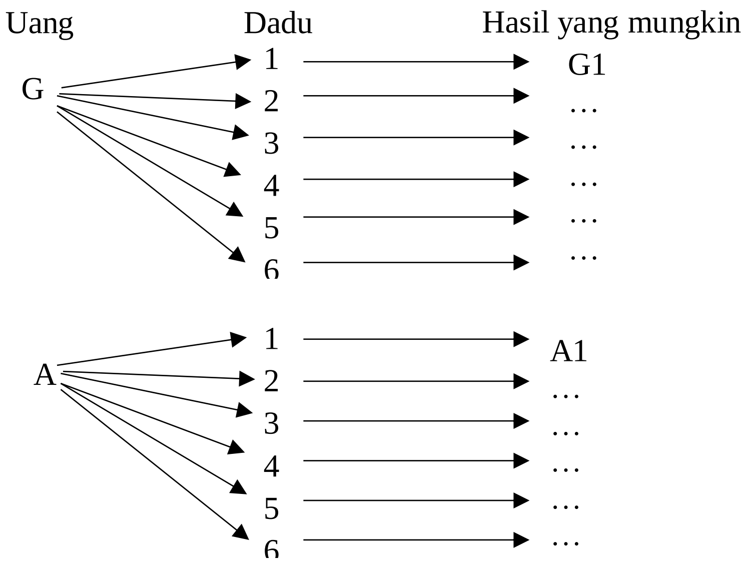
Jawaban:

Misalkan:

G = uang logam gambar

A= uang logam angka

Untuk menentukan hasil yang berlainan dapat terjadi dengan menggunakan diagram pohon.

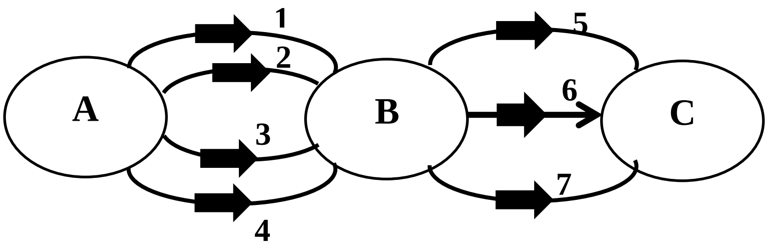


G1 artinya uang logam yang menunjukkan gambar dan dadu menunjukkan angka 1.
Jadi, banyaknya cara hasil yang berkaitan dapat terjadi adalah jumlah dari hasil kemungkinan = …

11 Rumahnya Santi terdapat 7 jenis motor berbeda, 3 jenis sepeda berbeda Jika Santi ingn berpergian, ada berapa cara Santi menggunakan kendaraan yang ada di rumahnya ?
Jawaban:
Terdapat 2 pilihan kendaraan di rumah Santi yaitu motor dan sepeda. Santi tidak mungkin sekaligus menggunakan kedua jenis kendaraan tersebut. Santi harus memilih salah satu jenis kendaraan saja. Cara untuk memudahkan Santi dalam memilih kendaraan yang akan digunakan adalah dengan menjumlahkan semua kendaraan yang ada di rumah Santi yaitu
Cara = … + …. + … = 10 cara.
Jadi, ada … cara pilihan kendaraan yang bisa digunakan oleh Santi.

3.7 Kegiatan Pembelajaran 7. Soal Latihan

1. Pak winto ingin berkunjung keluarga di Jakarta. Pak winto berangkat dari Semarang menuju ke Jakarta menggunakan mobil. Dari Semarang ke Jakarta, Pak winto harus melewati Bandung. Misalkan dari Semarang ke Bandung ada 4 jalan dan dari Bandung ke Jakarta ada 3 jalan. Berapa banyak jalan yang dapat ditempuh Pak winto untuk berpergian dari Semarang ke Jakarta ?



2. Sebanyak 20 siswa kelas X akan membentuk sebuah komunitas. Jika siswa kelas X diwakili oleh 5 siswa, berapa banyak cara membentuk komunitas tersebut?

3. Dari angka-angka 1, 2, 3, 4, 5, dan 6 akan dibentuk suatu bilangan dengan syarat setiap bilangan tidak boleh ada angka yang sama.
   a. Tentukan banyaknya bilangan yang terdiri atas 4 angka dan habis dibagi 2 !
   b. Tentukan banyaknya bilangan yang terdiri atas 3 angka dan merupakan bilangan ganjil !

4. Pak Amir ingin membeli sebuah mobil. Saat berkunjung ke ruang pameran mobil, ternyata terdapat 8 pilihan merek mobil yang masing-masing mempunyai 5 pilihan warna. Banyak cara Pak Amir memilih merek dan mobil tersebut adalah …

5. Dari 12 orang finalis ajang pencarian bakat, akan dipilih juara 1,2, dan 3. Banyak susunan terpilihnya juara tersebut adalah …

6. Sebuah panitia akan membuat nomor undian yang terdiri atas 4 digit. Digit pertama memuat huruf kapital dan tiga digit berikutnya memuat angka berbeda. Banyak nomor undian yang dapat dibuat jika digit kedua harus memuat angka ganjil adalah …

7. Banyak cara memilih 1 siswa sebagai utusan sekolah untuk lomba Sosiologi SMA dari 8 siswa perempuan dan 4 siswa laki – laki adalah …

8. Dari huruf yang tersedia, diambil 8 hurud smbarang satu per satu dengan pengembalian. Kedelapan huruf tersebut disusun membentuk sebuah kata. Banyak cara menyusun kata yang memuat subkata “CERDAS” dalam rangkaian yang tidak terpisah adalah …

9. Banyak cara memilih 3 siswa yang masing-masing duta pendidikan, social, dan lingkungan dari 6 siswa berprestasi adalah …

10. Dalam sebuah kanting terdapat 7 bola masing-masing bernomor 1,2,3,4,5,6 dan 7. Jika 3 bola diambil satu per satu tanpa pengembalian, banyak susunan bola dengan jumlh angka sama dengan 12 adalah …

11. Seorang ingin melakukan pembicaraan melalui sebuah wartel. Ada 6 buah kamar bicara dan ada 8 buah nomor yang akan dihubungi. Banyak susunan pasangan kamar bicara dan nomor telepon yang dapat dihubungi adalah …

12. Seorang peserta ujian harus mengerjakan 4 soal dari 8 soal yang ada. Banyak cara peserta memilih soal ujian yang harus dikerjakan adalah …

13. Di depan sebuah gedung terpasang secara berjajar 12 tiang bendera, maka banyak cara berbeda menempatkan bendera bendera itu pada tiang-tiang tersebut adalah ..

14. Dalam rangka memperingati HUT DKI Jakarta, Pak Lurah membentuk tim panitia HUT Jakarta yang dibentuk dari 10 pemuda untuk dijadikan ketua panitia, sekretaris, dan bendahara masing-masing 1 orang. Banyak cara pemilihan tim panitia yang dapat disusun adalah …

MODUL 4

KOMBINASI

Pencapaian Pembelajaran	Uraian Materi
Memahami konsep Kombinasi	a. Mengerti Materi Kombinasi b. Memahami perbedaan Kombinasi dan Permutasi c. Memahami Kombinasi dan Binomial Newton d. Menyelesaikan soal latihan individu materi Kombinasi e. Menyelesaikan soal diskusi kelompok materi Kombinasi

Tujuan Pembelajaran

1. Mampu mengerti materi Kombinasi
2. Mampu memahami Perbedaan Kombinasi dan Permutasi
3. Mampu memahami Kombinasi dan Binomial Newton
4. Mampu menyelesaikan soal latihan individu materi Kombinasi
5. Mampu menyelesaikan soal diskusi kelompok materi Kombinasi

PETUNJUK PENGGUNAAN MODUL 4

Penjelasan Bagi Mahasiswa

1. Bacalah modul ini dengan seksama mulai dari kata pengantar sampai dengan latihan soal, kemudian pahami seluruh materi yang ada di dalamnya.
2. Selesaikan semua latihan soal yang terdapat dalam modul ini agar pemahaman Anda berkembang dengan baik.
3. Setiap mempelajari satu kompetensi, Anda harus mulai dari menguasai pengertian-pengertian dalam uraian materi, melaksanakan tugas-tugas dan mengerjakan latihan soal.

4. Dalam menyelesaikan latihan soal, Anda tidak diperkenankan berdiskusi dengan teman Anda sebelum selesai mengerjakan latihan soal dan diskusi kelompok

MODUL 4

KOMBINASI

4.1 KEGIATAN PEMBELAJARAN 1. DEFINISI KOMBINASI

Suatu penggabungan objek yang tidak memperhatikan urutan disebut kombinasi. Suatu sub-set yang terdiri dari r objek tanpa memperhatikan urutannya, kemudian dipilih dari n objek yang berbeda disebut suatu kombinasi dari n objek yang diambil r objek setiap kali. Banyaknya jumlah kombinasi diberi simbol sebagai berikut:

$$\boxed{C_r^n \text{ atau } \binom{n}{r}, r \leq n}$$

ket : Jumlah kombinasi sama artinya dengan jumlah sub-set

Jika dalam suatu organisasi ada 5 mahasiswa yang bernama Rere, Rara, Riri, Rini, Rana, dan anda diminta memilih 3 mahasiswa diantara 5 mahasiswa untuk perwakilan mengikuti olimpiade, siapa saja yang akan anda pilih? Ketika anda memilih 3 mahasiswa, berarti anda akan membuat kombinasi. Dalam kombinasi ini tidak ada yang namanya pandang komposisi. Itulah perbedaan antara permutasi dan kombinasi. Misalnya anda memilih Rara, Rere dan Riri ini akan sama dengan Rere, Riri,dan Rara. Inilah yang disebut dengan kombinasi. Jadi banyaknya kombinasi mahasiswa yang bisa dipilih bisa dicari dengan rumus:

$$C_3^5 = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

Untuk pengibaran bendera diperlukan 3 orang murid, dari 5 calon yang sudah terlatih, yaitu R, S, T, U dan V. Berapa

macam susunan yang dapat dipilih pengibar bendera dari ke-5 calon itu?
Dari persoalan itu dapat dibentuk susunan: RST, RSU, RSV, RTU, RTV, RUV, STU, STV, SUV,dan TUV. Urutan pada susunan seperti ini tidak penting(tidak diperhatikan), artinnya pada susunan RST bisa juga disebut RTS, STR, dan sebagainya. yang meembedakan suatu susunan yang satu dengan yang lainnya adalah perbedaan unsur/objek.

Susunan di atas disebut sebagai kombinasi dari R,S,T,U dan V, yang setiap kali diambil 3 unsur (objek) ditulis dengan C_3^5. Pada contoh di atas terdapat 1 susunan yang berbeda. Apa yang dapat kamu simpulkan dari uraian mengenai kombinasi di atas.

Banyaknya kombinasi r objek dari n objek ditulis dengan C_r^n susunan yang berbeda. Kemudian kombinasi tersebut bisa disusun menjadi r! Permutasi. Maka dari itu C_r^n kombinasi akan menghasilkan $C_r^n \times r!$ permutasi yang terdiri dari r objek yang dipilih dari n objek.
Dari n objek dengan pengambilan r objek akan diperoleh P_r^n permutasi
Sehingga diperoleh hubungan

$$\boxed{\begin{aligned} C_r^n . r! &= P_r^n \\ C_r^n . r! &= \frac{n!}{(n-r)!} \\ C_r^n . r! &= \frac{n!}{r!\,(n-r)!} \end{aligned}}$$

Perbedaan Kombinasi dan Permutasi

- Permutasi membentuk banyak cara untuk mengatur satu set objek secara berurutan. Sedangkan kombinasi bisa dilakukan dengan banyak cara sehingga urutannya tidak relevan.

- Urutan, posisi dan penempatan menjadi masalah pada permutasi sedangkan kombinasi tidak menjadi salah terhadap urutan, posisi dan penempatan.
- Perbedaan urutan terhadap permutasi menjadikan adanya perbedaan makna, sedangkan perbedaan urutan terhadap kombinasi tidak menjadikan adanya perbedaan makna.

Contoh 3.1.1
{a,b,c} pengambilan 2 unsur dari 3 unsur jika menggunakan permutasi maka akan diperoleh hasil ab, ba, ac, ca, bc, cb. Tetapi jika menggunakan kombinasi hasil yang diperoleh adalah ab, ca, bc.

Contoh 3.1.2
Sebuah nomor motor di jakarta dan sekitarnya yaitu AB, dan apabila kita balik maka akan menjadi BA(banten), maka dari hal tersebut akan terlihat perbedaan maknanya.

Contoh 3.1.3 (kombinasi)

$M \longleftrightarrow N$
$N \longleftrightarrow M$

Dua titik M dan N diatas dihubungkan oleh satu garis. Maka garis MN = NM, maka dari hal itu berarti tidak menyebabkan perbedaan makna.

Contoh 3.1.4
Saat akan mengikuti lomba sepak bola, pelatih akan memilih pemain yaitu sebanyak 11 orang, yang dipilih dari 20 orang yang mendaftar (Tidak memperhatikan posisi pemain)

Jawab:

$$C_{11}^{20} = \frac{20!}{11!\,(20-11)!}$$
$$= \frac{20!}{11!\,9!}$$

$$= \frac{20 \times 19 \times 18 \times 17 \times 16 \times 15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11!}{11!\,(9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)}$$
$$= 167.960$$

Jadi pemain sepak bola mempunyai 167.960 kombinasi.

Contoh 3.1.5

Dalam sebuah event ada 120 orang dan masing-masing akan saling berjabatan tangan . berapakah jumlah jabatan tangan yang akan terjadi?

Jawab:

Untuk menjawab soal permutasi dan kombinasi tersebut mudah, kita pakai logika saja. Jika semua saling bersamalan satu sama lain maka 1 orang akan bersalaman dengan 119 orang. Jika ada 120 orang maka 119×120. Akan tetapi jika O jabat tangan dengan P akan sama dengan P jabatan dengan O maka dari hal tersebut harus dibagi 2. Maka jumlah jabat tangan yang akan terjadi $= \frac{119 \times 120}{2} = 7140$ jabat tangan.

4.2 KEGIATAN PEMBELAJARAN 2. KOMBINASI DAN BINOMIAL NEWTON

Dalam kehidupan sehari-hari, seringkali kita temukan masalah terhadap suatu objek yang terdiri dari beberapa unsur, dan disusun dengan mempertimbangkan urutan yang sesuai dengan posisi yang diinginkan ataupun tidak diinginkan.

Contoh dalam kehidupan sehari-hari yaitu pada saat kita ingin menyusun sebuah team bola yang terdiri dari gelandang, bek, penyerang dan kiper. Urutan posisi tersebut dipilih dari beberapa orang untuk mewakili team dalam mengikuti kegiatan dan dalam hal ini urutan tidak menjadi pertimbangan.

Dalam matematika, penyusun obyek yang terdiri dari beberapa unsur dengan mempertimbangkan urutan disebut dengan permutasi, sedangkan yang tidak mempertimbangkan urutan disebut dengan kombinasi.

Contoh 3.2.1
Dari kelompok 1 PKN akan dipilih 3 orang dari 6 orang untuk mewakili kelompok tersebut yang beranggotakan (Ima, Tuti, Clara, Yemima ,Mery, Rontauli). Dalam hal ini urutan tidak dipertimbangkan karena tidak ada bedanya antara clara, tuti dan mery dengan mery, lara dan tuti. Dengan mendata semua kemungkinan 3 orang yang akan dipilih dari 6 orang yang ada, diperoleh:

{Ima, Tuti, Clara}{Ima, Tuti, Yemima}{Ima, Tuti, Mery}{Ima, Tuti, Rontauli}{Ima, Clara, Yemima} {Ima, Clara, Mery} {Ima, Clara, Rontauli}{Ima, Yemima, Mery}{Ima, Mery, Rontauli}{Ima, Rontauli, Yemima}

{Tuti, Clara, Yemima} {Tuti, Clara, Mery} {Tuti, Clara, Rontauli}{Tuti, Yemima, Mery} {Tuti, Yemima, Rontauli} {Mery, Rontauli, Yemima} {Mery, Clara, Yemima} {Mery, Clara, Rontauli} { Mery, Tuti, Rontauli} { Mery, Yemima, Tuti}

Sehingga terdapat 20 cara untuk memilih 3 orang dari 6 orang yang ada. Selanjutnya kita dapat mendefinisikan kombinasi secara formal seperti di bawah ini
Kombinasi $-r$ dari n unsur yang berbeda $x_1, x_2, \ldots \ldots x_n$ adalah seleksi tidak berurutan r anggota dari himpunan $(x_1, x_2, \ldots \ldots \ldots . x_n)$ (sub-himpunan dengan r unsur). Banyaknya kombinasi $-r$ dari n unsur yang berbeda dinotasikan dengan $C(n, r)$ atau $\left(\frac{n}{r}\right)$.

Contoh 3.2.2

Tentukan kombinasi-3 dari 5 huruf yang bebeda, kita misalkan huruf tersebut adalah A B C D E

Jawab:

Kombinasi-3 dari huruf ABCDE adalah:

ABC ABD ABE ACD ACE

ADE BCD BCE BDE CDE

Dari soal tersebut, maka banyaknya kombinasi-3 dari 5 huruf ABCDE adalah 10.

Contoh 3.2.3

Contoh soal untuk dapat membedakan permutasi dan kombinasi.

Ada 4 buku: A,B,C,D. Berapa cara siswa dapat mengatur atau menyusun buku-buku tersebut jika setiap susunan terdiri dari 3 buku dengan syarat tanpa membedakan urutan (kombinasi) dan dengan membedakan urutan (permutasi)

Jawab:

jumlah permutasi dari 4 buku diambil 3 buku setiap kali sebanyak

$$P_3^4 = \frac{4!}{(4-3)!}$$
$$= 4\,.\,3\,.\,2$$
$$= 24$$

Di dalam permutasi urutan buku diperhatikan, misalnya $\mathrm{ABC} \neq \mathrm{BCA} \neq \mathrm{BAC} \neq \mathrm{CAB}$, dan seterusnya.

Sedangkan dalam kombinasi $\mathrm{ABD} = \mathrm{DBA} = \mathrm{BAD}$, dan seterusnya.

Persoalannya kita harus memilih 3 buku dari 4 buku. Kita bedakan 2 hal:

i. Kalau setiap susunan buku urutan diperhatikan, persoalan ini disebut persoalan permutasi dari 4 objek (buku) diambil 3 setiap kali (urutan diperhatikan)

ii. Kalau setiap susunan objek (buku) urutan tidak diperhatikan, persoalan disebut persoalan kombinasi dari 4 objek diambil 3 setiap kali (urutan tak diperhatikan)

Jumlah permutasi P_3^4 sedangkan jumlah kombinasi C_3^4 atau $\binom{4}{3}$. Dengan jalan menghitung (*counting*) ternyata $C_3^4 = 4$ yaitu ABC, ABD, ACD, BCD. C_3^4 dibaca jumlah (banyaknya) permutasi dari 4 objek diambil 3 setiap kali (urutan diperhatikan). C_3^4 dibaca jumlah (banyaknya) permutasi dari 4 objek diambil 3 setiap kali (urutan diperhatikan). C_3^4 dibaca jumlah (banyaknya) kombinasi dari 4 objek diambil 3 setiap kali (urutan tak diperhatikan).

Himpunan bagian (sub-set) dan himpunan (set). Persoalan kombinasi dapat dianggap sebagai pembentukan sub set dari suatu set misalnya set S={A,B,C,D} terdiri dari 4 sub berikut: $S_1 = \{A, B, C\}, S_2 = \{A, B, D\}, S_3 = \{A, C, D\}, S_4 = \{B, C, D\}$.

Cara menghitungnya:

$$C_3^4 = \frac{4!}{(4-3)!\,.\,3!}$$
$$C_3^4 = \frac{4.3!}{3!\,.\,1} = 4$$
$$P_3^4 = \frac{4!}{(4-3)!}$$
$$P_3^4 = \frac{4\,.\,3\,.\,2\,.\,1}{1} = 24$$

Ada 4 buku, diambil 3 buku, seluruh buku: ABCD.
3 buku saja: ABC, ABD, ACD, BCD, ini disebut ada 4 pilihan atau 4 seleksi atau disebut juga ada 4 sub set. Masing-masing sub set terdiri dari 3 buku yang dapat disusun/diatur dalam 3! Cara. Seluruhnya ada 4 $4(3!) = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ cara, seperti terlihat dalam tabel berikut ini.
C_3^4 dan P_3^4 Setiap Kombinasi Ada $3! = 6$ Permutasi

Kombinasi (sub-set)	Permutasi
ABC	ABC,ACB,BAC,BCA,CAB,CBA
ABD	ABD,ADB,BAD,BDA,DAB,DBA
ACD	ACD,ADC,CAD,CDA,DAC,DCA
BCD	BCD,BDC,CBD,CDB,DBC,DCB

pengaturan kembali setiap kombinasi, dengan perkataan lain:
(Banyaknya kombinasi) x $3! =$ (Banyaknya permutasi)
atau dengan simbol:

$$C_3^4 \times 3! = P_3^4$$
$$\binom{4}{3} \times 3! = 4 \cdot 3 \cdot 2$$

Jadi
$$C_3^4 = \binom{4}{3} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 4$$

Berdasarkan uraian tersebut dapat kita peroleh teori berikut:
Teori tentang kombinasi dari n objek diambil r objek setiap kali.
Banyaknya kombinasi n objek diambil r objek setiap kali adalah sebagai berikut:

$$C_r^n = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

Setiap kombinasi dari r objek dapat kita disusun sebanyak r! cara, maka dari itu diperoleh r! Permutasi. Oleh karena itu r! Permutasi untuk setiap C_r^n kombinasi menghasilkan $C_r^n \times r!$

Banyaknya jumlah $C_r^n \times r!$ Merupakan jumlah seluruh permutasi dari n objek diambil r objek setiap kali, karena dari setiap kombinasi r objek sebenarnya muncul dari beberapa kombinasi yang terdiri dari r objek, maka dari itu,

$C_r^n \times r! = \frac{n!}{(n-r)!}$, setelah dibagi r!

Kita peroleh rumus:

$$C_r^n = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

Contoh 3.2.4

$$C_3^{50} = \frac{50}{3!\,47!} = \frac{50.49.48}{3} = 117.600$$

$$\binom{n}{1} = \frac{n!}{1!\,(n-1)!} = n$$
$$\binom{n}{n} = \frac{n!}{n!\,(n-1)!} = \frac{1}{0!} = 1$$

Kesimpulan:

Kombinasi dari n objek diambil $(n-r)$ objek setiap kali sama dengan kombinasi dari n objek diambil r objek setiap kali yaitu

$$\binom{n}{n-r} = \frac{n!}{(n-r)!\,r!} = \binom{n}{r}$$

Misalnya:
$\binom{9}{5} = \binom{9}{4}, \binom{50}{5} = \binom{50}{45} = \binom{100}{40} = \binom{100}{60}$ =dan seterusnya.

Contoh 3.2.5
Berapa cara yang dapat dilakukan untuk memilih 13 kartu dari set kartu bridge (=52), kalau urutan tak diperhatikan.

Jawab:
$n = 52, r = 13$

$$C_{13}^{52} = \frac{52!}{(52-13)!\,.\,13!}$$

$$= \frac{52!}{39!\,.\,13!}$$

$$= 635.013.559.600$$

Teori tentang Aturan Paskal

$$\binom{n}{r+1} = \binom{n}{r-1} + \binom{n}{\boldsymbol{r}} \text{ untuk} 1 < r < n$$

Bukti
Banyaknya kombinasi r objek yang diambil dari $(n+1)$ objek tanpa pembatasan $= \binom{n+1}{r}$.

Pada saat objek dipilih untuk menyusun r objek ini, maka sisanya sebanyak $(r-1)$ objek dapat dipilih dari n objek sebanyak $\binom{n}{r-1}$ cara. Namun sebaliknya jika objek tertentu tidak terpilih, tetapi ada r objek yang harus dipilih dari sisa objek sebanyak n menghasilkan$\binom{n}{r}$ cara. Jumlah seleksi atau kombinasi merupakan penjumlahan dari kombinasi objek tertentu terpilih dan tidak terpilih, jadi.

$$\boxed{\left(\frac{n}{r-1}\right)+\left(\frac{n}{r}\right)=\left(\frac{n+1}{r}\right)}$$

Ket :
$\left(\frac{n}{r-1}\right)$ = Objek tertentu terpilih
$\left(\frac{n+1}{r}\right)$ = Objek tertentu tak terpilih

Catatan
Pembuktian di atas merupakan prinsip penjumlahan bukan perkalian. Permasalahannya adalah sesuatu yang terjadi atau tidak terjadi dalam objek terpilih atau tidak terpilih.

Kejadian semacam ini disebut saling meniadakan (*mutually exclusive*), kejadian yang tak bisa terjadi bersama-sama secara simultan. Kejadian A dan B dikatakan saling meniadakan kalau A terjadi, B tidak akan terjadi atau sebaliknya jika kejadian lulus dan tidak lulus, barang rusak dan tidak rusak, suatu objek termasuk dalam susunan atau tidak termasuk, seseorang sakit atau sehat dan lain sebagainya.

A. Kombinasi dengan Segitiga Pascal

Segitiga pascal untuk $\binom{n}{r}$
$0 \leqslant r \leqslant n \leqslant 10$

$$\boxed{\left(\frac{n+1}{r}\right)=\left(\frac{n}{r-1}\right)+\left(\frac{n}{r}\right), 1 \leqslant r \leqslant n}$$

n \ r	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
0	1										
1	1	1									
2	1	2	1								
3	1	3	3	1							
4	1	4	6	4	1						
5	1	5	10	10	5	1					
6	1	6	15	20	15	6	1				
7	1	7	21	35	35	21	7	1			
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1		
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1

Tabel 3.2.A menunjukkan nilai $\binom{n}{r}$, terkenal dengan nama segitiga pascal untuk nilai n mengambil nilai 0 s/d

Ba ınjukkan nilai r.

Dalam setiap baris selalu dimulai dan diakhiri dengan angka 1, sebab berdasarkan rumus $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$.

Nilai lainnya dalam suatu baris merupakan penjumlahan dari nilai di atasnya dan sebelah kiri atas. Misalnya perhatikan untuk $n = 3$, pada baris 4, angka 3 yang pertama = 2 + 1 dan angka 3 yang kedua = 1 + 2.

$\binom{3}{2} = \binom{2}{2} + \binom{2}{1}$, untuk $r = 2$

$\binom{2}{2} = \frac{2!}{2!\,0!} = 1$ dan $\binom{2}{1} = \frac{2!}{1} = 2$, jadi $\binom{3}{2} = 1 + 2 + 3$

$n = 4$, untuk baris 5, angka 4 yang pertama = 3 + 1, angka 6 = 3 + 3 dan angka 4 yang1 kedua = 1 + 3, dan seterusnya. (r = 0, 1, 2, 3, 4)

Banyaknya kombinasi –r dari n unsur yang berbeda adalah:

$$C(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

Bukti,
Pembuktian dilakukan dengan menghitung permutasi dari n unsur yang berbeda dengan cara berikut ini:

1. Langkah pertama adalah menghitung kombinasi –r dari n, yaitu$C(n,r)$
2. Langkah kedua adalah megurutkan r unsur tersebut, yaitu r!. Dengan demikian

$$P(n,r) = C(n,r).r!$$
$$C(n,r) = \frac{P(n,r)}{r!}$$
$$= \frac{\frac{n!}{(n-r)!}}{r!}$$
$$= \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

Contoh 3.2.6
Gunakan Teorema untuk menentukan kombinasi-3 dari 5 huruf yang berbeda, misalnya ABCDE. Karena r=3 dan n=5 maka kombinasi ke 3 dari 5 huruf ABCDE adalah….
Jawab:

$$C(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!\,3!}$$
$$= \frac{5.4}{2}$$
$$= 10$$

Jadi banyaknya kombinasi-3 dari 5 huruf ABCDE adalah 10.

Contoh 3.2.7
Berapa banyak cara sebuah panitia yag terdiri dari 4 orang bisa dipilih dari 6 orang?

Jawab:

$$C(6,4) = \frac{6!}{(6-4)!\,4!}$$

$$= \frac{6.5}{2}$$
$$= 15$$

Jadi terdapat 15 cara untuk membentuk sebuah panitia yang terdiri dari 4 orang dari 6 orang.

Contoh 3.2.8

Berapa banyak cara sebuah panitia yang terdiri dari 2 mahasiswa dan 3 mahasiswi yang bisa dipilih dari 5 mahasiswa dan 6 mahasiswi?

Jawab:

Pertama, memilih 2 mahasiswa dari 5 mahasiswa yang ada, yaitu:

$$C(5,2) = \frac{5!}{(5-2)!\,2!}$$
$$= \frac{5!}{3!\,2!}$$
$$= \frac{5\,.\,4\,.\,3!}{3!\,.\,2}$$
$$= \frac{5\,.\,4}{2}$$
$$= 10$$

Kedua, memilih 3 mahasiswi dari 6 mahasiswi yang ada yaitu:

$$C(6,3) = \frac{6!}{(6-3)!\,3!}$$
$$= \frac{6!}{3!\,3!}$$
$$= \frac{6\,.\,5\,.\,4\,.\,3!}{3!\,.\,3\,.\,2}$$
$$= \frac{6\,.\,5\,.\,4}{3\,.\,2}$$
$$= 20$$

Sehingga terdapat $10.20 = 200$ cara untuk membentuk sebuah panitia yang terdiri dari 2 mahasiswa dan 3 mahasiswi yang bisa dipilih dari 5 mahasiswa dan 6 mahasiswi.

4.3. KEGIATAN PEMBELAJARAN 3. TEOREMA BINOMIAL NEWTON

Newton pada umumnya diakui sebagai penemu teorema binomial yang berlaku untuk semua eksponen. Ia menemukan identitas Newton, metode Newton, mengklasifikasikan kurva bidang kubik, memberikan konstribusi yang substansial pada teori beda hingga, dan merupakan yang pertama untuk menggunakan pangkat berpecahan serta menerapkan geometri kordinat untuk menurunkan penyelesaian persamaan Diophantus.

Ia dipilih untuk menduduki jabatan *Lucasian Professor of Mathematics* pada tahun 1669. Pada saat itu, para pengajar Cambridge ataupun pengajar Oxford haruslah seorang pastor Anglikan yang telah ditahbiskan. Namun, jabatan professor Lucasian mengharuskan pula pejabatnya tidak aktif dalam gereja.

Oleh karena itu, Newton berargumen bahwa ia seharusnya dibebaskan dari keharusan penahbisan. Raja Charles II menerima argumen ini dan memberikan persetujuan, sehingga konflik antara pandangan keagamaan Newton dengan ereja Anglikan dihindari.
Binomial Newton adalah salah satu cara yang digunakan dalam matematika untuk menetukan koefisien dari sebuah perpangkatan suku aljabar yang sangat banyak dan bentuk binomial newton adalah salah satu perpanjangan dari segitiga pascal.

Binomial Newton menggunakan prinsip kombinasi $n\ C\ r$ dan contohnya adalah sebagai berikut terdapat sebuah bentuk $(x+y)^2$, maka tentukan koefisien yang tedapat pada xy. Maka $2C1\ xy$. Karena $2C1$ adalah 2 maka tedapat hasil $2xy$, sehingga dikatakan koefisien yang terdapat pada xy adalah 2 dan tentunya dengan binomial newton kita dapat menentukan koefisien salah satu variable jika seperti halnya pangkat 99, 1000, dan sebagainya.

Dalam matematika bidang aljabar elementer, teorema binomial adalah rumus penting yang memberikan ekspansi pangkat dari penjumlahan antara dua variabel. Versi paling sederhana menyatakan bahwa :

$$\boxed{(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{n-k} y^k}$$

Untuk setiap bilangan real atau kompleks x dan y, serta semua bilangan bulat tak negatif n. Koefisien binomial yang muncul dalam persamaan (1) dapat dapat didefinisikan dalam bentuk fungsi factorial $n!$:

$$\boxed{\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}}$$

Sebagai contoh, untuk 2 $2 \leq n \leq= 5$

$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

$(x+y)^4 = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$

$(x+y)^5 = x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$

Perhatikan bahwa :

1. Pangkat dari x bergerak turun dimana suku pertama dimulai dengan $n(x^n)$ daripada suku terakhir sama dengan 0 ($x^0 = 1$)

2. Untuk pangkat dari y berlaku sebaliknya dimana pada suku pertama sama dengan 0 ($y^0 = 1$) dan suku terakhir sama dengan $n(y^n)$

Untuk binomial yang menggunakan pengurangan, teorema binomial dapat diterapkan dengan tanda yang berlawanan pada suku berikutnya:

$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
$(x + y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$
$(x + y)^4 = x^4 \pm 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4$

Amati koefisien bentuk –bentuk perpangkatan tersebut, apabila koefisien-koefisien dari bentuk perpangkatan tersebut dituliskan dalam bentuk diagram, diperoleh :

1							
1	1						
1	2	1					
1	3	3	1				
1	4	6	4	1			
1	5	10	10	5	1		
1	6	15	20	15	6	1	
1	7	21	35	35	21	7	1

3.3.1 Diagram Segitiga Pascal

Diagram ini disebut segitiga pascal, amati pola segitiga pascal tersebut.
Karena :

$$\binom{0}{0} = \binom{1}{0} = \binom{1}{1} = \binom{2}{0} = \binom{2}{2} = \binom{3}{0} = \binom{3}{3} = 1, \binom{2}{1} = 2, \text{dan} \binom{3}{1} = \binom{3}{2} = 3$$

Maka pola segitiga pascal tersebut dapat dituliskan dalam bentuk symbol banyaknya kombinasi berikut:

$$\begin{array}{ccccccc} & & & \binom{0}{0} & & & \\ & & \binom{1}{0} & & \binom{1}{1} & & \\ & \binom{2}{0} & & \binom{2}{1} & & \binom{2}{2} & \\ \binom{3}{0} & & \binom{3}{1} & & \binom{3}{2} & & \binom{3}{3} \end{array}$$

Dari uraian tersebut, bentuk perpangkatan dapat dituliskan sebagai berikut:

$(a+b)^0 = \binom{0}{0}$

$(a+b)^1 = \binom{1}{0} a + \binom{1}{1} b$

$(a+b)^2 = \binom{2}{0} a^2 + \binom{2}{1} ab + \binom{2}{2} b^2$

$(a+b)^3 = \binom{3}{0} a^3 + \binom{3}{1} a^2 b + \binom{3}{2} ab^2 + \binom{3}{3} b^3$

Secara umum bentuk ($a + b$)^n dapat ditulis menjadi :

($a + b$)^n = $\binom{n}{0} a^{n-1} b$ + ... +$\binom{n}{r} a^{n-r} b^{\,r}$+ ... + $\binom{n}{n-1} ab^{n-1} \binom{n}{n} b^n$

Dengan :

$\binom{n}{n} = c_n^r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

Dengan demikian,

$C_n^0.a^n + C_n^1.a^{n-1}.b^1 + ... + C_n^{n-1}.\ ab^{n-1} + C_n^n.b^n$

$$(a+b)^n = \sum_{i=0}^{i=n} C_n^i a^{n-1} b^i$$

Bentuk tersebut dinamakan binominal newton (ekspansi binominal).

4.4 KEGIATAN PEMBELAJARAN 4. RANGKUMAN KOMBINASI

Suatu penggabungan objek yang tidak memperhatikan urutan disebut kombinasi. Banyaknya jumlah kombinasi diberi simbol sebagai berikut:

$$C_r^n \text{ atau } \binom{n}{r}, r \leq n$$

Banyaknya kombinasi r objek dari n objek ditulis dengan C_r^n susunan yang berbeda. Kemudian kombinasi tersebut bisa disusun menjadi $r!$ Permutasi. Maka dari itu C_r^n kombinasi akan menghasilkan $C_r^n \times r!$ permutasi yang terdiri dari r objek yang dipilih dari n objek.

Dari n objek dengan pengambilan r objek akan diperoleh P_r^n permutasi

Sehingga diperoleh hubungan

$$C_r^n . r! = P_r^n$$

$$C_r^n . r! = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$C_r^n . r! = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

Perbedaan Kombinasi dan Permutasi

- Permutasi membentuk banyak cara untuk mengatur satu set objek secara berurutan. Sedangkan kombinasi bisa dilakukan dengan banyak cara sehingga urutannya tidak relevan.
- Urutan, posisi dan penempatan menjadi masalah pada permutasi sedangkan kombinasi tidak menjadi salah terhadap urutan, posisi dan penempatan.

- Perbedaan urutan terhadap permutasi menjadikan adanya perbedaan makna, sedangkan perbedaan urutan terhadap kombinasi tidak menjadikan adanya perbedaan makna.

Banyaknya kombinasi n objek diambil r objek setiap kali adalah sebagai berikut:

$$C^{n}_{r} = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

Permutasi untuk setiap C^{n}_{r} kombinasi menghasilkan $C^{n}_{r} \times r!$

Kombinasi dari n objek diambil $(n-r)$ objek setiap kali sama dengan kombinasi dari n objek diambil r objek setiap kali, yaitu:

$$\binom{n}{n-r} = \frac{n!}{(n-r)!\,r!} = \binom{n}{r}$$

Teori tentang Aturan Paskal

$$\binom{n}{r+1} = \binom{n}{r-1} + \binom{n}{\boldsymbol{r}} \text{ untuk1} < r < n$$

Jumlah seleksi atau kombinasi merupakan penjumlahan dari kombinasi objek tertentu terpilih dan tidak terpilih, jadi.

$$\left(\frac{n}{r-1}\right) + \left(\frac{n}{r}\right) = \left(\frac{n+1}{r}\right)$$

Kombinasi dengan Segitiga Pascal

Segitiga pascal untuk $\binom{n}{r}$

$0 \leqslant r \leqslant n \leqslant 10$

$$\left(\frac{n+1}{r}\right) = \left(\frac{n}{r-1}\right) + \left(\frac{n}{r}\right), 1 \leqslant r \leqslant n$$

Banyaknya kombinasi –r dari n unsur yang berbeda adalah:

$$\boxed{C(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}}$$

Binomial Newton adalah salah satu cara yang digunakan dalam matematika untuk menetukan koefisien dari sebuah perpangkatan suku aljabar yang sangat banyak dan bentuk binomial newton adalah salah satu perpanjangan dari segitiga pascal.

4.5 KEGIATAN PEMBELAJARAN 5. SOAL DISKUSI

1. Banyak cara menyusun suatu regu cerdas cermat yang terdiri dari 3 siswa dipilih dari 10 siswa yang tersedia adalah …
   Jawab:
   $$C_3^{10} = \frac{10!}{(10-3)!\,3!}$$
   $$= \cdots$$
   $$= \cdots$$
   $$= \cdots$$
   $$= 120$$

2. Dari 20 orang siswa yang berkumpul, mereka saling berjabat tangan, maka banyaknya jabatan tangan yang terjadi...
   Jawab:
   $$C_2^{20} = \frac{20!}{(20-2)!\,2!}$$
   $$= \cdots$$
   $$= \cdots$$
   $$= \cdots$$
   $$= 190$$

3. Seorang ibu mempunyai 8 sahabat. Banyak komposisi jika ibu ingin mengundang 5 sahabatnya untuk makan malam adalah …
   Jawab:
   $$C_5^{8} = \frac{8!}{(8-5)!\,5!}$$
   $$= \cdots$$
   $$= \cdots$$
   $$= \cdots$$
   $$= 56$$

4. Banyak kelompok yang terdiri atas 3 siswa berbeda dapat dipilih dari 12 siswa pandai untuk mewakili sekolahnya dalam kompetisi matematika adalah …
   Jawab:
   $$C_3^{12} = \frac{12!}{(12-3)!\,3!}$$

$= \cdots$
$= \cdots$
$= \cdots$
$= 220$

5. Diketahui himpunan A = {1, 2, 3, 4, 5}Banyak himpunan bagian A yang banyak anggotanya 3 adalah …
   Jawab:
   $C_3^5 = \frac{\dots}{\dots}$
   $= \frac{\dots}{\dots}$
   $= 10$
6. Nilai kombinasi $_8C_3$ sama dengan …
   Jawab:
   $C_3^8 = \frac{\dots}{\dots}$
   $= \frac{\dots}{\dots}$
   $= 56$
7. Seorang peserta ujian harus mengerjakan 6 soal dari 10 soal yang ada. Banyak cara peserta memilih soal ujian yang harus dikerjakan adalah …
   Jawab:
   $C_6^{10} = \frac{\dots}{\dots}$
   $= \frac{\dots}{\dots}$
   $= 210$
8. Dalam mengadakan suatu pemilihan dengan menggunakan objek 4 orang pedagang kaki lima untuk diwawancarai, maka untuk memilih 3 orang untuk satu kelompok. Ada berapa cara kita dapat menyusunnya…

Jawab:

$$C_3^4 = \frac{...}{...}$$

$$= \frac{...}{...}$$

$$= 4$$

9. Suatu warna tertentu dibentuk dari campuran 3 warna yang berbeda. Jika terdapat 4 warna, yaitu Merah, Kuning, Biru dan Hijau, maka berapa kombinasi tiga jenis warna yang dihasilkan…
Jawab:

$$C_3^4 = \frac{...}{...}$$

$$= 4$$

10. Dalam suatu pertemuan terdapat 10 orang yang belum saling kenal. Agar mereka saling kenal maka mereka saling berjabat tangan. Berapa banyaknya jabat tangan yang terjadi...
Jawab:

$$C_2^{10} = \frac{...}{...}$$

$$= \frac{...}{...}$$

$$= 45$$

11. Suatu kelompok yang terdiri dari 3 orang pria dan 2 orang wanita akan memilih 3 orang pengurus. Berapa cara yang dapat dibentuk dari pemilihan jika pengurus terdiri dari 2 orang pria dan 1 orang wanita...
Jawab:

$$C_2^3 \,.\, C_1^2 = \frac{3!}{(3-2)!\,2!} \,.\, \frac{2!}{(2-1)!\,1!}$$

$$= \frac{...}{...}$$

$$= \frac{\dots}{\dots}$$

$$= 6$$

12. Banyak cara memilih 4 pengurus dari 6 calon, yang ada sama dengan…
    Jawab:

$$C_4^6 = \frac{6!}{(6-4)!\,4!}$$

$$= \frac{\dots}{\dots}$$

$$= 15$$

13. Dalam sebuah kantor terdapat 7 kelereng. Berapa banyak cara mengambil 4 kelereng dari kantong tersebut…
    Jawab:

$$C_4^7 = \frac{7!}{(7-4)!\,4!}$$

$$= \frac{\dots}{\dots}$$

$$= 35$$

14. Siswa di minta mengerjakan 9 dari 10 soal ulangan, tetapi soal 1-5 harus di kerjakan. Banyaknya pilihan yang dapat diambil murid adalah…
    Jawab:

$$C_4^5 = \frac{5!}{(5-4)!\,4!}$$

$$= \frac{\dots}{\dots}$$

$$= 5$$

15. Dalam sebuah ujian, seorang mahasiswa diwajibkan mengerjakan 5 soal dari 8 soal yg tersedia. Tentukan:
    a) banyaknya jenis pilihan soal yg mungkin untuk dikerjakan
    b) banyaknya jenis pilihan soal yg mungkin dikerjakan jika no.6 dan 7 wajib dikerjakan

    Jawab:

    a) $C_5^8 = \frac{8!}{(8-5)!\,5!}$

    $= \frac{\dots}{\dots}$

    $= \frac{\dots}{\dots}$

    $= 56$

    b) $C_3^6 = \frac{6!}{(6-3)!\,3!}$

    $= \frac{\dots}{\dots}$

    $= \frac{\dots}{\dots}$

    $= 20$

16. Berapa banyaknya cara untuk memilih 3 siswa SMP dan 4 siswa SMA dari sebuah sekolah kursus dengan 10 mahasiswa tingkat pertama, 15 mahasiswa tingkat kedua, 18 siswa SMP, dan 20 siswa SMA untuk bernyanyi…

    Jawab:

    $C_3^{18} \,.\, C_4^{20} = \frac{\dots}{\dots}$

    $= \frac{\dots}{\dots}$

    $= \cdots$

17. Saat akan menjamu Bayern Munchen di Allianz arena, Antonio Conte (Pelatih Juventus) punya 20 pemain yang akan dipilih 11

diantaranya untuk jadi starter. Berapa banyak cara pemilihan starter tim juventus? (tidak memperhatikan posisi pemain)…
Jawab:

$$C_{11}^{20} = \frac{20!}{(20-11)!\,11!}$$
$$= \frac{\dots}{\dots}$$
$$= \frac{\dots}{\dots}$$
$$= 167.960$$

18. Suatu gedung mempunyai lima pintu masuk. Tiga orang hendak memasuki gedung tersebut. Berapa banyak cara dapat ditempuh agar mereka dapat memasuki gedung dengan pintu yang berlainan…
Jawab:

$$C_3^5 = \frac{5!}{(5-3)!\,3!}$$
$$= \frac{\dots}{\dots}$$
$$= \frac{\dots}{\dots}$$
$$= 10$$

19. Nilai dari C(7,3) × C(8,4) adalah...
Jawab:

$$C_3^7 \,.\, C_4^8 = \frac{7!}{(7-3)!\,3!} \cdot \frac{8!}{(8-4)!\,4!}$$
$$= \frac{\dots}{\dots}$$
$$= 2450$$

20. Berapa banyak cara dapat disusun suatu regu cerdas cermat yang terdiri atas 3 anak yang dibentuk dari 10 anak yang ada…
Jawab:

$$C_3^{10} = \frac{10!}{(10-3)!\,3!}$$

$$= \frac{...}{...}$$

$$= 120$$

21. Dalam sebuah kotak terdapat 8 bola pingpong. Berapa cara untuk mengambil 4 bola pingpong dari kotak tersebut?

$$C_4^8 = \frac{8!}{(...-4)!\,...!}$$

$$= \frac{...}{...}$$

$$= 28$$

22. Berapa banyak cara yang dapat disusun dari suatu team bola volley yang terdiri dari 4 orang yang sebelumnya terbentuk dari 10 orang ?

$$C_4^{10} = \frac{10!}{(...-\ ...)!\,4!}$$

$$= \frac{...}{...}$$

$$= ...$$

23. Ada berapa cara suatu panitia yang terdiri dari 3 pria dan 3 wanita yang dipilih dari 6 pria dan 7 wanita

$$C_3^6 \,.\, C_3^7 = \frac{6!}{(...-)\ ...!} \times \frac{7!}{(...-\cdots)!\,3!}$$

$$= \frac{6 \times 5 \times 4}{...\times...\ \ ....\times....} \times \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{...\times...\times...\times...}$$

$$=$$

24. Dari 4 penyanyi sopran dan 5 penyanyi tenor akan di pilih 4 orang pengurus paduan suara. Berapa banyak pilihan berbeda yang diperoleh jika dipilih 2 orang penyanyi sopran dan 2 orang penyanyi tenor?

$$C_2^4 \,.\, C_2^5 = \frac{\ldots!}{(4-2)\ldots!} \times \frac{5!}{(\ldots - \cdots)!\,2!}$$

$$= \frac{4\times3\times2}{\ldots\times\ldots\ \ \ldots\times\ldots} \times \frac{5\times4\times3}{\ldots\times\ldots\times\ldots\times\ldots}$$

$$= \cdots$$

25. Dalam sebuah botol terdapat 12 buah kelereng. Berapa cara untuk mengambil 7 buah kelereng dari botol tersebut?

$$C_7^{12} = \frac{\ldots!}{(12\ -\ \ldots)!\,7!}$$

$$= \frac{\ldots}{\ldots}$$

$$=$$

26. Dari 12 orang siswa akan dipilih 4 orang sebagai peserta seminar. Banyaknya susunan peserta yang dibentuk adalah ?

$$C_4^{12} = \frac{12!}{(\ldots - 4)!\,\ldots!}$$

$$= \frac{\ldots}{\ldots}$$

$$= 56$$

27. Dalam suatu pertemuan terdapat 20 orang yang belum saling kenal. Agar mereka saling kenal maka mereka saling berjabat tangan. Berapa banyaknya jabat tangan yang terjadi...

$$C_2^{20} = \frac{20!}{(\ldots -\ \ldots)!\,\ldots!}$$

$$= \frac{\ldots}{\ldots}$$

$$= \ldots.$$

28. Pada saat ingin ujian, Ani pergi ke took untuk membeli 5 pulpen dan 3 pensil yang dimana di toko tersebut hanya memiliki 10

pulpen dan 5 pensil. Berapa banyak cara yang dapat dilakukan Ani untuk memilih pulpen dan pensil tersebut.

$$C_5^{10} . C_3^5 = \frac{...!}{(10-5)\,...!} \times \frac{5!}{(...-\cdots)!\,3!}$$

$$= \frac{4\times3\times2}{...\times...\ \ ....\times....} \times \frac{5\times4\times3}{...\times...\times...\times...}$$

$$= \cdots$$

29. Dalam sebuah ujian, seorang mahasiswa diwajibkan menjawab 3 soal dari 6 soal yang disediakan. Tentukan banyaknya jenis pilihan soal yang mungkin dikerjakan?

$$C_3^6 = \frac{6!}{(...-\ ...)!\,...!}$$

$$= \frac{...}{...}$$

$$=$$

30. Dalam suatu organisasi sekolah, akan dibentuk sebuah kepanitiaan yang terdiri dari 2 pria dan 2 wanita dapat dipilih dari 4 pria dan 5 wanita. Berapa banyak cara yang dapat diambil dalam kepanitian tersebut?

$$C_2^4 . C_2^5 = \frac{...!}{(4-2)\,...!} \times \frac{5!}{(...-\cdots)!\,2!}$$

$$= \frac{4\times3\times2}{...\times...\ \ ....\times....} \times \frac{5\times4\times3}{...\times...\times...\times...}$$

$$=$$

4.6 KEGIATAN PEMBELAJARAN 5. SOAL LATIHAN

1. Berapa banyak cara untuk memilih 5 pengurus dari dalam 8 calon yang ada?
2. Siswa diminta untuk mengerjakan 9 dari 10 soal ulangan tetapi 1-5 harus dikerjakan. Banyaknya pilihan yang dapat diambil murid adalah?
3. Mery membeli 3 buah apel dan 2 buah semangka dari seorang penjual buah, yang memiliki 6 buah apel dan 4 buah semangka, berapa cara untuk dapat memilih buah buah yang diinginkan?
4. Di dalam kelas, terdapat 13 siswa laki-laki dan 15 wanita. Kemudian guru meminta 6 siswa masing-masing perwakilan dari kelas tersebut untuk mengikuti perlombaan futsal putra/i.
5. Siska memiliki banyak 6 spidol di dalam kotak pensil. Kemudian dia ingin mengambil 3 spidol untuk mewarnai gambarnya. Berapa cara siska untuk mengambil spidol tersebut?
6. Ada 4 mahasiswa uki yang bernama Maria, Ima, Yemima, Ester. Bila dipilih 2 orang, ada berapa banyak pilihan yang diperoleh?
7. Suatu warna tertentu dibentuk dari campuran 3 orang warna yang berbeda. Jika terdapat 4 warna, yaitu Merah, Kuning, Biru, dan Hijau. Maka berapa kombinasi tiga jenis warna yang dihasilkan ?
8. Dalam suatu wawancara menggunakan obyek 6 orang guru untuk diwawancarai, maka untuk memilih 4 oranng untuk satu kelompok. Ada berapa cara kita dapat menyusunya?
9. Untuk mengikuti lomba seni diperlukan 2 orang murid, dari 7 calon yang sudah terlatih, yaitu E, F, G, H dan I, J, K. Dengan berapa macam susunan dapat dipilih untuk mengikuti perlombaan dari ke-7 calon itu?
10. Ada 4 huruf yaitu L, O, V, E. ada berapa cara seseorang bisa menyebutkan huruf tersebut?

MODUL 5

Capaian Pembelajaran	Uraian Materi
Memahami konsep Probabilitas dalam praktik kehidupan sehari-hari	a. Memahami definisi Probabilitas b. Mengerti materi Probabilitas c. Memecahkan persoalan Probabilitas dalam kehidupan sehari-hari d. Membedakan bentuk kejadian dalam memperoleh nilah Probabilitas e. Menyelesaikan soal latihan individu materi Probabilitas f. Menyelesaikan soal diskusi kelompok materi Probabilitas

Tujuan Pembelajaran

1. Mampu memahami definisi Probabilitas
2. Mampu mengerti materi Probabilitas
3. Mampu memecahkan persoalan Probabilitas dalam kehidupan sehari-hari
4. Mampu membedakan bentuk kejadian dalam memperoleh nilah Probabilitas
5. Mampu menyelesaikan soal latihan individu materi Probabilitas
6. Mampu menyelesaikan soal diskusi kelompok materi Probabilitas

MODUL 5

PROBABILITAS

5.1 Kegiatan Pembelajaran 1 Pengertian Probabilitas

Teori probabilitas awalnya diinspirasi oleh masalah perjudian yang ada di kalangan masyarakat. Awal penelitian dilakukan oleh matematikawan dan fisikawan Italia yang bernama Girolamo Cardano (501-1576). Cardano merupakan seorang penjudi waktu itu. Walaupun judi memberi dampak yang buruk terhadap keluarganya, namun melalui judi Cardano terpicu untuk mempelajari bagaimana kemungkinan bisa terjadi. Sejarah tersebut tercatat dalam buku yang berjudul *Liber de Ludo Aleae* (1565).

Probability dalam Bahasa Inggris berarti kemungkinan dari sesuatu yang terjadi. Kemungkinan kejadian tersebut berpeluang untuk terjadi. Secara umum, probabilitas diartikan sebagai suatu cara untuk menyatakan kepercayaan atau pengetahuan terhadap seberapa besar peluang terjadinya suatu kejadian yang akan atau yang telah terjadi.

Nilai probabilitas dari suatu kejadian biasanya dinyatakan dalam interval 0 sampai 1.

Nilai probabilitas 0	**Nilai probabilitas** $\mathbf{0 < n < 1}$	**Nilai probabilitas 1**
Peluang kejadian sama sekali tidak terjadi.	Peluang kejadian kemungkinan terjadi dan tidak terjadi.	Peluang kejadian pasti terjadi.

Tabel 5.1 Nilai Probabilitas

Penentuan nilai probabilitas secara umum dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$P\ (E) = \frac{X}{N}$$

dengan keterangan:

P: Probabilitas atau kemungkinan terjadinya suatu kejadian

E: Suatu kejadian (*event*) atau peristiwa yang diinginkan

X: Banyaknya kesempatan terjadinya suatu kejadian

N: Jumlah seluruh kemungkinan yang akan atau bisa terjadi

Contoh 1

Wati memiliki 10 kartu bernomor 1 sampai dengan 10. Jika satu kartu diambil secara acak, berapakah kemungkinan terambilnya kartu bernomor bilangan prima?

Penyelesaian:

X = {2, 3, 5, 7} = 4

N = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} = 10

$$P\ (E) = \frac{X}{N} = \frac{4}{10} = 0{,}4$$

Jadi, peluang atau kemungkinan terambilnya kartu bernomor bilangan prima adalah 0,4.

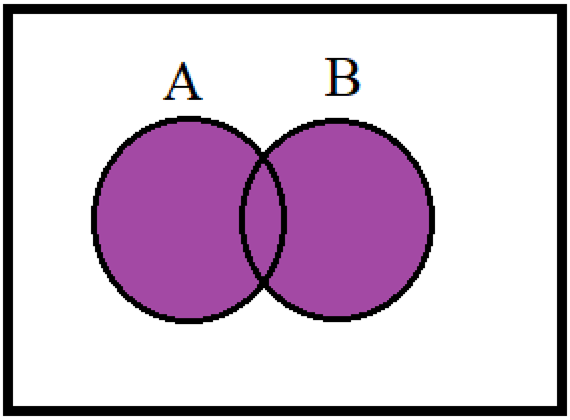
5.2 Kegiatan Pembelajaran 2 Aturan Dasar Probabilitas

5.2.1 Aturan Penjumlahan Probabilitas

Untuk menerapkan aturan penjumlahan ini, harus dilihat jenis kejadiannya apakah bersifat saling meniadakan atau tidak saling meniadakan.

5.2.1.1 Kejadian Saling Meniadakan

Dua peristiwa atau lebih disebut saling meniadakan jika kedua atau lebih peristiwa itu tidak dapat terjadi pada saat yang bersamaan. Jika peristiwa A dan B saling meniadakan, probabilitas terjadinya peristiwa tersebut adalah:



Gambar 5.2.2.1 Gabungan pada himpunan A dan B.

$$P(A\ atau\ B) = P(A) + P(B)$$

atau

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Contoh 2

Suatu percobaan dilakukan dengan melempar sebuah dadu yang memiliki 6 sisi dengan dinomorkan 1 hingga 6. Tentukan probabilitas muncul sisi 2 atau sisi 3!

$$P(2\ atau\ 3) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0{,}333 = 33{,}33\%$$

Jadi, probabilitas munculnya sisi 2 atau sisi 3 adalah 33,33%

5.2.1.2 Kejadian Tidak Saling Meniadakan

Dua peristiwa atau lebih disebut peristiwa tidak saling meniadakan apabila kedua peristiwa atau lebih tersebut dapat terjadi pada saat yang bersamaan. Jika dua peristiwa A dan B tidak saling meniadakan, probabilitas terjadinya:

$$P(A\ atau\ B) = P(A) + P(B) - P(A\ dan\ B)$$
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B \cup C)$$
$$= P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

Jika 3 peristiwa A, B, dan C tidak saling meniadakan, probabilitas terjadinya peristiwa tersebut adalah

Contoh 3

Sebuah perusahaan melakukan survei mengenai pendapat konsumen terhadap produk yang ia hasilkan. Data menunjukkan pendapat responden terhadap produk sebagai berikut.

1. Dewasa puas 20 orang dan kurang puas 5 orang
2. Remaja puas 10 orang dan kurang puas 3 orang
3. Anak-anak 8 orang puas dan 4 orang kurang puas

Tentukan probabilitas bahwa remaja atau berpendapat puas!

Penyelesaian:
Jika R = remaja dan P = puas, maka:

$$P(R \cup P) = P(R) + P(P) - P(R \cap P)$$

$$P(R \cup P) = \frac{13}{50} + \frac{38}{50} - \frac{10}{50} = \frac{41}{50} = 0{,}82$$

Jadi, probabilitas bahwa remaja atau berpendapat puas adalah 0,82.

5.2.2 Aturan Perkalian Probabilitas

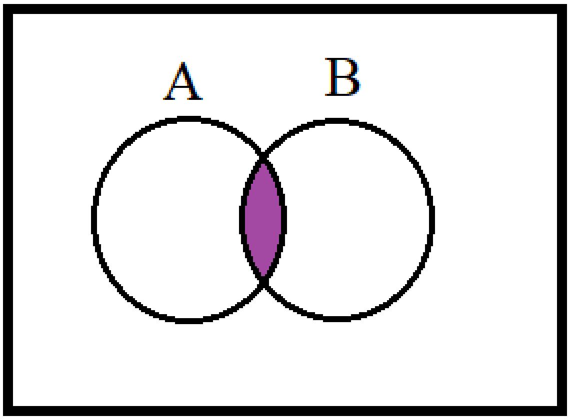
Dalam konsep probabilitas, aturan perkalian diterapkan secara berbeda menurut jenis kejadiannya. Ada 2 jenis kejadian dalam hal ini, yaitu kejadian tak bebas dan kejadian bebas.

5.2.2.1 Kejadian Tak Bebas

Dua peristiwa atau lebih disebut kejadian tidak bebas apabila peristiwa yang satu dipengaruhi atau tergantung pada peristiwa lainnya. Probabilitas peristiwa tidak saling bebas dapat pula dibedakan atas tiga macam, yaitu probabilitas bersyarat, gabungan, dan marjinal.

5.2.2.1.1 Probabilitas Bersyarat

Probabilitas bersyarat peristiwa tidak saling bebas adalah probabilitas terjadinya suatu peristiwa dengan syarat peristiwa lain harus terjadi dan peristiwa-peristiwa tersebut saling mempengaruhi. Jika peristiwa B bersyarat terhadap A, probabilitas terjadinya peristiwa tersebut adalah:



Gambar 5.2.2.1.1. Irisan pada himpunan A dan B

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

P(B/A) dibaca probabilitas terjadinya B dengan syarat peristiwa A terjadi.

Contoh 4

65% karyawan perusahaan PQR membaca koran, 45% membaca majalah, dan 30% membaca keduanya. Berapakah probabilitas terpilih seorang karyawan yang membaca majalah dengan syarat dia juga membaca koran?

Penyelesaian:

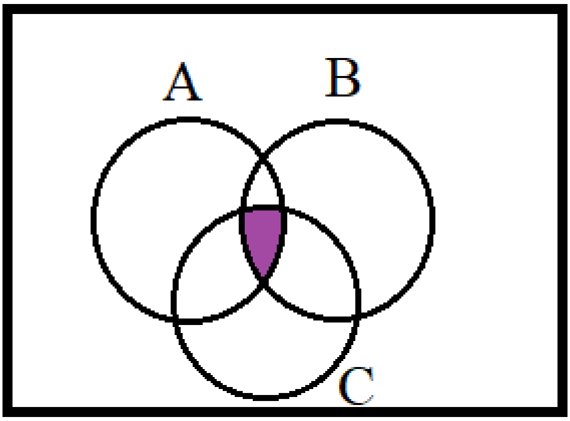
Misalnya K = karyawan membaca koran dan M = karyawan membaca majalah, maka:

$$P(K/M) = \frac{P(K \cap M)}{P(K)} = \frac{30\%}{65\%} = 0{,}4615$$

Jadi, probabilitas terpilih seorang karyawan yang membaca majalah dengan syarat dia juga membaca koran adalah 0,4615.

5.2.2.1.2 Probabilitas Gabungan

Probabilitas gabungan peristiwa tidak saling bebas adalah probabilitas terjadinya dua atau lebih peristiwa secara berurutan (bersamaan) dan peristiwa-peristiwa itu saling mempengaruhi. Jika dua peristiwa A dan B gabungan, probabilitas terjadinya peristiwa tersebut adalah:



Gambar 5.2.2.1.2.1 Irisan pada himpunan A, B, dan C

$$P(A\ dan\ B) = P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A)$$
$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B/A) \times P(C/A \cap B)$$

Contoh 5

Sebuah kotak berisi 10 bola yang terdiri dari 6 berwarna merah dan 4 berwarna putih. Jika 2 buah bola diambil terturut-turut secara acak, tentukan probabilitas 1 berwarna merah dan lainnya berwarna putih dengan pengambilan bola yang dilakukan tanpa pengembalian bola!

Penyelesaian:
P = putih dan M = merah

$$P(M \cap P) = P(A) \times P(B/A) = \frac{6}{10} \times \frac{4}{9} = 0{,}267$$

5.2.2.1.3 Probabilitas Marjinal

Probabilitas marjinal peristiwa tidak saling bebas adalah probabilitas terjadinya suatu peristiwa yang tidak memiliki hubungan dengan terjadinya peristiwa lain dan peristiwa tersebut saling mempengaruhi. Jika dua peristiwa A adalah marjinal, probabilitas terjadinya peristiwa A tersebut adalah:

$$\begin{gathered} P(A) = \sum P(B \cap A) \\ = \sum P(A_1)\ x\ P(B/A_1), i = 1, 2, 3, \ldots \end{gathered}$$

Contoh 6

Sebuah kotak berisikan 11 bola dengan rincian : 5 buah bola putih bertanda +, 1 buah bola putih bertanda -, 3 buah bola kuning bertanda +, dan 2 buah bola kuning bertanda -. Tentukan probabilitas memperoleh sebuah bola putih!

Penyelesaian:

Misalkan A = bola putih, B = bola bertanda positif, dan C = bola bertanda negatif

$$P(B^{+} \cap A) = 5/11$$

$$P(B^{-} \cap A) = 1/11$$

$$P(A) = P(B^{+} \cap A) + P(B^{-} \cap A)$$

$$= 5/11 + 1/11$$

$$= 6/11$$

5.2.2.2 *Kejadian Bebas*

Dua kejadian atau lebih dikatakan kejadian bebas apabila terjadinya kejadian tersebut tidak saling mempengaruhi. Dua kejadian A dan B dikatakan bebas, kalau kejadian A tidak mempengaruhi B atau sebaliknya. Jika A dan B merupakan kejadian bebas, maka:

$$P(A/B) = P(A) \; dan \; P(B/A) = P(B)$$
$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = P(B) \times P(A)$$

Contoh 7

Satu mata uang logam Rp 50 dilemparkan ke atas sebanyak dua kali. Jika A_1adalah lemparan pertama yang mendapat gambar burung (B), dan A_2 adalah lemparan kedua yang mendapatkan gambar burung (B). berapakah $P(A_1 \cap A_2)$!

Penyelesaian:

Karena pada pelemparan pertama hasilnya tidak mempengaruhi pelemparan kedua dan $P(A_1) = P(B) = 0{,}5$ dan $P(A_2) = P(B) = 0{,}5$, maka $P(A_1 \cap A_2) = P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \times P(A_2) = P(B) \times P(B) = 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25$

5.3 Kegiatan Pembelajaran 3 Rumus Bayes

Jika dalam suatu ruang sampel (S) terdapat beberapa peristiwa saling lepas, yaitu $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ yang memiliki probabilitas tidak sama dengan nol dan bila ada peristiwa lain (misalkan X) yang mungkin dapat terjadi pada peristiwa-peristiwa $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ maka probabilitas terjadinya peristiwa-peristiwa $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ dengan diketahui peristiwa X tersebut adalah:

$$P(A_i/X) = \frac{P(A_i)P(X/A_i)}{P(A_1)P(X/A_1) + P(A_2)(X/A_2) + \cdots + P(A_n)P(X/A_n)}$$

Contoh 8

Tiga kotak masing-masing memiliki dua laci. Di dalam laci-laci tersebut terdapat sebuah bola. Di dalam kotak I terdapat bola emas, dalam kotak II terdapat bola perak, dan dalam kotak III terdapat bola emas dan perak. Jika diambil sebuah kotak dan isinya bola emas, berapa probabilitas bahwa laci lain berisi bola perak?

Penyelasaian:

Misalkan A_1 peristiwa terambil kotak I, A_2 peristiwa terambil kotak II, A_3 peristiwa terambil kotak III, dan X peristiwa laci yang dibuka berisi bola emas.

Kotak yang memenuhi pertanyaan adalah kotak III $P(A_3/X))$

$$P\ (A_3/X)\ P(A_1) = 1/3$$
$$P(A_2) = 1/3$$
$$P(A_3) = 1/3$$
$$P(X/A_1) = 1$$
$$P(X/A_2) = 0$$
$$P(X/A_3) = {}^1/_2$$

$$P(A_3/X) = \frac{P(A_3)P(X/A_3))}{P(A_1)P(X/A_1) + P(A_2)(X/A_2) + P(A_3)P(X/A_3)}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{3}\right)(1) + \left(\frac{1}{3}\right)(0) + \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{3}$$

5.4 Kegiatan Pembelajaran 4 Hubungan Probabilitas Teoritis dan Probabilitas Empiris

Hubungan probabilitas teoritis dengan probabilitas empiris dijelaskan melalui contoh dari pelemparan sebuah mata uang logam. A melambangkan sisi uang logam yang terdapat angka, sedangkan G melambangkan sisi yang terdapat gambar.

5.4.1 Probabilitas Teoritis

Kemungkinan atau probabilitas yang diperoleh dengan menggunakan cara-cara yang berlainan serta asumsi bahwa semua cara yang mungkin terjadi atas dasar kemungkinan yang sama (*equally likely basis*).

Contoh 9

Suatu uang logam dilemparkan satu kali, akan menghasilkan:

$P(A) = \frac{1}{2} = 0{,}5$ atau 50%

$P(G) = \frac{1}{2} = 0{,}5$ atau 50%

5.4.2 Probabilitas Empiris

Kemungkinan tentang terjadinya suatu peristiwa yang terhitung atas dasar pengalaman atau percobaan tentang apa yang terjadi pada saat yang sama di masa yang lalu atau atas dasar catatan statistik. Probabilitas empiris biasanya disebut dengan Eksperimental Probabilitas.

Pada kenyataannya, jika pelemparan uang logam dilakukan secara berkala, munculnya sisi angka dan sisi gambar dapat pula bervariasi. Kemungkinan tidak hanya satu banding satu saja, namun bisa muncul kemungkinan muncul sisi angka dan sisi gambar dapat bervariasi. Dapat dua banding tiga, lima banding delapan, dan sebagainya.

Contoh 10

Suatu produsen radio memproduksi 200 buah radio yang diuji secara acak. Setelah pengujian, ditemukan 25 dari 200 radio tersebut cacat, sehingga:

$$P(R) = \frac{5}{200} = 0{,}025 = 2{,}5\%$$

Akibat perolehan tersebut, perusahaan radio menentukan bahwa probabilitas empiris radio yang cacat adalah 2,5%. Bila perusahaan radio tersebut memproduksi 5.000 radio, maka 2,5% dari radio akan cacat.

Jadi, kemungkinan radio yang cacat adalah $(2{,}5\%)(5.000) = 125$ buah radio.

5.5 Kegiatan Pembelajaran 5 Distribusi Probabilitas

Kunci aplikasi probabilitas dalam statistik adalah memperkirakan terjadi probabilitas atau kemungkinan yang dihubungkan dengan terjadinya suatu peristiwa dalam beberapa keadaan. Pengetahuan mengenai keseluruhan probabilitas dari kemungkinan *outcome* yang terjadi dari kejadian-kejadian yang ada akan membentuk suatu distribusi probabilitas.

5.5.1 Distribusi Binomial Bernoulli

Distribusi Binomial ditemukan oleh seorang matematikawan bernama James Bernoulli. Distribusi binomial adalah suatu distribusi teoritis yang menggunakan variabel random diskrit yang terdiri dari dua kejadian yang saling berhubungan, seperti sukses-gagal, ya-tidak, baik-cacat, sakit-sehat dan lain-lain.

Percobaannya bersifat independen, artinya peristiwa dari suatu percobaan tidak mempengaruhi atau dipengaruhi peristiwa percobaan lainnya dengan rumus sebagai berikut:

$$(x+y)^n = \sum_{r=0}^{n} C_r^n \, x^{n-r} y^r$$

Contoh 11
Tentukan suku kedelapan dari $(x+y)^{10}$!

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}(x+y)^{10} &= \sum_{r=0}^{10} C_r^{10}\, x^{n-r} y^r \\ &= C_7^{10} x^{10-7} y^7 \\ &= \frac{10!}{7!\,3!} x^3 y^7 \\ &= \frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1} x^3 y^7 \\ &= 120 x^3 y^7\end{aligned}$$

5.5.2 Distribusi Poisson

Distibusi Poisson merupakan distribusi probabilitas untuk variabel diskrit acak yang mempunyai nilai 0, 1, 2, 3, dan seterusnya. Distribusi Poisson adalah distribusi nilai-nilai bagi suatu variabel random X (X diskrit), yaitu banyaknya hasil percobaan yang terjadi dalam suatu interval waktu tertentu atau disuatu daerah tertentu. Fungsi distribusi probabilitas diskrit atau terpisah yang sangat penting dalam beberapa aplikasi praktis.

Poisson memperhatikan bahwa distribusi Binomial sangat bermanfaat dan dapat menjelaskan dengan sangat memuaskan terhadap probabilitas Binomial $b(X \mid \mathrm{n}\cdot\mathrm{p})$ untuk $X = 1, 2, 3, \ldots n$. namun demikian, untuk suatu kejadian dimana n sangat besar (lebih besar dari 50). Sedangkan probabilitas sukses (p) sangat kecil seperti 0, 1, atau kurang, maka nilai Binomialnya sangat sulit ditemukan. Suatu bentuk dari distribusi ini adalah rumus pendekatan peluang

Poisson untuk peluang Binomial yang dapat digunakan untuk pendekatan probabilitas Binomial dalam situasi kejadian tertentu, yaitu dengan rumus sebagai berikut:

$$\boxed{P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}}$$

Keterangan:
λ = rata-rata terjadinya suatu peristiwa ($\lambda = n \times p$)
e = bilangan alam atau bilangan natural (2,71828)

Contoh 12
Diketahui probabilitas untuk terjadi *shock* (terkejut) pada saat imunisasi dengan vaksinasi meningtis adalah 0,0005. Apabila di suatu kota jumlah orang yang melakukan vaksinasi sebanyak 4000, hitunglah probabilitas tepat 3 orang akan terjadi *shock*! (dengan bantuan kalkulator)

Penyelesaian:

$$\lambda = n \times p = 4.000 \times 0{,}0005 = 2$$

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

$$P(X = 3) = \frac{2^3 \times 2{,}71828^{-2}}{3!}$$

$$P(X = 3) = \frac{8 \times 0{,}1353352832}{3 \times 2 \times 1}$$

$$P(X = x) = 0{,}1804$$

Jadi, kemungkinan terjadinya shock tepat pada 3 orang pada saat vaksinasi adalah 0,1804.

5.6 Kegiatan Pembelajaran 6 Rangkuman

1. Probabilitas adalah kemungkinan terjadinya suatu kejadian.

2. Penentuan nilai probabilitas:

$$P\ (E) = \frac{X}{N}$$

3. Aturan dasar probabilitas dibagi menjadi dua, yaitu aturan penjumlahan dan aturan perkalian.

4. Aturan penjumlahan probabilitas terbagi menjadi dua, yaitu kejadian saling meniadakan dan kejadian tidak saling meniadakan.

5. Kejadian saling meniadakan:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

6. Kejadian tidak saling meniadakan:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

7. Aturan perkalian terbagi menjadi dua, yaitu kejadian tak bebas dan kejadian bebas.

8. Kejadian tak bebas dibagi menjadi tiga, antara lain probabilitas bersyarat, probabilitas gabungan, dan probabilitas marjinal.

9. Probabilitas bersyarat:

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

10. Probabilitas gabungan:

$$P(A \cap B) = P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A)$$

11. Probabilitas marjinal:

$$P(A) = \sum P(B \cap A)$$
$$= \sum P(A_1)\ x\ P(B/A_1), i = 1, 2, 3, \ldots$$

12. Kejadian bebas:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = P(B) \times P(A)$$

13. Rumus Bayes:

$$P(A_i/X) = \frac{P(A_i)P(X/A_i)}{P(A_1)P(X/A_1) + P(A_2)(X/A_2) + \cdots + P(A_n)P(X/A_n)}$$

14. Probabilitas teoritis adalah kemungkinan kejadian dari suatu peristiwa berbanding sama, yaitu 1:1.

15. Probabilitas empiris adalah kemungkinan pada percobaan berulang yang dilakukan pada saat yang sama di masa yang lalu atau atas dasar catatan statistik. Probabilitas empiris menghasilkan kemungkinan dengan perbandingan yang berbeda-beda.

16. Distribusi probabilitas dibagi menjadi dua, yaitu distribusi Binomial dan distribusi Poisson.

17. Distribusi Binomial digunakan untuk mengetahui suatu kejadian yang saling berhubungan sukses dengan gagal, dengan rumus:

$$(x+y)^n = \sum_{r=0}^{n} C_r^n \, x^{n-r} y^r$$

18. Distribusi Poisson digunakan untuk mengetahui rata-rata kejadian dalam waktu yang saling bebas sejak terjadinya kejadian terakhir, dengan rumus:

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

5.7 Kegiatan Pembelajaran 6 Soal Diskusi Kelompok

1. Tentukan suku keempat dari $(x - y)^4$!

   Penyelesaian:

$$\begin{aligned}(\ldots + (-\ldots))^{\cdots} &= \sum_{r=0}^{4} C_r^{\cdots}\, x^{n-r}(-y^r)\\ &= C_{\ldots}^{10} x^{4-\cdots}(-y^{\cdots})\\ &= \frac{\ldots!}{\ldots!\ldots!} x^{\cdots}(-y^{\cdots})\\ &= \frac{4}{1} x^{\cdots}(-y^3)\\ &= -4x^1y^3\end{aligned}$$

2. Tentukan suku dari $\left(x + \frac{1}{x}\right)^4$ yang tidak memuat x jika mungkin!

   Penyelesaian:

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^4 = C_r^4 x^{4-r} \left(\frac{1}{x}\right)^r$$

$$\begin{aligned}&= C_r^4 \times \ldots \times x^{-r}\\ &= C_r^4 x^{4-2r}\end{aligned}$$

   Tidak memuat x

$$\begin{aligned}x^{4-2r} &= x\\ \ldots &= 0\\ \ldots &= 2r\\ r &= 2\end{aligned}$$

$$C_2^4 x^{4-2} \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

$$= \frac{4!}{(4-2)!\,2!}\; x^2 \left(\frac{\dots}{\dots}\right)^{\dots}$$
$$= \frac{\dots!}{\dots! \times 2!} \times \dots \times \left(\frac{\dots}{\dots}\right)^{\dots}$$
$$= \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times \dots \times \frac{1}{x^2}$$
$$= 6$$

3. Tentukan suku ke-4 dari $(2x + 3y)^4$!

   Penyelesaian:

$$\sum_{r=0}^{4} C_r^4 (2x)^{4-r} (3y)^r$$

$$= C_3^4 (2x)^{4-3} (3y)^3$$
$$= \frac{\dots!}{\dots! \times 1!} \times 2x \times \dots$$
$$= 4 \times 2x \times \dots$$
$$= 216xy^3$$

4. Diketahui probabilitas untuk terjadi gempa bumi pada negara Indonesia adalah 0,005. Apabila di suatu provinsi jumlah kota sebanyak 200 kota, hitunglah probabilitas tepat 2 kota akan terjadi gempa! (dengan bantuan kalkulator)

   Penyelesaian:

$$\lambda = n \times p = \dots \times 0{,}005 = \dots$$
$$P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$
$$P(X = 2) = \frac{\dots^2 \times 2{,}71828^{-1}}{3!}$$
$$P(X = 2) = \frac{\dots \times 0{,}3678794412}{\dots \times \dots}$$

$$P(X = x) = 0{,}1839$$

5. Sebuah dadu dilambungkan sebanyak 36 kali. Hitunglah frekuensi harapan muncul mata dadu kurang dari 3!

   Penyelesaian :

   Percobaan melempar sebuah dadu. Sebuah dadu memiliki 6 mata dadu. Banyak anggota ruang sampel n(S) = ...

   Misalkan :

   K= kejadian muncul mata dadu kurang dari 3={1,2}

   Banyak anggota kejadian K adalah n(K) = ... Peluang muncul mata dadu ganjil :

$$P(K) = \frac{n(K)}{n(S)} = \frac{...}{...} = \frac{1}{3}$$

   Frekuensi harapan muncul mata dadu kurang dari 3 :

$$f_n(K) = P(K) \times N = \frac{...}{...} \times ... = 12$$

   Jadi , frekuensi harapan muncul mata dadu kurang dari 3 adalah 12 kali.

6. Sebuah kantong berisi 4 bola berwarna putih bernomor 1 sampai 4, 5 bola berwarna hijau bernomor 5 sampai 9, dan 5 bola berwarna merah bernomor 10 sampai 14. Sebuah bola diambil secara acak,terambil bola putih bernomor ganjil dan tidak di kembalikan. Sebuah bola diambil lagi,terambil bola hijau bernomor genap dan tidak di kembalikan. Jika diambil lagi sebuah bola secara acak, tentukan peluang terambil bola bernomor genap!

   Penyelesaian :

Banyak bola putih = ...

Banyak bola hijau = ...

Banyak bola merah= ...

Jumlah bola = ...

Banyak bola bernomor ganjil = ...

Banyak bola bernomor genap = ...

Pada pengambilan pertama terambil bola putih bernomor ganjil dan tidak di kembalikan sehingga jumlah bola dalam kantong tersisa ...

Pada pengambilan kedua terambil bola hijau bernomor genap dan tidak di kembalikan sehingga jumlah bola dalam kantong tersisa ...

Banyak bola bernomor genap dalam kantong tersisa 6.

Diambil lagi sebuah bola secara acak,peluang terambil bola bernomor genap :

$$P = \frac{6}{...} = \frac{1}{2}$$

Jadi, peluang terambil bola bernomor genap adalah $\frac{1}{2}$.

7. Tentukan suku dari $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{10}$ yang tidak memuat x jika mungkin!

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^{10} = C_r^{10} x^{10-r} \left(\frac{1}{x}\right)^r$$

$$= C_r^{10} \times ... \times x^{-r}$$
$$= C_r^{10} x^{10-2r}$$

Tidak memuat x

$(x)^{10-2r} = x^0$

$... = 0$

$... = 2r$

$r = 5$

$$C_5^{10} x^{10-5} \left(\frac{1}{x}\right)^5$$
$$= \frac{10!}{(10-5)!\,5!}\ x^5 \left(\frac{\dots}{\dots}\right)^{\dots}$$
$$= \frac{\dots!}{\dots! \times 5!} \times \dots \times \left(\frac{\dots}{\dots}\right)^{\dots}$$
$$= \frac{10 \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots!}{5! \times 5 \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots} \times \dots \times \frac{1}{x^5}$$
$$= 252$$

8. Andini bermain monopoli bersama Bima. Kemungkinan Andini saat melemparkan dadu dan berkesempatan mendapatkan mata dadu genap dan Bima berkesempatan mendapatkan mata dadu ganjil adalah ...

   Penyelesaian:

   $X_{Andini} = \{\dots, \dots, \dots\} = \dots$

   $X_{Bima} = \{1, 3, 5\} = 3$

   Maka, $P(A) = P(B)$

   $$P\ (E) = \frac{X}{N} = \frac{\dots}{\dots} = 0{,}5$$

   Jadi, peluang atau kemungkinan Andini dan Bima mendapatkan masing-masing mata dadu genap dan ganjil dapat dituliskan $P(\dots) = P(\dots) = 0{,}5$.

9. Jika ingin mengetahui probabilitas jenis kelamin bayi yang dilahirkan dua kali berturut-turut, maka terdapat 4 kemungkinan yang sudah diteliti terlebih dahulu sebagai berikut:
   1. Kelahiran pertama laki-laki, kelahiran kedua perempuan
   2. Kelahiran pertama laki-laki, kelahiran kedua laki-laki

3. Kelahiran pertama perempuan, kelahiran kedua perempuan
4. Kelahiran pertama perempuan, kelahiran kedua laki-laki

Tentukan probabilitas pada masing-masing jenis kelamin bayi yang lahir jika menginginkan bayi sama jenis kelaminnya!

Penyelesaian:

1. Kelahiran pertama laki-laki, kelahiran kedua perempuan
$$P(A) = \frac{1}{4}$$
2. Kelahiran pertama laki-laki, kelahiran kedua laki-laki
$$P(B) = \frac{\dots}{\dots}$$
3. Kelahiran pertama perempuan, kelahiran kedua perempuan
$$P(\dots) = \frac{\dots}{\dots}$$
4. Kelahiran pertama perempuan, kelahiran kedua laki-laki
$$P(\dots) = \frac{\dots}{\dots}$$

Bayi sama jenis kelamin:

$$P(\dots \cup \dots) = P(\dots) + P(\dots)$$

$$P(\dots \cup \dots) = \frac{1}{4} + \cdots$$
$$P(\dots \cup \dots) = \frac{\dots}{\dots} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

Jadi, kemungkinan bayi yang lahir sama jenis kelaminnya adalah 0,5.

10. Sebuah kotak berisi 10 bola yang terdiri dari 6 berwarna merah dan 4 berwarna putih. Jika 3 buah bola diambil berturut-turut secara random, tentukan probabilitas semua bola berwarna

merah. Pengambilan dilakukan dengan pengambilan (*with replacement*).

$$P(M_1 \cap M_2 \cap M_3) \;\; = P(M_1) \times P(M_2) \times P(M_3)$$
$$= \ldots/10 \times \ldots/10 \times \ldots/10$$
$$= \ldots/1000$$
$$= 0{,}216$$

11. Data mengenai komposisi karyawan pada suatu pabrik yang mempunyai 100 karyawan adalah sebagai berikut:

Bagian	Jenis Kelamin	
	Pria (P)	Wanita (W)
Produksi (Pr)	25	20
Marketing (M)	30	18
Akuntansi (A)	5	2

a. Jika seorang karyawan pria dipilih secara random, berapa probabilitas bahwa ia berasal dari bagian Marketing?

b. Jika seorang karyawan bagian akuntansi dipilih secara random, berapa probabilitas bahwa ia seorang wanita?

Penyelesaian :

Bagian	Jenis Kelamin		Total
	Pria (P)	Wanita (W)	
Produksi (Pr)	25	20	…
Marketing (M)	30	18	…

Akuntansi (A)	5	2	…
Total	…	…	…

a.
$$P(M/P) = \frac{P(M \cap P)}{P(P)} = \frac{.../100}{.../100} = \frac{30}{...} = 0{,}5$$
b.
$$P(W/A) = \frac{P(W \cap A)}{P(A)} = \frac{.../100}{.../100} = \frac{2}{...} = 0{,}2857$$

12. Tiga kotak masing-masing memiliki dua laci. Di dalam laci-laci tersebut terdapat sebuah bola. Di dalam kotak I terdapat bola emas, dalam kotak II terdapat bola perak, dan dalam kotak III terdapat bola emas dan perak. Jika diambil sebuah kotak dan isinya bola emas, berapa probabilitas bahwa laci lain berisi bola perak?

    Penyelasaian:
    Misalkan A_1 peristiwa terambil kotak I, A_2 peristiwa terambil kotak II, A_3 peristiwa terambil kotak III, dan X peristiwa laci yang dibuka berisi bola emas.

    Kotak yang memenuhi pertanyaan adalah kotak III $P(A_3/X))$

$$P\ (A_3/X)\ P(A_1) = 1/3$$
$$P(A_2) = 1/3$$
$$P(A_3) = 1/3$$
$$P(X/A_1) = 1$$
$$P(X/A_2) = 0$$
$$P(X/A_3) = {}^1\!/_2$$

$$P(A_3/X) = \frac{P(A_3)P(X/A_3))}{P(A_1)P(X/A_1) + P(A_2)(X/A_2) + P(A_3)P(X/A_3)}$$

$$= \frac{(\dots)(\dots)}{\left(\frac{1}{3}\right)(\dots) + \left(\frac{1}{3}\right)(\dots) + \left(\frac{1}{3}\right)(\dots)} = \frac{1}{3}$$

13. Ruang gawat darurat sebuah rumah sakit diperkirakan memiliki tingkat kedatangan rata-rata pasien sebanyak 4 orang per hari. Kedatangan pasien diperoleh dari distribusi Poisson. Tentukan berapa probabilitas kedatangan 2 pasien per hari.

    Penyelesaian:
    $\lambda = 4$

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

$$P(X = 2) = \frac{\dots^2 \times e^{-4}}{\dots!}$$

$$P(X = 2) = \frac{\dots \times \dots}{\dots \times \dots}$$

$$P(X = \dots) = 0{,}1465$$

14. Perusahaan salah satu merk alat elektronik mendata bahwa rata-rata produksi televisi yang rusak setiap kali proses produksi sebesar 15%. Apabila total dari produksi tersebut diambil secara *random* (acak) sebanyak 4 buah televisi, tentukan probabilitas rusak atau tidaknya dari 2 televisi.

    Penyelesaian:
    p = rusak = 15% = ...
    q = baik = ... % = ...
    x = 2
    n = 4

$$\sum_{x=2}^{n} C_x^n \, q^{n-x} p^x$$
$$= C_2^4 \, q^{4-\cdots} \, p^{\cdots}$$
$$= C_2^4 (\dots)^2 (\dots)^2$$
$$= 0{,}0975$$

5.8 Kegiatan Pembelajaran 6 Latihan Soal Mandiri

1. Sekantung permen berisi 6 rasa jeruk, 4 rasa kopi, dan 3 rasa coklat. Bila seseorang mengambil satu permen secara acak, carilah peluang untuk mendapatkan:
   a. Satu rasa jeruk.
   b. Satu rasa kopi dan atau coklat.

2. Tiga buah uang logam dilemparkan. Tentukan probabilitas empiris yang terjadi jika hasil pelemparan paling sedikit dua gambar muncul!

3. Sekeping uang logam setimbang dilemparkan dua kali. Berapakah probabilitas dari sekurang-kurangnya sisi gambar muncul sekali?

4. Sekantong obat-obatan berisi 6 vitamin rasa jeruk, 4 rasa anggur, dan 3 rasa melon. Apabila Budi mengambil satu obat secara acak, carilah probabilitasnya untuk mendapatkan:
   a. 1 rasa jeruk.
   b. 1 rasa anggur atau melon.

5. Dua buah dadu dilambungkan bersamaan sekali. Berapa kemungkinan muncul pasangan mata dadu berjumlah 5?

6. Sebuah kotak berisi tiga bola berwarna merah (M), putih (P), dan kuning (K). dua bola diambil satu persatu secara berurutan. Setelah bola pertama terambil,bola tersebut tidak di kembalikan lagi. Setelah pengambilan bola yang kedua, bola-bola tersebut di kembalikan lagi. Frekuensi terambil secara terambil setiap pasangan warna bola di sajikan dalam

tabel berikut. Berapa probabilitas terambil bola kuning dan merah?

7. Sepotong papan yang berbentuk lingkaran dibagi menjadi tiga daerah dan dipasangi jarum seperti gambar disamping. Papan tersebut di paku bagian tengah nya sehingga papan dapat di putar. Jika papan di putar sebanyak 28 kali, berapa kali jarum akan menunjuk daerah merah?

8. Sebanyak 20 kartu di beri nomor 1 sampai dengan 20. Sebuah kartu diambil secara acak, ternyata terambil kartu bernomor 8. Sebuah kartu diambil lagi secara acak,ternyata terambil kartu bernomor 17. Tentukan probabilitas terambil kartu bernomor bilangan prima pada pengambilan ketiga!

9. Tentukan suku kesepuluh dari $(5x + 7y)^3$!

10. Diketahui probabilitas untuk terjadi hujan pada wilayah Asia di bulan Oktober adalah 0,03. Apabila di suatu wilayah Asia bagian Tenggara terdapat 6.000 kota, hitunglah probabilitas tepat 5 kota akan terjadi hujan! (dengan bantuan kalkulator)

11. Tentukan suku ketiga dari $(x - y)^6$!

12. Suatu percobaan dilakukan dengan melempar sebuah dadu yang memiliki 6 sisi dengan label nomor 1 hingga 6. Tentukan probabilitas muncul sisi 1 atau 3 atau 6!

13. Tentukan suku dari $\left(x + \frac{1}{x}\right)^7$ yang tidak memuat x jika mungkin!

14. Sebuah kotak berisi 10 bola yang terdiri dari 6 berwarna merah dan 4 berwarna putih. Jika 2 buah bola diambil berturut-turut secara random, tentukan probabilitas 1 berwarna merah dan lainnya berwarna putih. Pengambilan dilakukan :
    a. Dengan pengambilan
    b. Tanpa pengambilan

15. Tiga buah meja masing-masing memiliki dua laci. Di dalam laci-laci tersebut terdapat sebuah bola. Di dalam kotak I terdapat bola merah, dalam kotak II terdapat bola biru, dan dalam kotak III terdapat bola merah dan biru. Jika diambil sebuah kotak dan isinya bola merah, berapa probabilitas bahwa laci lain berisi bola biru?

16. Sebuah toko alat-alat listrik mencatat rata-rata penjualan lampu TL 40 W setiap hari 5 buah. Permintaan akan lampu tersebut mengikuti distribusi Poisson.
    a. Tentukan probabilitas penjualan paling banyak 2 lampu!
    b. Andaikan persediaan lampu sisa 3, berapa probabilitas peermintaan lebih dari 3 lampu?

17. Sebanyak 200 penumpang telah memesan tiket untuk sebuah penerbangan luar negero. Jika probabilitas penumpang yang telah mempunyai tiket tidak akan datang adalah 0,01. Tentukan berapakah peluang terdapat 3 orang yang tidak datang!

18. Diperoleh data bahwa di kecamatan ABC terdapat 33 anak yang mengalami gizi buruk dan 20 diantaranya berjenis *marasmus* dan yang lainnya *kwasiorkor*. Pemeriksaan akan dilakukan terhadap 10 anak. Berapakah dari 10 anak tersebut, 5 anak bergizi buruk dengan jenis *marasmus*?

19. Pada tahun 2005 dilakukan penelitian di suatu desa. Diperoleh data bahwa rata-rata terdapat 2,5 orang albino dari 200 orang, dimana 525 orang diambil acak sebagai sampel percobaan. Dengan menggunakan distribusi Poisson, tentukan kemungkinan diperolehnya orang yang bukan albino! (Gunakan kalkulator)

20. Setiap hari kendaraan melewati suatu pertigaan jalan dengan rata-rata 200 kendaraan setiap jam. Tentukan probabilitas tidak ada kendaraan yang melewati pertigaan itu dalam rentang waktu satu menit!

MODUL 6
PELUANG BERSYARAT

Capaian pembelajaran	Uraian materi
1. Memahami konsep peluang bersyarat	a. Mampu Memahami dan Mengerti materi pengunaan peluang bersyaarat dalam keadaan apa pun. b. Dapat menyelesaikan saoal materi peluang bersyarat dalam kedidupan sehari-hari. c. Dapat menyelesaikan soal secara diskusi kelompok materi peluang bersyarat
2. Memahami dan menguasai setiap konsep peluang bersyarat dalam materi tersebut sesuai dengan rumus	a. Memahami komsep dasar dalam peluang kejadian, peluang peubah acak distribusi peluang, distribusi emperik b. Mengerti materi mendeklarasikan materi peluang dalam peluang kejadian . c. Dapat menyelesaikan soal materi peluang bersyarat d. Dapat menyelesaikan soal secara diskusi kelompok materi peluang bersyarat dalam suatu kejadian

TUJUAN PEMBELAJARAN

1. Mahasiswa mampu memahami konsep dasar dari peluang tersebuat. Peluang bersyarat dan lain sebagainya
2. Mahasiswa mampu mengerti materi pengunaan peluang suatu kejadian dalam peluang bersyarat maupun peubah acak
3. Mahasiswa mampu mengerti dan memahami dan menganalisisn suatu peluang bersyarat yang sedang terjadi.
4. Mahasiswa mampu mengerjakan soal-soal yang sudah ada dalam materi tersebut sesuai dengan contoh hyang dijabarkan.

MODUL 6
PELUANG BERSYARAT

6.1 KEGIATAN PEMBELAJARAN 1.

Konsep peluang kejadian bersyarat. Dua kejadian disebut kejadian bersyarat atau kejadian yang saling bergantung apabila terjadi atau tidak terjadinya kejadian A akan mempengeruhi terjadi atau tidak terjadinya kejadian B. Peluang bersyarat adalah peluang terjadinya kejadian A bila diketahui bahwa suatu kejadian B telah terjadi. Peluang bersyarat dilambangkan dengan $p(A|B).P(A|B)$ dibaca "peluang terjadinya A bila B telah terjadi" atau "peluang A,bila AB diketahui".Misalkan ruang contoh berpeluang bersama dari percobaan melempar sebuah dadu berisi 6,maka S=(1,2,3,4,5,6).Dan terdapat kedua kejadian,yaitu B adalah kejadian munjulnya sisi kurang 6, maka B=(1,2,3,4,5,);dan A adalah kejadian munculnya sisi genap,maka A=(2,4,6).berdasarkan hal ini,maka P(B)=5/6,dan P(A)=3/6=1/2. Jika kedua kejadian A dan B dilakukan berurutan ,yaitu B terjadi terlebih dahulu, kemudian memyusul A,maka A=(2,4,6). Peluang A setelah Defenisi dan Sifat peluang bersyarat. Peluang bersyarat B,bila A diketahui dilambangkan dengan $P(B|A)$,didefenisikan sebagai: Dengan $P(A) > 0$.Disebut peluang A dengan syarat B.misalkan n(A) melambangkan banyaknya unsur dalam himpunan A.Dengan menggunakan notasi, dapat dituliskan:P(M). Peluang terjadinya kejadian A dengan syarat kejadian B telah terjadi terlebih dahulu ditulis $P(A \mid B)$

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, dengan\ P(B) \neq 0$$

Sifat-sifat $0 \le P(A \mid B) \le 1 \implies 0 \le P(A \cap B) \le P(B)$

1. Jika $A \le B$ maka $A \cap B = A$ sehingga $P(A \mid B) = P(A)/P(B)$
2. Jika $B \le A$ maka $A \cap B = B$ sehingga $P(A \mid B) = 1$

6.1.1Contoh Peluang bersyarat

Misalkan ruang contoh A kita terdiri atas populasi Punya usaha disuatu kota. Kita akan mengkategorikan populasi ini menurut jenis kelamin dan status pekerjaan.

Jenis kelamin	Mandiri	Bekerja
Laki-laki	460	40
Perempuan	140	260

Tabel 6.1.1

Misalkan kita mengambil secara acak seorang diantara mereka untuk dtugaskan mempublikasikan pentingnya didirikan industry-industri baru dikota tersebut. Perhatikan kejadian-kejadian berikut:

B : Yang terpilih laki-laki

M : Yang terpilih telah bekerja.

Dengan menggunakan ruang contoh yang dipersempit M,kita memperoleh:

$P(B \mid M)$=460/600 =23/30. Misalkan n(A) melembangkan banyaknya unsure dalam himpunan A . Dengan menggunakan notasi,dapat dituliskan : P (M).sedangkan dalam hal ini = P(M)dan P(M) dan dihitung dari ruang contoh S.maka didapat:P(E) dan P(M).sehingga (M=23/45:2/3=23/30

6.1.2 Contoh

Peluang suatu busway tepat waktu adalah P(D)=0,69, peluang berangkatan busway tiba di halte tepat pada waktunya adalah P(D A)=0,64. Hitung peluang bahwa suatu pesawat pada penerbangan itu

6.1.3 Contoh
Tiba di halte pada waktunya bila diketahui bahwa busway itu berngakt pada waktunnya,dan berangkat pada waktunya bila diketahui bahwa busway tiba pada waktunya.

Di Jawab:

Peluang bahwa pesawat mendarat pada waktunya bila diketahui bahwa peswat itu berangkat pada waktunya

$$P(A \mid D)=U=0,64/0,69=0,80$$
$$= 0,72$$

Kaidah penggandaan

Dengan menggandakan kedua sisi rumus peluang bersyarat : jadi,peluang terjadinya A dan B sekaligus sama dengan peluang A,digandakan dengan peluang terjadinya B bila A telah terjadi. Karena kejadian A B dan B A setara , maka berdasarkan hukum diatas ,dapat dituliskan : $P(A\ B)=P(B)=P(B)P(A \mid B)$.dengan kata lain,tidak jadi persoalan kejadian mana yang disebut A dan mana yang disebut B

6.1.4 Contoh

Kaidah penggadaan khusus

Bila kedua kejadian A dan B bebas,maka

$P(A\ B)=P\ (A)P(A)$

Maka,untuk menghitung peluang terjadinya dua kejadian bebas sekaligus,kita cukup menggandakan peluang kejadian masing-masing.

6.1.5 Contoh :

Sebuah kota jakartra memiliki sebuah motor besar ninja dan satu buah motor beat Honda Peluang motor besar ninja itu dapat dipakai pada saat diperlukan adalah 0,87 dan peluang motor beat Honda tersedia waktu diperlukan adalah 0,69. Dalam hal terjadi jika digunakan saat berkendara keduanya tersedia dan siap dipakai.

Jawab

Misalkan A dan B masing-masing menyatakan bahwa sebuah mobil kebakaran dan ambulance siap dipakai,jadi :

$P(A\ B)=P(A)P(B)$

$=(0,87).(0,69)$

$= 0,6003$

Kaidah penggadaan umum

Jika didalam suatu percobaan kejadian-kejadian $A_1,A_2....A^k$ dapat terjadi,jadi:

$P(A_1,A_3....A^k)$

$=P(A_1)P(A_2\ A_1)P(A_3 \mid A_1\ A_2)...P(A^k \mid A_1\ A_2...A^k\text{-}_1)$

Jika kejadian-kejadian $A_1,A_2,...A^k$bebas ,jadi :

$P(A_1A_2A_3....A^k)=P(A_1)P(A_2)....P(A^k)$

6.1.6 Contoh

Tiga kartu diambil berulang-ulang dan tanpa pembaikan.Tentukan peluang bahwa kartu yang terambil bahwa yang terambil terutama adalah ace merah,yang kedua sepuluh atau jack. Dan yang ketiga lebih besar 3 tapi lebih kurang dari 7.

Jawab

Yang pertama sekali kita harus bisa mendefenisikan kejadian tersebut:

A_1 : kartu utama adalah ace merah

A_2 : kartu kedua adalah sepuluh atau jack

A_3 : kartu ketiga lebih besar dari 3 dan kurang dari 7

Saat ini :

$P(A_1)=2/52$

$P(A_2 \mid A_1)=8/52$

$P(A_3 \mid A_1\ A_2=12/52$

Sehingga :

$P(A_1A_2A_3)=P(A_1)P(A_2 \mid A_1)P(A_3 \mid A_1A_2)$

$=(2/52)(8/52)(12/50)$

$=8/5525$

6.2 KEGIATAN PEMBELAJARAN 2. PENGERTIAN PERUBAHAN ACAK

Perubahan acak (Rondom Variabel) : sebuah keluaran nomor yang merupakan hasil dari pengujian (eksprimen).perubahan acak adalah suatu fungsi dari ruang misalnya kebilangan nyata,untuk setiap anggota dari dari ruang sampel pengujian,perubahan acak bisa mengambil satu nilai. Perubahan acak X adalah fungsi dari S ruang sampel kebilangan real R,X: S,R Perubahan acak dituliskan sebagai huruf kapital (X,Y,Z). Nilai-nilai tertentu yang merupakan keluaran pengujian dituliskan dengan huruf kecil (x,y,z)

6.2.1 Contoh

Menjawab soal pilihan ganda 2 kali

S={SS,SB,BS,BB}

X : perubahan acak banyaknya jawaban benar, maka X ={0,1,2}

6.2.1 Distribusi peluang

Distribusi peluang adalah table gambar atau persamaan yang mengambarkan atau mendeskripsikan nilai-nilai yang mungkin dari perubahan acak dan peluang yang sesuai (perubahan acak diskrit) atau kepadatan (perubahan acak kontinu)

Distribusi peluang

Peluang Diskrit dituliskan sebagai : $P(y)=P(Y=y)$

Kepadatan Kontinu dituliskan sebagai :$f(y)$

Fungsi Distribusi kumulatif :$F(y)=P(Y\leq y)$

Cumulative Distribution Funcation (CDF)

6.2.1.1 Distribusi peluang diskrit :

Dalam modul ini akan dibahas mengenai fungsi massa peluang atau probability (pmf) dan fungsi distribusi kumulatif atau comulative distribution function(cdf) dari distribusi peluang diskrit. Distribusi peluang diskrit adalah distribusi peluang terjadinya setiap nilai variabel random diskrit. Sedangkan variabel random diskrit artinya adalah variabel random yang memiliki nilai yang dapat dihitung. Setiap kemungkinan nilai dari fungsi variabel random diskrit selalu memiliki nilai yang tidak sama dengan no. memberikan peluang kepada tiap keluaran pengujian merupakan probabiiliy mass functions (PMF).

6.2.1.2 Distribusi Peluang Kontinyu

Memeberikan kepadatan (frekuensi) pada tiap assigns,peluang pada selang bisa didapatkan dengan mengintegralkan fungsi.

Distribusi Peluang Diskrit

Distribusi peluang diskrit adalah distribusi peluang terjadinya setiap nilai variabel random diskrit. Sedangkan variabel random diskrit artinya adalah variabel random yang memiliki nilai yang dapat dihitung. Misalkan X adalah variabel random diskrit, dimana fungsi peluangnya adalah
$P = (X = x) = f(x)$.
Fungsi peluang f(x) berlaku untuk semua nilai x yang mungkin, yaitu
$x1, x2, \ldots$, sehingga $P = (X = x) = f(x)$ dimana $i = 1,2, \ldots$ Untuk nilai selain x, fungsi peluangnya adalah 0. Distribusi peluang diskrit biasa disajikan dalam bentuk tabel.

Fungsi$f(x)$ sebut sebagai fungsi peluang apabila memenuhi dua syarat berikut.

1. $f(x) \geq 0$
2. $\sum_x f(x) = 1$untuk semua nilai x yang mungkin.

Setiap kemungkinan nilai dari fungsi variabel random diskrit selalu memiliki nilai yang tidak sama dengan Defenisi perubahan acak yang dapat mengambil nilai-nilai yang terbatas atau nilai yang tidak terbatas tapi dapat dicacah.Dalam kasus pelantun koin tiga kali,pengubah X yang menyatakan banyaknya H muncul akan memberikan peluang 3/8 untuk x = 2.untuk kasus pengambilan helm,peluang tidak satu pun pegawai mendapatkan helm yang benar,yakni m=0,adalah 2/6=1/3.kita mampu mebuat tabel berikut :

Nilai m menyatakan semua kasus yang mungkin terjadi,sehingga seluruh peluang akan berjumlah 1. Sering kali lebih cepat menyatakan semua kemungkinan pengubahan acak X kedalam formula.maka kita catatkan F(x) = P(X=x)misalnya F(3) =P(X=3)

Fungsi atau sebaran peluang dari perubahan acak X jika,untuk setiap hasil yang muncul X berlaku :

= F(X)≥

$= \sum x f(x)$

= P(X=x)=f(x)

6.2.2 Contoh

Tentukan sebaran peluang jumlah 3 koin logam jika dilantunkan.

Di Jawab

Andaikan X perubahan acak yang nilainya x merupakan jumlah mata dadu.maka x akan bernilai dari 3 sampai 6.sepasang dadu akan memiliki kombinasi muncul sebanyak 3.3 = 9 cara,masing-masing dengan peluang 1/9

6.2.2.Fungsi Sebarang Komulatif

Adalah sebaran kumulatif atau lebih sering disebut fungsi sebaran F dari perubahan acak Xdidefenisikan untuk semua bilangan nyata b,-∞ < b < ∞,dengan F(b) = P(X≤ b). beberapa sifat dari fungsi sebaran : F adalah fungsi yang kontinu dari kanan. Artinya,untuk setiap b dan setiap barisan yang menurun b, n ≥ 1,yang kovergen ke b,

Fungsi distribusi kumulatif variabel random diskrit X adalah $F = (x) = P(X \leq x)$ dimana $-\infty \leq x \leq \infty$Fungsi distribusi kumulatif $F(x)$ memiliki sifat-sifat sebagai berikut.

1. $F(xj) \leq F(xk)F(xj) \leq xk$

2. $\lim\limits_{x \to -\infty} F(x) = 0 \; dan \lim\limits_{x \to \infty} F(x) = 1$

3. $\lim\limits_{x \to 0^+} F(x+h) = F(x), untuk\ semua\ x$

Fungsi distribusi kumulatif $F(x)$ dapat diperoleh melalui fungsi peluangnya, yaitu

$$F(x) \begin{cases} 0 & -\infty \leq x < 1 \\ f(x1) & x1 \leq x < x2 \\ f(x1) + f(x2) & x2 \leq x < x3 \\ f(x1) + f(x2) + \cdots + & xn \leq x < \infty \end{cases}$$

Sebuah uang logam memiliki sisi gambar (G)dan sisi angka (A)yang sembang , misalkan X adalah banyaknya sisi A yang muncul apabila uang logan tersebut silempar sbanyak 2 kali. Tentukan fungsi peluang yang sesuai dengan varabel random X !

Ada 4a kemungkinan yang akan diperoleh dari lemparan logam sebanyak 2 kali , ke 4 tersebut dapat kita buat dalam bentuk table ruang sampel S={GG,GA,AG,AA} nukai-nlai variable random X berdasarka rauang sampel tersebut adalah 0,1,2

Titik sampel	GG	GA	AG	AA
X	0	1	1	2

Tabel 6.2.1

Nilai fungsi peluang

$$f(x) untik\ x = 0,1,2, adalah\ f(0) = \frac{1}{4}\ f(1)\frac{1}{2}\ f(2) = \frac{1}{2}$$

Nilai untuk selain x adalah 0. Table fungsi distribusi peluangnya adalah sebagai berikut ini :

X	0	1	2
$f(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	

Tabel6.2.2

6.3.KEGIATAN PEMBELAJARAN 3. DISTRIBUSI PELUANG KOTINYU ADALAH KERAPATAN PELUANG (KONTINYU)

Tinjau sebaran tinggi badan dari orang berumur 21 tahun .antar sebarang dua nila,contohnya;163.5-164.5,terdapat tak hingga macam tinggi badan. Perubahan acak kontinyu memiliki peluang nol untuk suatu nilai eksak dari perubah acak ini. P (a< X≤ b) = P(a <X<b)+P(x=b) =P(a<X<b)+0.jadi,tidak ada bedanya mengikutkan titik ujung dalam perhitungan ini atau pun tidak. Perubah acak kontinyu tidak dapat ditampilkan secara tabular,namun bisa diwujudkan dalam rumus.perubah acak kontinyu diwujudkan dalam suatu fungsi rapat peluangf(x)

6.3.1 Fungsi rapat peluang kontinyu

Suatu fungsi rapat peluang dibentuk sedemikian hingga integrasi daerah dibawah kurva keseluruhan X memberikan luas sebesar satu.penentuan nilai peluang dalam rentang prubah acak antara a dan b.

fungsi rapat peluang kontinyu,suatu fungsi f(x)adalah fungsi rapat peluang untuk perubah acak kontinyu X yang didefenisikan keseluruh himpunan bilangan rill R,maka

a) F(x)≥0untuk semua x∈ R
b) $\int \infty - \infty$ f(x)dx=1
c) p (a <X< b)=$\int baf(x)dx$

6.3.1 contoh ;

andaikan perubah acak X memiliki fungsi rapat peluang : f(x)=x2/3;-1<x<2 dan f(x) = selain 0 itu.Tentukan

a.kondisi-kondisi pada contoh soal sebelumnya:

b.Tentukan P(0 <X≤1)

jawab

a.$\int \infty - \infty f(x)dx$=$\int$ 2-1$(x2/3)dx \;=\; x3/9\,\big|\,2-1 \;=$ $(1/9) \;= 12)$

b.$P(0 < X \leq 1) \;=\; \int 10\,(x2/3)dx \;=\; x3/9\,\big|\,10 \;= 1/9$

6.3.1.1 Sebaran Peluang Kumulatif Kontinyu

sebaran peluang kumulatif F(x) dari suatu perubah acak kontinyu X dengan fungsi kerapatan f(x) diberikan oleh. Ada dua hasil langsung dari Def,yaitu:

a. $P(b < X < a) \;=\; F(a) - F(b)$
b. $F(x) \;= dF(x)/dx$

6.3.2 Contoh

Untuk fungsi pada contoh sebelumnya ,tentukan $F(x)$dan gunakan untuk menghitung $P(0 < X \leq\; 2$.

Jawab :

$P(0 < X \leq 1) \;= F(1) - F(0) = (2/9) - (1/9) \;=\; 1/9$

6.4 KEGIATAN PEMBELAJARAN 4. DISTRIBUSI EMPIRIS

6.4.1.sebaran frekuensi relative

dalam percobaan,seringkali fungsi rapat peluang f(x) untuk peubah acak kontinyu X tidak diketahui. Pemilih f(x) harus mempertimbangkan setiap informasi yang tersedia dari data. Tinjau sebaran frekuensi relative dari 40 buah umur batere mobil .pabrik menjamin adalah 3 tahun. Andaikan diambil 7 kelas, dengan demikian besar interval adalah (max-min)/ kelas =(4.7-1.6)/7=0.443.Tabel Sebelumnya menunjukan sebaran frekuensi relatifnya.

Bentuk kurva : lingkaran,hiperbola,elips,parabola

$F(x) = ax2 + cx + b$, untuk a,b,c tertentukan.

Banyak fungsi kerapatan peluang yang dapat dinyatakan dalam kurva berbentuk lonceng (Gaussian).

Sebaaran bersifat simetrik (setengkup) atau tak smetrik((skewed)

6.4.2. sebaran kumulaitf

berdasarkan tabel, kalian bisa bisa membentuk sebaran frekuensi kumulatif dari umur batere, seperti pada tabel dan estensi $F(x)$.

6.4.3 Distribusi Peluang Gabungan

Jika X dan Y adalah dua peubah acak diskrit maka fungsi yang dinyatakan dengan $p(x, y) = P(X = y\ Y = y)$ untuk setiap pasangan nilai (x,y) dalam daerah hasil dari X dan Y yang biasanya dinamakan dengan fungsi peluang gabungan

6.4.3.1.peluang gabungan diskrit

seandainya dimensi ruang cuplikan lebih dari satu,misanya hasil pengukuran dua besar A dan V yang dinyatakan sebagai sebebaran peluang gabungan

Fungsi $f(x, y)$ adalah fungsi peluang gabungan dari dua perubahan diskrit X dan Y maka:

1. $\mathrm{F}(\mathrm{x}, \mathrm{y}) \geq 0$ untuk seluruhnya
2. $\sum x \sum y\, f(x, y) = 1$

$\mathrm{P}[(\mathrm{X}, \mathrm{Y}) € \mathrm{A}] = \sum\sum_1 \mathrm{f}(\mathrm{x}, \mathrm{y})$ untuk sebarang daera A dalam bidang xy

6.4.3.1.1Contoh

Suatu boks berisi tiga refill(tinta isian) berwarna biru,dua refill berwarna hitam,dan tiga berwarna coklat,dan Y jumlah refill hitam,tentukan :

1.fungsi peluang gabungan f(x,y)

2.P[(X,Y)€A],dimana A adalah daerah {(x,y)│x+y≤ 1}

Penyelesaian:

Pasangan(x, y) yang akan mucul adalah (0,0), (0,1), (1,0), (1,1), (0,2), dan (2,0). Tinjau *f*(0,1) meyatakan peluang terpilihnya refill hitam dan coklat (karena refill biru nol). Jumlah total kombinasi terpilihnya dua refill delapan buah refill yang ada dalam boks adalah C(8,2) = 8!(6)(2!) = 8.7/2=28.cacah

Kombinasi terpilihnya satu dari dua refill berwarna hitam dan satu dari tiga refill coklat ialah C(2,1),C(3,1)= 2.(3!/2!)=6.dengan demikian f(0,1) =6/28 =3/34. Dengan pengerjaan yang sama, hasil f(x,y) untuk semua rentang hasil diskrit x dan y yang mungkin dapat dipastikan. Hasilnya ditampilkan pada tabel 2.4 berikut ini .sebaran peluang gabungan.

P[(X,Y)€A]=P(X+Y≤1)

= f(0,0) + f(0,1) +f(1,0)

= 3/28 + 3/14 + 9/28

6.4.3.2. peluang gabungan kontinyu

Suatu fungsi f(x,y) adalah fungsi kerapatan gabungan dari peubah acak kontinyu X dan Y

1. f(x,y)≥0 untuk semua (x,y)
2. $\iint -\infty\infty$f(x,y) dx dy =1
3. P[(X,Y)€A]=$\iint A$f(x,y)dx dy

6.4.3.2.1 Contohnya:

Tinjauan fungsi rapat peluang berikut

1. Periksa kondisi dibawah ini.
2. Tentukan $P[(X,Y)€A]$ dimana A adalah daerah $\{(x,y) \mid 0 < x < 1, 1/4 < y < 1/2\}$

6.4.3.3 Sebaran peluang marijinal

Distribusi marjinal (pias) dari X sendiri Y sendiri didefinisikan sebagai
$g(x) = (x,y)\ dan\ h(y)$
$= (x,y)\ untuk\ hal\ diskrit$
$g(x) = (x,y)\ dy\ dan\ hy$
Jika f(x,y) adalah sebaran gabungan dari peubah acak X dan Y,jadi sebaran peluang untuk masing-masing peubah acak X dan Y (sebaran marjinal) adalah Fungsi g(x) dan h(y) disebut sebagai sebaran marijinal dari X dan Y .Bahwa masing-masing benar berupa sebaran dapat diperiksa berdasarkan dengan contoh soal dan pembahasan ,sebagai contoh,untuk khusus kontinyu
pabila kita mempunyai distribusi gabungan dari dua peubah X dan Y (bisa diskritsemua atau k!ntinu semua), maka kita dapat menentukan distribusi untuk

masing-masing peubah Jadi kita dapat menentukan distribusi dari peubah a-ak X dan distribusi dari peubah Y. "istribusi yang diper!leh itu dinamakan *distribusi marginal*

6.4.3.4 Sebaran peluang bersyarat

Ingat kembali pada definisi bersyarat

$$P(B/A) = P(A \cap B)/P(A), \qquad P(A) > 0$$

Jika A dan B aalah peristiwa yang dimana $X = x, Y = y$

$P(Y = y \mid X = x = P(X = X = x, Y = y) \,/\, P(X = x)$

$= f(x,y)/g(x) \qquad g(x) > 0$

Untuk peubah diskrit X dan Y

Dapat dibuktikan dengan fungsi $f(x,y)/g(x)$ dan telah memenuhi syarat sebagai sebaran peluang dan dapat dinyatakan sebagai $f(\,y \mid x\,)$ yaitu sebagai berikut:

$f(\,y \mid x\,) = f(x,y)/g(x) \qquad g(x) > 0$

Dari pembuktian diatas itu dapat dinyatakan sebagai sebaran bersyarat yang mana dari perubahan diskrit Y dinyatakan dengan X=x dengan cara yang sama, sebaran bersyarat $f(\,y \mid x\,)$ dimana perubahan didapat dari perubahan acak X jika diberikan Y=y dan dapat dituliskan sebagai $f(\,y \mid x\,) = f(x,y)/h(x) \qquad h(x) > 0$

6.4.3.4.1 Sebaran besyarat kontinyu,

samahalnya dengan *sebaran rapat peluang bersyarat* dari peubah acak *kontinyu X*, jika diberikan *Y*=*y* adalah

$$F(\,y \mid x\,) = f(x,y)/h(x) \qquad h(x) > 0$$

Dan sedangakan sebaran rapat peluang bersyarat untuk peubah acak kontinyu *Y*, diberikan *X*=*x*, adalah

$$f(\, y \mid x\,) = \; f(x,y)/g(x) \qquad g(x) > 0$$

Peluang dari peubah acak kontinyui X yang terletak antara $a$dan , $b$jika diketahui *Y*=*y*,

$$P(\, a < X < b \mid Y = y\,) = \int abf(\, x \mid y\,)dx$$

Dik:$(x), h(y), f(\, x \mid y\,)dan\; P(1 \,/\, 4 < X < 1 \,/\, 2 \mid Y = 1 \,/\, 3)$

Jawab

ini memperlihatkan peluang bersyarat f (x | y) tidak bergantung pada y. Untuk kasus demikian, dapat ditunjukkan bahwa

Bukti : substitusikan f(x,y) = f(x|y) h(y) kesebaran marjinal dari X, yakni. Karena f (x | y) tdk bergatung y, maka peluang bersyarat ini bias dikeluarkan dari integral. Akibatnya. Oleh karena itu. Hasil ini dirangkum dalam definisi berikut :

6.4.3.4.2 Kebebasan Statistik

Contoh. Tentukan $(x), h(y), f(x|y), danP(1/4 < X < 1/2|Y = 1/3)$

Jawab:

Berdasarkan contoh kita peroleh

Maka :

Contoh ini memperlihatkan peluang bersyarat $f\ (\ x\ |\ y\ )$ tidak bergantung pada y. Untuk kasus demikian, dapat ditunjukkan bahwa

Bukti : substitusikan $f(x, y)\ =\ f(x|y)\ h(y)$ kesebaran marjinal dari X, yakni : Karena $f\ (\ x\ |\ y\ )$ tdk bergatung y, maka peluang bersyarat ini bias dikeluarkan dari integral.

Hasil ini dirangkum dalam definisi berikut :

Misalkan x dan y peubah menjadi acak,dibagian diskret ataupun kontinya. Dengan sebaran dengan peluang gabungan $f(x, y)$ dan sebaran marjinal $g(x)$ dan $h(y)$ peubah acak x dan y dinyatakan bebas secara statistic, jika dan hanya jika,

$f(x, y) = g(x). h(y)$ untuk semua nilai (x, y)

peubah acak kontinyu terdapat pada contoh yang di atas adalah bebas secara statistic sedangak pada contoh soal sebelumnya peubah acak kontinyu tidak bebas statistic.

Contoh :

$f(0,1) = 3\ /\ 14$

$g(0) = \sum 2y = 0f(0, y) = 3/28 + 3/14 + 1/28 = 5/14$

$h(1) = \sum 2x = 0f(0,1) = 3/14 + 3/14 + 0 = 3/7$

pada contoh pembuktian diatas bahwa $f(0,1) \neq g(0). h(1)$,

dengan demikian x dan$y$ dalam contoh sebelumnya tidak bersifat bebas secara statistic.

Generalisasi ke n- buah peubah acak, dari hasil-hasil yang telah didapat dari 2-buah peubah acak dapat di- *Generalisasi* ken-buah peubah acak.lihat peluang fungsi bersama $f(x1, x2, \dots, xn)$ dari peubah acak $X1, X2, \ldots Xn$ sebaran marjinal untuk $x1$ didapat dari:

Sebaran marjin gabungan $\emptyset(x1, x2)$

Sebaran gabungan bersyarat $X1, X2, X3$ diberi $X4 = x4, X5 = x5, \ldots Xn = xn$ adalah *Generalisasi* kebebasan statistic.

misalkan $X1, X2, \ldots, Xn$ adalah n-buah peubah acak, diskrit atau kontinyu dengan keterangan seperti dibawah ini:

sebaran peluang bersama : $f(x1, x2, \ldots, xn)$

sebaran marjinal : $f1(x1), f2(x2), \ldots., fn(xn)$

peubah acah : $X1, X2, \ldots, Xn$

dinyatakan aling bebas secara statistic jika dan hanya jika, $f(x1, x2, \ldots, xn) = f1(x1). f2(x2). \ldots. fn(xn)$.

contoh :

misalkan ($X1, X2$, dan $X3$) tiga peubah acak yang saling babas secara statistic dan misalkan masing-masing mempunyai fungsi rapat peluang : $f(x) = e$-x, $x > 0 = 0$ dan kemudian

tentukan $P(X1 < 2{,}1 < X2 < 3, X3 > 2)$

dijawab :

fungsi rapat peluang bersama dari $X1, X2$, dan $X3$ adalah

$f(x1, x2, x3) = f(x1)f(x2)f(x3)$

$= e - xl\, e - x2\, e - x3$

= exp(-$x1$-$x2$-$x3$), $x1 > 0, x2 > 0\ x3 > 0$

Jadi $P(X1 < 2{,}1 < X2 < 3, X3 > 2) = \int 2\infty \int 13 \int 02\ exp$ (-$x1$-$x2$-$x3$) $dxl\ dx2\ dx3 =$ (1-e2)(e-1-e-3) e-2 =0,037

6.4.C.1 Contoh beragam :

a. Tentukan rumus distribusi peluang banyaknya sisi gambar bila sebuah uang logam dilempar 3 kali, buatlah table tersebut!

   Dijawab :

   Pelemparan 1 mata uang 3x banyaknya titik sampel $= 2^3 = 8$

   S=(AAA,AAG,AGG,GGG,AGA,GAG,GAA,GGA)

   Banyaknya muncul sisi gambar adalah :

   Untuk x=0,1,2,3

   Table distribusi peluang.

b. Sebuah dadu dilemparkan 2x.
   Dijawab :
   Misalkan :x= jumlah titik dadu dalam kedua lemparan itu, maka x=2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12
   Table distribusi probalitas x
   a. $P(x > 8) = P(x = 9) + P(x = 10) + P(x = 11) + P(x = 12)$
   b. $P(4 < x < 7) = P(x = 5) + P(x = 6)$

c. Sebuah toko menjual 15 radio secara obral, diantara radio tersebut ada 5 yang rusak. Jika seorang calon pembeli melakukan tes 3 radio yang dipilih secara random.
   Tulislah distribusi probalitas $x =$ banyaknya radio yang rusak didalam sampel tersebut dan buatlah tabelnya!
   Dijawab :
   Table distribusi probalitasnya:

Harga x	
Probalitas x	0 1 2 3

Tabel 7.4.1

d. Fungsi kerapatan gabungan dari perubahan acak $X\ dan\ Y$ dinyatakan seperti berikut :
   Dijawab :
   Suatu pengiriman 8 komputer yang sama ke suatu toko mengandung 3 yang cacat. jika suatu sekolah membeli 2 cari distribusi peluang banyak yang cacat .misalkan X peubah acak dengan nilai x kemungkinan banyaknya computer yang cacat yang akan dibeli oleh sekolah

$$F(0) = P(X = 0) = \cdots = 10 / 28$$
$$F(1) = P(X = 1) = \cdots = 15/28$$
$$f(1) = P(X = 2) = \cdots = 2/28$$

Jadi distribusi peluang X

X	0	1	2
f(x)	10⁄28	15⁄28	3⁄28

Tabel 7.4.2

Hitunglah distribusi komulatif peubah acak X dalam contoh soal

e. Dengan menggunakan F(x), buktikanlh bahwa $f(20 = 3/28$
   Dijawab :
   Menghitung secara langsung distribusi peluang pada contoh tersebut diperoleh:
   $f(0) = 1/16, f(1) = 1/14, f(2) = 3/8,$
   $f(3) = 1/4\ f(4) = 1 / 16$
   Maka :
   $F(0) = f(0) = 1 / 16$
   $F(0) = f(0) = f(1) = 5 / 16$
   $F(0) = f(0) = f(1) + f(2) = 11 / 16$
   $F(0) = f(0) = f(1) + f(2) + f(3) = 15 / 16$
   $F(0) = f(0) = f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = 1$
   $f(2) = F(2) - F(1) = 11/16 - 5/16 = 3 / 8$

f. Jika gelak suhu reaksi dalam ℃, yang dilakukan pencobaan dilaboratorium yang terkontrol merupakam peubah acak X yang memiliki fungsi padat peluang adalah sebagai berikut:

$f(x) = x2/3,$ untuk $-1 < x < 2$
0 untuk x $lainnya$
Pembuktian :
Hitung $P(0 < x1)$
Dijawab :
$x2/3\,dx = x3/9 \;\; = 8/9 + 1/9 = 1$
$P(0 < x \leq 1) \quad = \; x2/3\,dx = x3/9 = 1/9$

g. Carilah $F(x)$ dari fungsi pada contoh soal dan kemudian hitunglah $P(0 < X \leq 1)$
Dijawab:
Untuk -1$< x < 2$,
$F(x) = t^2/3 \; dt = t^3/9 = \; x^3 + 1 + 9$
Maka :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq -1 \\ \dfrac{x^3 + 1}{9} & -1 \geq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

$P = (0 < X \leq 1) = F(0) = 2/9 - 1\,/\,9$

h. 4 isi lilin diambil secara acak, didalamnya
3 = kuning
4 = biru
6 = putih
Jika X dinyatakan sebagai banyaknya yang berwarna biru dan Y warna merah.
Hitunglah fungsi peluang gabungan
$f = (x, y)\; P[(X, Y) \in A]$ dan $A\; daerah$ $\{\,(x, y)[x + y \leq 1\}$
Dijawab :
Pasangan dari nilai (x,y)= $(0,0), (1,0), (1,1), (0,2), (2,0)$ sekarang f(0,1), dan menyatakan peluang warna yang terpilih (kuning,biru),banyaknya cara peluang yang mungkin sama untuk terpilih 2 isi dari dan cara memilih 2 biru dari 4 isi dari warna yang terpilih kuning,biru dan putih dari isi berwarna hijau =12, maka $f(0,1) = 12/81 = {}^{3}/_{9}$.
Dengan mengunakan cara yang sama kita dapat menghitung peluang untuk khasus lainnya, terdapat pada table berikut:

$$F(x, y) = \qquad \begin{array}{c} x = 0,1,2; \\ y = 0,1,2; \\ 0 \quad x + y \quad 2 \\ \leq \quad \geq \end{array}$$

$F(x, y)$		x						Jumlah barus
		0	1	2				
Y	0							
	1							
	2							
Jum.lajur								

Tabel 7.4.3

$$P[(X, Y) \in A] = P(X + Y \leq 1)$$
$$= f(0,0) + f(0,1) + f(1,0)$$
$$=$$
$$=$$

i. Dalam sebuah kotak terdapat 4 bola merah dan 2 bola putih. Jika diambil 2 bola satu per satu tanpa dikembalikan, tentukan peluang bola yang terambil itu berturut-turut bola merah dan putih..
   Dijawab:
   Misalkan: A=kejadian terambil bolah merah
   B= kejadian terambil bola putih
   Jumblah sebelumnya 4 merah +2 putih=6 bola
   Maka : peluang untuk terambil 1 bola merah pada pengambilan pertama → $P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ jumblah sebelum pengambilan :3 merah+2 putih = 5 bola peluang terambilnya 1 bola putih sebelumnya denhgan syarat bola putih sudah diambil ditulis $P(BIA) = \frac{2}{5}$ jadi peluang terambil berturut-turut bola merah dengan putih adalah $P(A \cap B) = P(A). P(B \mid A) = \frac{2}{3}.\frac{2}{5} = \frac{4}{15}$

KEGIATAN PEMBELAJARAN 6. RANGKUMAN

- Peluang bersyarat adalah peluang terjadinya kejadian A bila diketahui bahwa suatu kejadian B telah terjadi. Peluang bersyarat dilambangkan dengan $p(A \mid B). P(A \mid B)$ dibaca "peluang terjadinya A bila B telah terjadi" atau "peluang A,bila AB diketahui

  $(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, dengan\ P(B) \neq 0$

  Sifat-sifat $0 \leq P(A \mid B) \leq 1 ==> 0 \leq P(A \cap B) \leq P(B)$

1. Jika $A \leq B$ maka $A \cap B = A$ sehingga $P(A \mid B) = P(A)/P(B)$
2. Jika $B \leq A$ maka $A \cap B = B$ sehingga $P(A \mid B) = 1$

- Perubahan acak (Rondom Variabel) : sebuah keluaran nomor yang merupakan hasil dari pengujian (eksprimen).dan dapat dibunkikan dengan mengunakan tabel
- . Perubahan acak kontinyu memiliki peluang nol untuk suatu nilai eksak dari perubah acak ini. P (a< X≤ b) = P(a <X<b)+P(x=b) =P(a<X<b)+0.jadi,tidak ada bedanya mengikutkan titik ujung dalam perhitungan ini atau pun tidak. Perubah acak kontinyu tidak dapat ditampilkan secara tabular,namun bisa diwujudkan dalam rumus.perubah acak kontinyu diwujudkan dalam suatu fungsi rapat peluangf(x)
- Fungsi distribusi peluang gabungan untuk dua peubah acak X dan Y adalah $F(a, b) = P(x\ a, Y\ \ b)$

  =(x,y) untuk data diskrit

  =(x,y) dy dx untuk data

  , kontinu

  Sifat-sifat fungsi distribusi peluang gabungan

  1. f(-)=0,f ( )=1
  2. fx(a) =
  3. P
- Distribusi marjin dari x dan y adalah g(x)= dan h(y)=untuk khusus diskrit dan g(x)= dan h(y) khusus kontinu Distribusi marjinal (pias) dari X sendiri Y sendiri

didefinisikan sebagai

$g(x) = \ (x, y)\ dan\ h(y)$

$= (x, y)\ untuk\ hal\ diskrit$

$g(x) = (x, y)\ dy\ dan\ hy$

- Jika X dan Y adalah dua peubah acak diskrit maka fungsi yang dinyatakan dengan $p(x, y) = P(X = y\ Y = y)$ untuk setiap pasangan nilai (x,y) dalam daerah hasil dari X dan Y yang biasanya dinamakan dengan fungsi peluang gabungan
- misalkan $X1, X2, \dots, Xn$ adalah n-buah peubah acak, diskrit atau kontinyu dengan keterangan seperti dibawah ini:

sebaran peluang bersama : $f(x1, x2, \dots, xn)$

sebaran marjinal : $f1(x1), f2(x2), \dots., fn(xn)$

peubah acah : $X1, X2, \dots, Xn$

dinyatakan aling bebas secara statistic jika dan hanya jika,

$$f(x1, x2, \dots, xn) = f1(x1). f2(x2). \dots. fn(xn).$$

KEGIATAN PEMBELAJARAN 6. Soal

1. Dari kota A ke kota B dapat dilalui 4 jalur, sedangkan dari kota B ke kota C dapat dilalui 2 jalur. Berapa jalur dapat dilalui dari kota A ke kota C melewati kota B?
2. Tentukan nilai n yang memenuhi $\frac{(n+1}{n-1}\ 26$
3. Hitunglah nilai dari $12P6$
4. Dari 12 orang akan dipilih 4 orang untuk menjadi pengurus asrama yang terdiri dari ketua, sekretaris dan bendahara. Tentukan banyaknya cara pemilihan yang mungkin.
5. Pada suatu rapat dihadiri oleh 24 orang yang duduk mengelilingi sebuah meja bundar. Berapa banyak susunan duduk yang dapat terjadi?
6. Dua buah uang logam dilempar undi sebanyak 38 kali. Berapakan frekuensi harapan muncul satu angka dan satu gambar?
7. 1 dadu dilempar undi sekali. Tentukan peluang muncul mata dadu genap atau prima.
8. 6 isi lilin diambilsecara acak, didalamnya
   4 = kuning
   6 = biru
   8 = putih
   Jika X dinyatakan sebagai banyaknya yang berwarna biru dan Y warna merah.
   Hitunglah fungsi peluang gabungan
   $f = (x, y)\ P[(X, Y) \in A]$ dan $A\ daerah \{\ (x, y)[x + y \leq 1\}$

9. Dalam sebuah plastic terdapat 8 kelereng merah dan 20 kelereng putih , jika di ambil kelereng keduanya secara

berturut-turut maka probalitasnya agar kelereng yang diambil yang pertama putih dan kedua juga putih ?

10. Jika sebuah dadu dilempar sebanyak 360 kali frekuensi harapan munculnya angka-angka prima adalah ?
11. isalkan $(X1, X2,$ dan $X3, X4, X5, X6)$ enam peubah acak yang saling babas secara statistic dan misalkan masing-masing mempunyai fungsi rapat peluang : $f(x) = e$-x, $x > 0 = 0$ dan kemudian
    tentukan $P(X1 < 2{,}1 < X2 < 3, X3 > 2)$

KEGIATAN PEMBELAJARAN 6. Soal

1. Dua buah dadu dilemparkan sekaligus. Tentukan peluang jumlah mata dadu sebanyak lebih dari 9 jika dadu pertama memunculkan sisi dengan 6 buah mata dadu.

Misalkan A = kejadian dadu pertama memunculkan sisi dengan 6 buah mata dadu dan B = kejadian muncul jumlah mata dadu sebanyak lebih dari 9.

2. Tiga buah uang logam dilemparkan sekaligus. Tentukan peluang munculnya tepat 2 buah sisi Gambar jika uang logam pertama memunculkan sisi Angka.

3. Di sebuah daerah, peluang bahwa suatu hari akan berawan adalah 0,4. Diketahui juga bahwa peluang suatu hari berawan dan hujan adalah 0,3. Jikalau hari ini berawan, berapakah peluang bahwa hari ini akan hujan?

4. Di sebuah kota, rasio (perbandingan) antara pria dan wanita adalah 6:4. Tiga puluh persen dari pria adalah vegetarian (hanya makan sayur). Berapakah prosentase dari penduduk kota itu yang merupakan pria vegetarian?

5.Peluang kakak nonton film kartun sendiri = 0 , 65, peluang adik nonton film kartun sendiri

= 0 , 8. Peluang kakak atau adik nonton film kartun = 0 , 9. Peluang kakak nonton film kartun jika adik telah nonton terlebih dahulu adalah .

6. 5 kartu diambil berulang-ulang dan tanpa pembaikan.Tentukan peluang bahwa kartu yang terambil bahwa yang terambil terutama adalah tigga merah,yang kedua delapan atau jack. Dan yang ketiga lebih besar 4 tapi lebih kurang dari 6.

7. Tentukan sebaran peluang jumlah 3 koin logam jika dilantunkan.sebanyak 2 kali pengulangan?

8. andaikan perubah acak X memiliki fungsi rapat peluang : f(x)=4/6;-2<x<3 dan f(x) = selain 0 itu.Tentukan

a.kondisi-kondisi pada contoh soal sebelumnya:

b.Tentukan P(0 <X≤1)

9. Suatu boks berisi tiga pensil warna (isi ulang) berwarna merah ,dua berwarna kuning ,dan tiga berwarna coklat,dan Y jumlah kuning,tentukan :

1.fungsi peluang gabungan f(x,y)

2.P[(X,Y)€A],dimana A adalah daerah {(x,y)┃x+y≤ 1}

10. buatlah table jika sebuah uang loga sebanyak 4 di lempar sebanyak 2 kali ? dan hitung lah peluang gambar yang sering muncul!

11. fungsi peluang gabungan dari X dan Y berbentuk :

$$p(x,y) - (\,)(x + y); x = 1,2,3$$

a. tentukan $p(x \mid y)$!

b. tentukan $p(y \mid x)$!

c. hitung $(x \mid y)$!

12. isalkan $(X1, X2$, dan $X3, X4, X5, X6, X7, X8)$ enam peubah acak yang saling babas secara statistic dan misalkan masing-masing mempunyai fungsi rapat peluang : $f(x) = e$-$x,\ x > 0 = 0$ dan kemudian
tentukan $P(X1 < 2{,}1 < X2 < 3, X3 > 2)$

MODUL 7

HIMPUNAN

Standar kompetensi	Uraian pencapaian
Memahami konsep himpuanan	1. Memahami pengertian materi himpunan 2. Mengerti materi himpunan 3. Menyelesaikan soal latihan himpunan 4. Menyelesaikan soaln diskusi kelompok materi himpunan

Pencapaian pembelajaran

1. Mampu memahami materi himpunan
2. Mampu mengerti defenisi himpunan
3. Mampu mengerti dan memahami konsep himpunan
4. Mampu menyelesaikan dan memecahkan materi himpunan
5. Mampu menyelesaikan dan memecahkan soal mandiri Pada materi himpunan

PETUNJUK PENGGUNAAN MODUL

Penyelesaian bagi mahasiswa/i

1. Bacalah modul ini dengan seksama mulai dari kata pengantar sampai dengan latihan soal, kemudian pahami seluruh materi yang terdapat di dalamnya.
2. Sselesaikan semua latihan soal yang terdapat dalam modul ini agar pemahaman anda berkembang dengan baik
3. Setiap mempelajari satu kompetensi, anda harus mulai dari menguasai pengertian-pengertian dalam uraian materi, melaksanakan tugas-tugas dan mengerjakan latihan soal
4. Dalam menyelesaikan soal, anda tidak di perkenankan berdiskusi dengan teman anda sebelum selesai mengerjakan latihan soal dan diskusi kelompok
5. Membahas hasil pekerjaan dengan teman sekelas dalam bentuk kelompok

MODUL 7

HIMPUNAN

7.1 KEGIATAN PEMBELAJARAN 1. PENGERTIAN

Dalam pengertian matematika, himpunan adalah kumpulan benda atau objek-objek atau lambang-lambang yang mempunyai arti yang dapat didefinisikan dengan jelas mana yang merupakan anggota himpunan dan mana bukan anggota himpunan. Semua koleksi benda-benda yang terdapat dalam himpunan diangkat sebagai satu kesatuan. Sekalipun hal ini menjadi salah satu ide yang sederhana, tidak salah jika himpunan menjadi konsep terpenting dan mendasar dalam matematika modern, oleh sebab itu studi mengenai struktur kemungkinan himpunan dan *teori* himpunan, sangatlah di butuhkan.Teori himpunana yang baru diterapkan pada akhir abad ke-19, sekarang menjadi bagian yang menyebar dalam dunia pendidikan matematika yang mulai dikenal bahkan sejak tingkat sekolah dasar. Teori ini menjadi bahasa untuk menjelaskan tentang matematika modern. Himpunan dapat dianggap suatu dasar yang membangun hampir seluruh aspek dari matematika dan juga menjadi sumber dari mana semua matematika di turunkan.

7.1.A Notasi Himpunan

Hubungan antara 8 buah set dengan menggunakan diagram venn biasanya, menjadi nama himpunan yang ditulis menggunanakan huruf besar misalnya *S, A* atau *B*, sedangkan dalam anggota himpunan ditulis dengan menggunakan huruf kecil (*a*,*c*, *z*). Cara penulisan ini umum di gunakan, tapi tidak membatasi bahwa setiap himpunan harus ditulis dengan cara seperti itu. Cara ini menunjukkan format dalam penulisan himpunan yang umum di gunakan. Himpunan-himpunan bilangan yang cukup dikenal seperti bilangan kompleks, rill, bulat, dan seterusnya dengan menggunakan notasi yang khusus, simbol-simbol khusus yang dipakai dalam teori himpunan.

Himpunan dapat di artikan dengan dua cara, yaitu:

1. Enumerasi adalah mendaftarkan semua anggota himpunan. Jika terlampau banyak tetapi mengikuti suatu pola tertentu, yang dapat digunakan elips.
2. Pembangunan himpunan, tidak dengan mendaftar tetapi dengan cara memaparkan sifat-sifat yang harus di penuhi oleh setiap anggota himpunan tersebut. Notasi pembangunan himpunan dapat menyebabkan berbagai paradoks,seperti himpunan berikut ini. Misalnya, himpunan A ada, berarti harus mengandung anggota yang bukan menjadi anggotanya. Namun jika bukan anggotanya, maka bagaimana mungkin A bisa menjadi anggota tersebut.

7.2 KEGIATAN PEMBELAJARAN 2. JENIS-JENIS HIMPUNAN

7.2 A Himpunan Kosong

Himpunan (mangga, anggur, pisang pepaya) memiliki anggota-anggota buah dalam suatu himpunan. Himpunan lain misanya (7, 8) mempunyai dua anggota himpunan yaitu bilangan 7 dan 8. Kita bisa mengartikannya suatu himpunan yang tidk mempunyai anggota apa pun. Himpunan ini di sebut suatu himpunan kosong. Himpunan kosong tidak memiliki anggota apa pun, di tulis dengan relasi antar himpunan.

Himpunan merupakan bagian dari suatu himpunan A misalnya mangga, anggur dapat dibuat hmpunan-himpunan lain yang anggotanya diambil dari himpunan tersebut.

1. (mangga, anggur)
2. (Pisang, pepaya)
3. (mangga, anggur, pepaya)

Dari ketiga himpunan diatas mempunyai sifat umum himpunan, yaitu setiap anggota dari himpunan itu juga merupakan anggota dari himpunan A. Himpunan-himpunan ini disebut sebagai himpunan bagian dari A jadi dapat di rumuskan: B adalah himpunan bagian dari A jika setiap anggota B juga terdapat dalam A.

Kalimat diatas benar untuk B himpunan kosong mka disebut sebagai sub himbunan dari A.

Untuk sembarang himpunan A, arti diatas juga mencakup kemungkinan bahwa himpunan bagian dari A, menjadi istilah sub himpunan dari A adalah A sendiri. Terkadang istilah ini juga digunakan untuk menyebut himpunan bagian dari A, tetapi bukan A sendiri. Pengertian mana yang biasanya digunakan jelas dari konteksnya. Himpunan sejati dari A menunjukkan pada himpunan bagian dari A, tetapi tidak mencakup A sendiri. Superhimpunan adalah himpunan yang lebih besar yang mencakup himpunan tersebut.

7.2.B Himpunan sama

Himpunan A dikatakan sama dengan himpunan B jika dan hanya jika keduanya mempunyai elemen yang sama. Dengan kata lain, A sama dengan B jika A adalah himpunan bagian dari B dan B adalah himpunan bagian dari A. Jika tidak demikian, maka kita katakan A tidak sama dengan B.

Notasi : $A = B \iff A \subseteq B$ dan $B \subseteq A$

7.2.C himpunan bagian

Himpunan A dikatakan himpunan bagian (subset) dari himpunan B jika dan hanya jika setiap elemen A merupakan elemen dari B. Dalam hal ini, B dikatakan superset dari A.

7.2.D Himpunan kuasa

Himpunan kuasa atau himpunan pangkat dari A yaitu himpunan yang terdiri dari seluruh himpunan bagian A, notasinya adalah:

Jika A= (mangga, anggur, pisang pepaya), maka:

(mangga), (anggur), (pisang), (pepaya) (mangga,anggur), (mannga, pisang), (mangga ,pepaya), (anggur,pisang), (anggur pepaya), (pisang pepaya)(mangga, anggur, pisang), (anggur,pisang, pepaya), (mangga,pisang,pepaya) (mangga,anggur, pisang,pepaya), merupakan banyak anggota yang terdapat dalam himpunan sebuah A adalah 2 pangkat banyak anggota A. sebuah himpunan akan disebut sebagai kelas, atau kumpulan dari himpunan jika himpunan tersebut terdiri dari himpunan-himpunan. Himpunan artinya suatu perkumpulan himpunan. Perhatikan bahwa untuk sembarang himpunan A, maka himpunan kuasanya yaitu perkumpulan dari himpunan.

7.2.E Kardinalitas

Kardinalitas dari suatu himpunan dapat di artikan sebuah ukuran banyaknya anggota yang di kandung oleh himpunan tersebut. Banyak anggota himpunan adalah 4, himpunan juga mempunyai anggota sebanyak 4. Berarti dari kedua himpunan itu disebut ekivalen satu sama lain atau disebut mempunyai kardinalitas yang sama. Dari dua himpunan A dan B mempunyai kardinalitas yang sama, jika terdapat fungsi korespondensi satu-satu yang memetakan A pada B, karena dengan mudah kita membentuk fungsi yang memetakan satu dan terhadap himpunan A ke B, untuk itu kedua himpunan tersebut mempunyai kardinalitas yang sama. Jika suatu himpunan ekivalen dari himpunan yaitu hmpunan bilangan asli, untuk itu himpunan dapat disebut denumerabel. Kardinalitas dari himpunan disebut dengan kardinalitas semua himpunan bilangan genap positif yang didefenisikan sebagai himpunan denumerabel, karena mempunyai korespondensi satu-satu antara himpunan tersebut dengan himpunan bilangan asli.

Himpunan berhingga ketika suatu himpunan mempunyai kardinalitas yang kurang dari kardinalitas maka himpunan tersebut disebut sebagai himpunan terhingga, Himpunan tercacah adalah tercacah jika himpunan berhingga atau denumerabel sedangkan himpuan himpunan nondenumerabel disebut himpunan yang tidak tercacah. Contoh dari himpunan ini adalah himpunan semua bilangan rill. Kardinalitas dari berbagai himpunan ini disebut sebuah kardinalitas, pembuktian nya ketika bilangan rill tidak denumerabel sehingga dapat menggunakan pembuktian diagonal. Himpunan bilangan rill dalam interval memiliki kardinalitas karena tertemukan korespondensi satu-satu dari himpunan tersebut dengan himpunan semua bilangan rill yang salah satu yaitu fungsi karakteristik. Fungsi karakteristik menjelaskan apakah suatu anggota terdapat dalam suatu himpunan atau tidak. Jika terdapat maka korespondensi nsatu-satu antara himpunan kuasa dan himpunan dari seluruh fungsi karakteristik dari *S*. Hal tersebut menyebabkan kita untuk menuliskan himpunan suatu barisan bilangan 0 dan 1, yang memperjelaskan ada tidaknya suatu anggota dalam himpunan tersebut.

7.2.F Representasi Biner

Jika konteks bilangannya yaitu suatu himpunan semesta *S*, maka setiap himpunan dari suatu *S*,bisa dituliskan dalam barisan angka 0n dan 1, atau disebut juga bentuk biner. Bilangan biner menggunakan angka 0 dan 1 pata sutu digitnya. Setiap anggota bit diikatkan dengan masing-masing anggota *S* sehingga nilai 1 dapat menunjukkan bahwa anggota tersebut ada, dan nilai 0 menunjukkan bahwa anggota tersebut tidak ada. Dengan kata lain, bit adalah fungsi karakteristik dari himpuan tersebut sebagai contoh jika himpunan *S* = (a,b,c,d,e,f,g,h,i), a = (a,c,e,g,i) dan B = (b,d,f,h) maka himpunan representasi biner yaitu:

S = (a,b,c,d,e,f,g,h,i) → 111111111

A = (a,c,e,f,g,i) → 1010110

B = (b,c,d,f,h) → 0111010

Cara menggunakan himpunan seperti ini sangat menguntungkan untuk melaksanakan operasi-operasi himpuna, seperti union (gabungan) interseksi (irisan), dan komplemen (pelengkap), karena kita dapat menngunakan operasi bit untuk melakukannya. Representasi himpunan dari bentu biner di pakai oleh kompiler-kompiler pascal atau delphi.

1. Operasi Dasar Gabungan

   Gabungan antara sebuah himpunan A dan B, yaitu dua himpunan atau lebih yang digabungkan bersama-sama. Operasi gabunga, A *U* B selaras dengan A atau B, dan anggota himpunanya yaitu semua anggota yang termasuk himpunan A ataupun B.

   Contoh

a. {1,2} *U* {1,2} = {1,2)
b. {1,2} *U* {2,3} = {1,2,3}
c. {Ani} *U* {Rini} = {Ani,Rini}

Beberapa dasar Gabungan :

a. A *U* B = B *U* A
b. A*U* (B *U* C) = (A *U* B) *U* C
c. A$\underline{C}$ (A *U B)*
d. A *U* A = A
e. A *U*∅ = A
f. A $\underline{C}$ B jika dan hanya jika A *U* B = B

2. Irisan

Irisan antara himpunan A dan B merupakan operasi irisan A ∩ B setara dengan A dan B. Irisan adalah himpunan baru yang beranggota terdiri dari anggota yang dimiliki bersama antara dua atau lebih himpunan yang saling berhubungan. Jika A ∩ B = ∅, maka A dan B dapat disebut disjoint (terpisah).

Contoh

a. {1,2} ∩ {1,2} = {1,2}
b. {1,2} ∩ {2,3}= {2}
c. {rudi,lina} ∩ {roma, lina} = {lina}
d. {rudi} ∩ {roma} = ∅

Beberapa sifat dari irisan:

a. A ∩ B = B ∩ A
b. A ∩ {B ∩ C} = {A ∩ B} ∩ C
c. A ∩ B $\underline{C}$ A
d. A ∩ ∅ = ∅
e. A *C* B jika dan hanya jika A

3. Ke-10 Koplemen

Komplemen B terhadap A, komplemen A terhadap U merupakan diferensi simetris himpunan A dan B. Operasi pelengkap A^C selaras dengan bukan A atau A.Operasi komplemen merupakan operasi yang anggotanya terdiri dari beberapa anggota di luar himpunan tersebut.

Contoh :

a. AC = {5, 6, 7, 8, 9, 10}

b. BC = {1, 4, 6, 8, 9, 10}

Beberapa sifat dasar komplemen:

1. A /B ≠ B / A untuk A ≠ B
2. A ∪ A = ∪
3. A ∩ A = ∅
4. (A)’ = A
5. A / A = ∅
6. ∪ = ∅ dan ∅’ = ∪
7. A/B A = A ∩ B

Ekstensi dari komplemen ialah deferensi dari simetris (pengurangan himpunan), jika di teraapkan untuk himpunan A dan B atau menghasilkan

contoh diferensi simetris antara:

- {7, 8, 9, 10} dan {9, 10, 11, 12} adalah {7, 8, 11, 12}.
- {Ana, Budi, Dedi, Felix} dan {Budi, Cici, Dedi, Ela} adalah {Ana, Cici, Ela, Felix}.

4. Hukum Himpunan
    1. Hukum komutatif
        - p ∩ q = q ∩ p
        - p ∪ q = q ∪ p
    2. Hukum Asosiatif

- $(p \cap q) \cap r = p \cap (q \cap r)$
- $(p \cup q) \cup r = p \cup (q \cup r)$

3. Hukum distributive
   - $P \cap (q \cup r) = (p \cap q) \cup (p \cap r)$
   - $p \cup (q \cap r) = (p \cup q) \cap (p \cup r)$
4. Hukum identitas
   - $P \cap S = P$
   - $P \cup \emptyset = P$
5. Hukum ikatan
   - $P \cap \emptyset = \emptyset$
   - $P \cup S = S$
6. Hukum negasi
   - $P \cap P' = \emptyset$
   - $P \cup P' = S$
7. Hukum negasi ganda
   - $(p') = p$
8. Hukum idempotent
   - $P \cap P = P$
   - $P \cup P = P$
9. Hukum De Morgan
   - $(p \cap q)' = p' \cup q'$
   - $(p \cup q)' = p' \cap q'$
10. Hukum penyerapan
    - $P \cap (p \cup q) = P$
    - $P \cup (p \cap q) = P$
11. Negasi *S* dan $\emptyset$
    - $S' = \emptyset$
    - $\emptyset' = S$

Contoh :

Di dalam sebuah ruangan terdapat 150 siswa yang baru lulus SMP Diketahui ada 75 siswa memilih untuk masuk

SMA dan 63 siswa memilih untuk masuk SMK sementara ada 32 siswa yang belum menentukan pilihannya. Lalu, berapakah banyaknya siswa yang hanya memilih untuk masuk SMA dan SMK saja?

Pembahasan:

Siswa yang memilih masuk SMA dan SMK adalah:

$n\{A \land B\} = (n\{A\} + n\{B\}) - (n\{S\} - n\{X\})$
$n\{A \land B\} = (75 + 63) - (150 - 32)$
$n\{A \land B\} = 138 - 118$
$n\{A \land B\} =$ 20 siswa
Siswa yang memilih masuk SMA saja = 75 – 20 = 55 orang
Siswa yang memilih masuk SMK saja = 63 – 20 = 43 orang

Cara penulisan Himpunan:

1) Nama himpunan pada huruf kapital
2) Anggota himpunan ditulis dalam kurung kurawal {}
3) Setiap anggota himpunan dipisahkan dengan tanda koma(,)
4) Anggota himpunan yang tidak terhingga ditulis dengan tanda tiga titik(...)
   Contoh A= {1,2,3,4,5...}

Ada tiga bagian yang menyatakan himpunan yaitu:

a. Deskripsi, dengan kata-kata
b. Tabulasi, dengan mendaftarkan semua anggota
c. Rule, dengan notasi pembentuk himpunan

A adalah himpunan bilangan cacah kurang dari 10

1) Deskriptif A = (bilangan cacah kurang dari 10)
2) Tabulasi A = (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)
3) Rule A = {x I x bilangan cacah kurang dari 10} atau Rule A = {x I x < 10, x bilangan cacah} kedua contoh dari Rule dibaca : A adalah himpunan anggota x, dimana x adalah bilangan cach kurang dari 10.

5. Anggota Himpunan

“$\in$” : anggota
“$\cancel{\in}$” : bukan anggota
Banyaknya anggota dapat ditulis dengan notasi n(A)

Contoh:

Di ketahui :

K = { x | 5 x 9, maka x ialah bilangan asli }.

L = { x | 7 x 13, maka x ialah bilangan cacah }.

Maka tentukanlah hasil dari K ∪ L ?

Jawaban nya :

K = { 5, 6, 7, 8, 9 }
L = { 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 }

Simbol (union atau gabungan) yang artinya ialah salah satu cara untuk menggabungkan anggota himpunan yang saling terkait.

K ∪ L = { 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 }

Jadi, hasil dari K ∪ L ialah = { 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 }

6. Macam-Macam Himpunan:

1) Himpunan semesta : semua nggota yang sedang dibicarakan
2) Himpunan kosong : himpunan yang tidak memiliki anggota, dinyatakan dalam {}∅
3) Himpunan bagian : anggota semua himpunan yang menjadi anggota himpunan lainnya.

   "⊂" : himpunan bagian

   "⊄: bukan himpunan bagian

   Contoh:

- A = Himpunan bilangan asli = { 1, 2, 3, 4, 5, … }
- C = Himpunan bilangan cacah= { 0, 1, 2, 3, 4, …. }
- P = Himpunan bilangan prima = { 2, 3, 5, 7, 11, …. }
- G = Himpunan bilangan genap = { 0, 2, 4, 6, 8, 10, ..}
- G = Himpunan bilangan ganjil
  = { 1, 3, 5, 7, 9, …. }
- T = Himpunan bilangan komposit (tersusun)
  = { 4, 6, 8, 9, 10, 12, …. }
- A = Himpunan tak hingga = { 1, 3, 5, 7, ….. }, (n)A = ∞ (jumlah anggota himpunan A adalah tak terhingga)
- B = Himpunan berhingga. { 1, 3, 5, 7 }, (n)A = 4 (jumlah anggota himpunan B adalah sebanyak 4
- K = Himpunan kosong = { himpunan bilangan prima antara 7 dan 9 }, K = { } (jumlah anggota himpunan K adalah tidak ada atau kosong)
- B = Himpunan bagian A = {2, 3, 5 } dan B = { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }
  Semua anggota himpuna A adalah merupakan anggota himpunan B. Sehingga dapat dikatakan bahwa; A bagian dari B, ditulis A c B atau B memuat A ditulis B ⊃ A

- S = Himpunan semesta, Bila A = { 2, 4, 6, 8, 10 }, maka beberpa himpunan semesta pembicaraan yang mungkin untuk A adalah;
  S={bilangan asli}
  S = { bilangan cacah }
  S = { bilangan kelipatan 2 }

Cara menjumlahkan total himpunan bagian, yaitu total himpunan bagian A = $2^{n(A)}$ dimana n(A) = merupakan banyaknya anggota himpunan A; cara menghitung jumlah bagian dengan anggota metode rumus. Jika A = $2^{n(A)}$, maka jumlah himpunan bagian A yang memiliki k anggota = m! (m-k) x k! Dimana simbol "!" merupakan faktorial. Contoh 8! = 8.7.6.5.4.3.2.1 = 40,320 (dilakukan dengan perkalian mundur samapai satu-satu)

7. Metode Segitiga Pascal
   satu anggota himpunan → {} n(A} = 0 1 1, Anggota himpunan → {a} n(A) = 1121, Anggota himpunan → {a,b} n(A) =34141, Anggota himpunan → {a,b,c} n (A) = 324542, Anggota {a,b,c,d} n (A) = 516111261. Anggota himpunan → {a,b,c,d} n(A) = 6, misalnya n(A) = 6 akan terdiri dari yaitu{a,b,c,d,e,f}:

- 1→ k = 0 himpunan kosong {0}
- 6 → k = 1 anggota himpunan {a,b,c,d,e,f}
- 15→ k = 2 anggota himpunan : {a,b}, {a,c}, {a,d}, {a,e}, {a,f}, {b,c}, {b,d}, {b,e}, {b,f}, {c,d}, {c,e}, {c,f}, {d,e},{d,f}, {e,f}
- 16→ k = 3 anggota himpunan: {a,b,c}, {a,b,d}, {a,b,e}, {a,b,f] {a,c,d}, {a,c,e}, {a,c,f}, {a,d,e},

{a,d,f}, {a,e,f}, {b,c,d}, {b,c,e} {b,c,f}, {c,d,e}, {c,d,f}, {d,e,f}

- 9→ k = 4 anggota himpunan: {a,b,c,d}, {a,b,c,e}, {a,b,c,f} {a,c,d,e}, {a,c,d,f}, {a,d,e,f},{b,c,d,e} {b,c,d,f}, {c,d,e,f}
- 1→ k = 6 anggota himpunan: {a,b,c,d,e,f}

Dengan total himpunan n(A) = 6 ialah
1+6+15+16+9+1 = 48

Contoh

A = (6 adalah huruf pertama) = (a,b,c,d,e,f) → n(A) =6

Total himpunan bagian A = 2^6 = 64

satu anggota himpunan → {} n(A} = 0 1 1, Anggota himpunan → {a} n(A) = 1121, Anggota himpunan → {a,b} n(A) =34141, Anggota himpunan → {a,b,c} n (A) = 324542, Anggota {a,b,c,d} n (A) = 516111261. Anggota himpunan → {a,b,c,d} n(A) = 6

baris n(A) = 6, terdiri dari beberapa:

- 1→ k = 0 himpunan kosong {0}
- 6 → k = 1 anggota himpunan {a,b,c,d,e,f}
- 15→ k = 2 anggota himpunan : {a,b}, {a,c}, {a,d}, {a,e}, {a,f}, {b,c}, {b,d}, {b,e}, {b,f}, {c,d}, {c,e}, {c,f}, {d,e},{d,f}, {e,f}
- 16→ k = 3 anggota himpunan: {a,b,c}, {a,b,d}, {a,b,e}, {a,b,f] {a,c,d}, {a,c,e}, {a,c,f}, {a,d,e}, {a,d,f}, {a,e,f}, {b,c,d}, {b,c,e} {b,c,f}, {c,d,e}, {c,d,f}, {d,e,f}
- 9→ k = 4 anggota himpunan: {a,b,c,d}, {a,b,c,e}, {a,b,c,f} {a,c,d,e}, {a,c,d,f}, {a,d,e,f},{b,c,d,e} {b,c,d,f}, {c,d,e,f}

- 1→ k = 6 anggota himpunan: {a,b,c,d,e,f}

- 1→ k = 0 himpunan kosong {0}
- 6 → k = 1 anggota himpunan {a,b,c,d,e,f}
- 15→ k = 2 anggota himpunan : {a,b}, {a,c}, {a,d}, {a,e}, {a,f}, {b,c}, {b,d}, {b,e}, {b,f}, {c,d}, {c,e}, {c,f}, {d,e},{d,f}, {e,f}
- 16→ k = 3 anggota himpunan: {a,b,c}, {a,b,d}, {a,b,e}, {a,b,f] {a,c,d}, {a,c,e}, {a,c,f}, {a,d,e}, {a,d,f}, {a,e,f}, {b,c,d}, {b,c,e} {b,c,f}, {c,d,e}, {c,d,f}, {d,e,f}
- 9→ k = 4 anggota himpunan: {a,b,c,d}, {a,b,c,e}, {a,b,c,f} {a,c,d,e}, {a,c,d,f}, {a,d,e,f},{b,c,d,e} {b,c,d,f}, {c,d,e,f}
- 1→ k = 6 anggota himpunan: {a,b,c,d,e,f}

8. Diagram Venn

   Diangram venn bisa di pergunakan untuk menyatakan hubundan dari operasi-operasi antar dua himpunan atau lebih antara lain:

   a. Aturan Diagram venn

      Himpunan semesta (S) di tulikan dengan persegi panjang san lambang *S* diterapkan di pojok kiri atas. Disetiap himpunan bagian atas dapat dituliskan dengan lingkaran dan nama himpunan tersebut dapat di tulis di dekat lingkaran himpunan tersebut. Setiap anggota himpunan dapat di tunjukkan dengan noktah(*) dan nama anggota ditulis di dekat noktah tersebut.

      Contoh :

- S = {bilangan Asli kurang dari 12) = {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11}
- A = (bilangan asli ganjil kurang dari12) = {1,3,5,7,9,11}
- B = (bilangan asli genap kurang dari12) = {2,4,6,8,10}

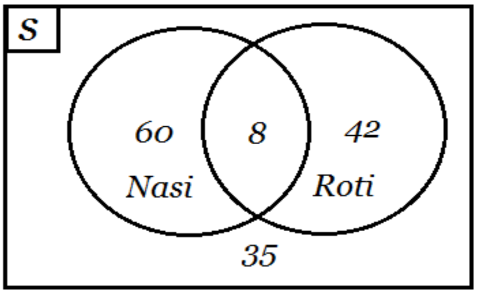
Keterangan :
A dan B saling melepaskan karena bukan anggota yang sama hubungan antara himpunan terbagi atas himpunan sama {=} jika kedua anggota tersebut mempunyai anggota jenis himpunan yang sama, dapat ditulis {A=B}

Contoh :

Dalam penelitian yang dilakukan pada sekelompok orang, dipeoleh data 68 orang sarapan dengan nasi, 50 orang sarapan dengan roti, dan 8 orang sarapan nasi dan roti, sedangkan 35 orang sarapannya tidak dengan nasi ataupun roti. Hitung banyaknya orang dalam kelompok tersebut!

Jawab :

Kita gunakan diagram ven untuk menjawab soal tersebut. Jika kita gambarkan dengan diagram ven maka gambarnya seperti gambar berikut ini.



Gambar 7.1.1

Banyak orang yang ada di dalam kelompok tersebut adalah 60 + 8 + 42 + 35 = 145 orang. Jadi, banyaknya orang dalam kelompok tersebut ada 145 orang.

Contoh :

Dari beberapa anak remaja diketahui 25 orang suka minum susu, 20 orang suka minum kopi dan 12 orang suka susu dan kopi. Dari data di atas jawablah pertanyaan di bawah ini.

a. jumlah semua anak remaja

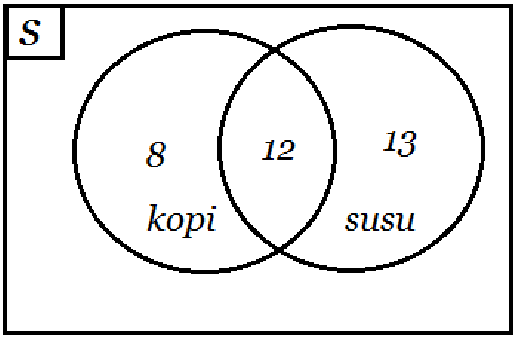
b. jumlah remaja yang suka susu saja

c. jumlah remaja yang suka kopi saja

d. jumlah remaja yang suka kedua-duanya

Jawab:

Untuk menjawab soal tersebut Anda harus membuat data tersebut menjadi bentuk diagram ven. Jika digambarkan maka bentuk diagram vennya menjadi seperti gambar berikut ini.



Gambar 7.1.2

Dari diagram venn di atas maka.

a. jumlah semua anak remaja = 33 orang

b. jumlah remaja yang suka susu saja = 13 orang

c. jumlah remaja yang suka kopi saja = 8 orang

d. jumlah remaja yang suka kedua-duanya = 12 orang

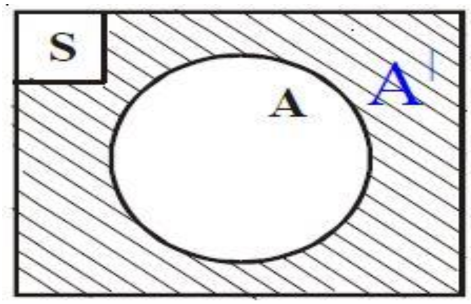
9. Komplemen

Komplemen dari suatu himpunan A adalah himpunan yang anggota-anggotanya di dalam himpunan semesta S dan bukan anggota dari himpunan A.

Komplemen dari suatu himpunan A dinotasikan dengan A' atau Ac (dibaca: komplemen A) dan didefinisikan sebagai berikut.

$$A^c = \{x | x \in S \text{ dan } x \notin A\}$$

Bila dinyatakan dalam diagram Venn, himpunan A dan himpunan Ac dapat digambarkan seperti berikut.



Gambar 7.1.3

Contoh :

Diketahui:

S = himpunan bilangan cacah

G = himpunan bilangan asli

tentukan anggota dari Gc.

Penyelesaian:

S = himpunan bilangan cacah maka S = {0, 1, 2, 3, ...}

G = himpunan bilangan asli maka S = {1, 2, 3, 4, ...}

Gc adalah himpunan anggota di S yang bukan anggota di G, yaitu 0.

Jadi, anggota himpunan Gc adalah 0.

RANGKUMAN

A. Pengertian Himpunan

Himpunan adalah kumpulan benda atau objek yang dapat didefinisikan dengan jelas. Anggota himpunan disebut anggota atau elemen himpunan.

Contoh :

1. A adalah himpunan nama kota di Jawa Tengah. Anggota himpunan A adalah Purwokerto, Semarang, Kebumen, Solo, dan lain-lainnya.
2. B adalah himpunan bilangan bulat lebih dari -3. Anggota himpunan B adalah bilangan -2,-1,0,1,2,3, ...

B. Notasi Himpunan

Penulisan himpunan ditandai dengan adanya kurung kurawal {}. Penulisan himpunan berkelanjutan dituliskan menggunakan tanda titik sebanyak tiga buah (...) untuk mengganti anggota himpunan lain yang tidak dapat dituliskan satu persatu. Anggota atau elemen suatu himpunan dinyatakan dengan notasi $\in$ Bila bukan anggota himpunan dinyatakan dengan notasi $\notin$. Misalkan A adalah suatu himpunan, maka bilangan yang menyatakan banyak anggota himpunan A disebut bilangan kardinal. Banyaknya anggota suatu himpunan A dituliskan dengan n(A).

Misalnya, himpunan A = {1,2,3,4,5,6}, maka banyaknya himpunan A atau n(A) = 6.

C. Menyatakan Suatu Himpunan

Suatu himpunan dapat dinyatakan dengan tiga cara, yaitu:

1. Deskripsi

   Menyatakan suatu himpunan dengan kata-kata atau hanya menyebutkan sifat keanggotaannya saja.

   Contoh:

   A = {nama kota yang berawalan huruf B}
   B = {bilangan asli kurang dari 10}

2. Tabulasi atau Roster

   Menyatakan suatu himpunan dengan mendaftar anggota-anggotanya satu persatu.

   Contoh:

   A ={Bandung, Bogor, Banjar}
   B = {1,2,3,4,5,6,7.8.9}

3. Rule

   Menyatakan suatu himpunan dengan notasi pembentuk himpunan.

   Contoh:

   A{x I x $\in$ B}
   B{x I x$<$ 10 x $\in$ R}

D. Himpunan Bagian

Bilangan ada bermacam-macam. Diantaranya, bilangan asli, bilangan cacah, bilangan bulat, bilangan genap, dan lain-lain. Dalam himpunan penulisan bilangan-bilangan tersebut sebagai berikut:

1. Himpunan bilangan asli dilambangkan A (R). Dengan demikian, A = {1,2,3,4,5,...}
2. Himpunan bilangan cacah dilambangkan C. Dengan demikian, C = {0,1,2,3,4,5,...}
3. Himpunan bilangan bulat dilambangkan B. Dengan demikian B ={...,-2,-1,0,1,2,...}

4. Himpunan bilangan prima adalah bilangan yang memiliki tepat dua faktor, yaitu satu dan bilangan itu sendiri. Himpunan bilangan prima dilambangkan dengan P. Dengan demikian, P = {2,3,5,7,11,13,17,19, ...}
5. Himpunan bilangan genap dilambangkan G. Dengan demikian, G = {0,2,4,6,8,10, 12, ...}

E. Jenis-jenis Himpunan

Himpunan ada bermacam-macam. Misalnya, himpunan nol, himpunan kosong, himpunan berhingga, himpunan tak berhingga, himpunan sama, himpunan ekuivalen, dan himpunan semesta.

1. Himpunan Nol dan Himpunan Kosong

   Himpunan nol adalah himpunan yang hanya memiliki satu anggota yaitu nol. Himpunan nol dilambangkan dengan {0}. Contoh: himpunan bilangan cacah yang anggotanya kurang dari satu, anggotanya hanya satu yaitu 0. Himpunan kosong adalah himpunan yang tidak memiliki anggota. Himpunan kosong dilambangkan {} atau $\emptyset$. Contoh:

   himpunan mahluk hidup yang tidak memerlukan oksigen.himpunan bilangan negatif lebih dari satu.
2. Himpunan Terhingga dan Tidak Terhingga

   Himpunan terhingga adalah himpunan yang banyak anggotanya dapat dihitung. Contoh: himpunan bilangan cacah kurang dari 5, yaitu {0,1,2,3,4} dengan banyak anggota 5.

   Himpunan tak terhingga adalah himpunan yang banyak anggotanya tidak dapat dihitung. Contoh: himpunan bilangan bulat.
3. Himpunan Sama dan Himpunan Ekuivalen.

Himpunan A dan B dikatakan himpunan sama bila setiap anggota himpunan A dan B adalah sama, dituliskan A = B.

Contoh:
C = {d,a,p,u,r}
D = {p,u,d,a,r}
Setiap anggota himpunan C merupakan anggota himpunan D, berlaku sebaliknya. Dengan demikian, himpunan C = D. Himpunan P dan Q dikatakan ekuivalen jika banyaknya anggota P sama dengan banyaknya anggota himpunan Q atau n(P) = n(Q), dituliskan $P \sim Q$.
Contoh:

R = {1,2,3,4,5}, n(R) = 5
S = {a,i,u,e,o}, n(S) = 5
Karena n(R) = n(S), maka himpunan R ekuivalen dengan himpunan S atau $R \sim S$

4. Himpunan Semesta

Himpunan Semesta adalah himpunan yang memuat seluruh anggota himpunan yang dibicarakan.
Himpunan semesta disebut juga himpunan universum, yang dilambangkan S.

Contoh:
A = {-2,-1,0,1,2}. Berarti himpunan semesta untuk A adalah S ={bilangan bulat}, atau S = {bilangan bulat kurang dari 3}

5. Himpunan Bagian

Himpunan bagian disebut juga subset. Himpunan A merupakan himpunan bagian dari B, bila setiap anggota himpunan A juga merupakan anggota B.
Sebaliknya, setiap anggota himpunan B belum tentu

anggota himpunan A. Himpunan A merupakan himpunan bagian B dinotasikan $A \subset B$. Bila n(A) merupakan banyaknya anggota himpunan A, berarti banyaknya himpunan bagian dari A adalah: $2^{n(A)}$

SOAL DISKUSI KELOMPOK

1. Diketahui : S = {1,2,3,4,5,6,7}, A = {1,3,4,7}, dan B = {2,3,5,6,7}.Tentukan selisih himpunan berikut !
   a. A – B
   b. B – A

Jawab:

a. Anggota A yang tidak menjadi anggota B adalah 1 dan 4, maka : A – B = {1,4}.
b. Anggota B yang tidak menjadi anggota A adalah 2,5 dan 6, maka : B – A = {2,5,6}.

2. Diketahui : P = {Semua faktor dari 15}, dan Q = {Bilangan asli kelipatan 4 yang kurang dari 20}. Dengan mendaftar anggota-anggotanya, tentukan himpunan berikut :
   a. P Ç Q
   b. P – Q
   c. Q – P

   Jawab:

   P = {1,3,5,15}

   Q = {4,8,12,16}

   a. P Ç Q = { }
   b. P – Q = {1,3,5,15} = P
   c. Q – P = {4,8,12,16} = P
3. Jika P = { faktor dari 10 }Q = { tiga bilangan prima pertama } Maka P ∪ Q = . . .

   Jawab:
   P = { 1, 2, 5, 10 }Q = { 2, 3, 5 },
   maka :
   P ∪ Q = { 1, 2, 3, 5, 10 }
4. Diberikan P = {1,2,3,9,12,13}. Himpunan kelipatan 3 yang terdapat di P adalah....

   Jawab
   Himpunan adalah kumpulan atau kelompok benda (objek) yang telah terdefinisi dengan jelas. Dari soal di atas himpunan kelipatan 3 yang terdapat di P adalah {3,9,12}

5. Diberikan $\{15,4,7,6,2\} \cap \{2,4,6,8\} = \{4, x ,6\}$, maka x adalah... ($\cap$ dibaca irisan

   Jawab:
   Operasi himpunan Irisan A dan B adalah himpunan yang anggotanya A sekaligus anggota B.Dengan kata lain, irisan himpunan A dan B adalah anggota yang terdapat di kedua himpunantersebut. Pada soal di atas, kedua himpunan tersebut mengandung angka yang sama yaitu angka2,4, dan angka 6. Oleh karena itu jawaban x dari (4,x,6) adalah 2.
6. Jika A = {0,1} maka n(A) =..

   Jawab:
   n(A) adalah simbol dari kardinalitas atau banyaknya anggota suatu himpunan. Jadi banyaknyaanggota suatu himpunan dari himpunan A adalah 2, yaitu 0
7. Jika himpunan $A \subset B$ dengan n(A) = 11 dan n(B) = 18 maka $n(A \subset B) = . . .$

   Jawab:
   n (A) = 11
   n (B) = 18
   Setiap $A \subset B$ maka $A \subset B = A$
   Sehingga $n(A \subset B) = n(A)$
   $n(A \subset B) = 11$
8. Dari suatu kelas terdapat 25 siswa suka membaca, 30 siswa suka mengarang. Jika 12 orang siswasuka membaca dan mengarang, banyak siswa dalam kelas tersebut adalah ...

   Jawab:
   Misal: yang suka membaca adalah K, dan yang suka mengarang adalah L, maka:
   $n(S) = n(K) + n(L) – n(K \cap L)$

$n(S) = 25 + 30 - 12$
$n(S) = 43$
Jadi, banyak siswa dalam kelas adalah 43 orang

9. Jika himpunan $B \subset A$ dengan $n(A) = 25$ dan $n(B) = 17$, maka $n (A \cup B) = ...$

   Jawab:
   $n (A) = 25 n (B) = 17$
   Setiap $B \subset A$,
   maka $A \cup B = A$
   Sehingga $n (A \cup B) = n (A)$
   $n (A \cup B) = 25$

10. Dari, 143 siswa, 95 siswa senang matematika, 87 siswa senang fisika, dan 60 siswa senang keduanya. Banyak siswa yang tidak senang matematika maupun fisika adalah …

    Jawab:
    Misal: yang senang matematika adalah A, dan yang senang fisika adalah B, maka:
    $n(S) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) + n(A \cup B)$
    $143 = 95 + 87 - 60 + n(A \cup B)$
    $143 = 122 + n(A \cup B)$
    $n(A \cup B) = 143 - 122$
    $n(A \cup B) = 21$
    ($n(A \cup B)$ = banyak siswa yang tidak senang matematika maupun fisika)Jadi, siswa yang tidak senang matematika maupun fisika ada 21 orang.

SOAL LATIHAN MANDIRI

1. Kelas VII-A terdiri dari 31 siswa. Terdapat 15 siswa mengikuti kompetisi Matematika, 13 siswa mengikuti kedua kompetisi IPA, dan 7 siswa tidak mengikuti kompetisi tersebut. Banyak siswa yang mengikuti kedua kompetisi tersebut adalah ….
2. Dari 28 siswa yang mengikuti kegiatan ekstrakurikuler di sekolah, 15 anak mengikuti pramuka, 12 anak mengikuti

futsal dan 7 anak mengikuti keduanya. Banyaknya siswa yang tidak mengikuti pramuka maupun futsal adalah ….

3. Ada 40 peserta yang ikut lomba. Lomba baca puisi diikuti oleh 23 orang, lomba baca puisi dan menulis cerpen diikuti 12 orang. Banyaknya peserta yang mengikuti lomba menulis cerpen adalah ….
4. Dalam sebuah kelas tercatat 21 siswa gemar olah raga basket, 19 siswa gemar sepak bola, 8 siswa gemar basket dan sepak bola, serta 14 siswa tidak gemar olah raga. Banyak siswa dalam kelas tersebut adalah…
5. Terdapat 69 orang pelamar yang harus mengikuti tes tertulis dan tes wawancara agar dapat diterima sebagai karyawan sebuah perusahaan. Ternyata 32 orang pelamar lulus tes wawancara, 48 orang lulus tes tertulis, dan 6 orang tidak mengikuti kedua tes tersebut. Banyak pelamar yang diterima sebagai karyawan adalah ….
6. Diketahui $A = \{x \mid x \in P, x \leq 25, P \text{ bilangan kuadrat}\}$. Nyatakan himpunan A dengan mencacah seluruh anggotanya.
7. Diketahui $A = \{ x \mid -2 \leq x \leq 3 \}$ dan $B = \{ x \mid x \leq 2 \}$, maka $A \cap B$ adalah ...
8. Di kelas VIII C ada 12 siswa gemar membaca, 11 siswa gemar berenang, dan 7 siswa gemar keduanya. Banyaknya siswa yang tidak gemar membaca maupun renang 14 orang. Banyaknya siswa klas VIII C adalah ...
9. $M = \{ x \mid -1 \leq x \leq 5, x \in \text{faktor bulat dari } -30 \}$ Banyaknya anggota himpunan M adalah ...
10. Banyak siswa yang suka bulutangkis dan sepak bola adalah 3 orang. Dari 32 siswa terdapat 15 siswa suka bulutangkis, 17 siswa suka sepak bola dan 3 tidak suka keduanya. Berapa banyak siswa yang suka keduanya, banyaknya siswa yang HANYA gemar bulutangkis atau sepak bola, dan buatlah diagram Venn dari persoalan ini.

MODUL 8
KOMBINATORIKA

Capaian Pembelajaran	Uraian Materi
Mampu memahami dan memaknai konsep Kombinatorika secara tepat	1. Mengetahui dan memahami apa saja yang termasuk dalam materi Kombinatorika 2. Dapat mengerti dan mampu memaknai setiap rumus yang terdapat dalam materi Kombinatorika melalui rumus yang akan dijabarkan 3. Mampu menyelesaikan diskusi kelompok bersama-sama dengan rekan kelompok 4. Menyelesaikan soal latihan kombinatorika dengan tepat

Tujuan Pembelajaran

1. Mampu mengerti dan memahami materi yang termasuk dalam Kombinatorika.
2. Mampu mengerti definisi dari beberapa bagian dalam Kombinatorika.
3. Mampu menyelesaikan soal Kombinatorika (kaidah pencacahan, notasi faktorial, permutasi, kombinasi, dan representasi.

MODUL 8
KOMBINATORIKA

8.1 KEGIATAN PEMBELAJARAN 1. DEFINISI KOMBINATORIKA

Kombinatorika merupakan suatu materi mengenai pengaturan objek yang bersangkutan dengan pemasangan, pengelompokan, pengurutan, pemilihan dan penempatan suatu objek dengan karakteristik tertentu. Selain itu kombinatorika juga masuk dalam cabang matematika yang menghitung jumlah penyusunan tanpa harus menghitung semua susunan kemungkinannya.

Pada materi awal kombinatorika membahas tentang dua kaidah pencacahan, yaitu kaidah penjumlahan dan kaidah perkalian. Kedua kaidah ini dapat menyelesaikan masalah yang kompleks dengan memecahkan atau mengurai permasalahan menjadi lebih sederhana.

Setelah pemahaman kaidah pencacahan, materi akan diperluas ke permutasi kemudian kombinasi, dan pada materi akhir terdapat interpretasi yang merupakan perluasan materi dari kombinasi.

8.2 KEGIATAN PEMBELAJARAN 2. KAIDAH PENCACAHAN

Dibawah ini akan dijelaskan dua kaidah pencacahan, yakni kaidah penjumlahan dan kaidah perkalian.

8.2.1 Kaidah Penjumlahan

Kaidah penjumlahan memiliki prinsip umum yaitu bahwa keseluruhan sama dengan jumlah dari bagian-bagiannya, otomatis himpunannya bersifat saling lepas satu sama lain. Perhatikan perumusan kaidah penjumlahan pada kotak dibawah ini:

> Jika sebuah himpunan objek-objek S dipartisi menjadi himpunan bagian $S_1, S_{2,}..., S_m$, maka banyaknya objek di S akan sama dengan jumlah banyaknya objek $S_1, S_{2,}..., S_m$.

Kaidah penjumlahan juga dapat dinyatakan jika pekerjaan pertama dapat dilakukan dalam m cara dan pekerjaan kedua dapat dilakukan dalam n cara, dan kedua pekerjaan tersebut tidak dapat dilakukan secara simultan, maka untuk menyelesaikan kedua pekerjaan tersebut dapat dilakukan dalam $m + n$ cara.

Secara umum dirumuskan sebagai berikut;
Jika E_1 $(i = 1, 2, 3, \ldots, k)$ adalah k pekerjaan sedemikian, sehingga tidak pekerjaan-pekerjaan yang dapat dilakukan atau terjadi secara simultan dan,

Jika E_1 dapat dilakukan dalam n_i cara, maka untuk melakukan pekerjaan tersebut terdapat $n_1 + n_2 + n_3 + \cdots + n_k$.

CONTOH SOAL

Perhatikan dengan teliti beberapa contoh soal dibawah ini, mengerti dan pahamilah dengan tepat !

1. Sarah dan Raina memutuskan untuk berlibur ke Paris pada liburan semester ini, perjalanan yang akan mereka tempuh bisa melalui berbagai jalur, yakni jalur La Defense, Les Sablons, Pont De Neuilly, dan Porte Dauphine. Dari keempat jalur tersebut, tentukan ada berapa cara Sarah dan Raina pergi ke Paris?

Pembahasan :
Berdasarkan soal, diketahui bahwa ada 4 jalur menuju Paris, maka dapat dirumuskan;

= La Defense (cara 1) + Les Sablons (cara 2) + Pont De Neuilly (cara 3) + Porte Dauphine (cara 4)
= 4 cara

2. Kantin UKI menyediakan menu makan yang beragam, yakni 10 jenis makan kering, 8 jenis makanan basah, dan 2 jenis cemilan. Ada berapa macam cara untuk mahasiswa dalam memilihi makanan di kantin ?

Pembahasan :
Cara mahasiswa dalam memilih makanan di kantin ada:
10 + 8 + 2 = 20 cara.

3. SMA Kayori akan mengadakan pemilihan ketua OSIS, dimana hanya satu orang saja yang akan terpilih, baik laki-laki atau perempuan. Jumlah pria di SMA Kayori ada 150 orang, sedangkan wanita hanya 45 orang. Tentukan ada berapa banyak cara dalam memilih ketua OSIS ?

Pembahasan :
Ketua yang terpilih pasti satu orang (pria/wanita), maka cara memilihnya ada:
150 + 45 = 195 cara.

4. Perpustakan di SMP Bina Nusa memiliki koleksi buku akademik sebanyak 285 buku, buku fiksi (novel/komik) ada 100 buku, serta 50 buku majalah. Tessa, siswi SMP tersebut diminta untuk mengambil acak salah satu buku dari perpustakan sebagai hadiahnya karna telah membaca buku lebih dari 150 jenis. Untuk itu, ada berapa kemungkinan Tessa mengambil buku secara acak !

Pembahasan :
285(Akademik) + 100 (Novel/Komik) + 50 (Majalah) = 435 cara

Tanpa memperhatikan jenis buku maka ada 435 cara Tessa mengambil buku secara acak.

5. Dalam pelemparan dua buah dadu, tentukan banyak cara terambilnya mata dadu bejumlah ganjil atau genap yang muncul ?

Pembahasan :
Dadu mata ganjil = (1,2), (2,1), (1,4), (4,1), (1,6), (6,1), (2,3), (3,2), (2,5), (5,2), (3,4), (4,3), (3,6), (6,3), (4,5), (5,4), (5,6), (6,5) = ada 18 mata dadu.

Dadu mata genap = (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6), (1,3), (3,1), (1,5), (5,1), (2,4), (4,2), (2,6), (6,2), (3,5), (5,3), (4,6), (6,4) = ada 18 mata dadu.

Dadu mata ganjil atau genap = 18 + 18 = ada 36 cara

8.2.2 Kaidah Perkalian

Kaidah ini merupakan aturan dimana setiap himpunannya saling bebas, dimana ketika a1 merupakan banyak cara untuk mengisi tempat pertama, dan a2 cara mengisi tempat kedua, serta a3 untuk mengisi tempat ketiga. Jika anda masih belum memahami aturan tersebut perhatikan kotak dibawah ini:

Jika kegiatan pertama dapat dikerjakan dengan n_1 cara yang berbeda, kegiatan kedua dapat dilakukan dengan n_2 cara yang berbeda, kegiatan ketiga dapat dikerjakan dengan n_3 cara yang berbeda.

Dan seterusnya kegiatan ke-k dapat dikerjakan dengan n_k cara berbeda, maka banyaknya cara melakukan secara berurutan adalah :

$$n_1 \times n_2 \times n_3 \times \ldots \times n_k$$

CONTOH SOAL

1. Kantin sekolah menyediakan 10 macam makanan yaitu nasi goreng, nasi kucing, soto ayam, ayam bakar, roti bakar, nasi rames, sate ayam, ayam geprek, ayam semur, dan ayam penyet . Kantin juga menyediakan 3 macam minuman, yaitu air minum tawar, teh tawar, dan teh manis. Setiap pembeli di kantin tersebut wajib memesan satu makanan dan satu minuman, untuk itu ada berapa cara mahasiswa dalam memilih makanan dan minuman dikantin ?

Pembahasan :

10 (jumlah makan) × 3 (jumlah minuman) = 30 cara

2. Di SMA 2 Nusa Bangsa akan dilaksanakan pemilihan wakil ketua OSIS, yang terdiri dari 2 orang (1 laki-laki dan 1 perempuan). Jumlah pria di SMA 2 Nusa Bangsa ada 150 orang, sedangkan wanita hanya 45 orang. Tentukan ada berapa banyak cara dalam memilih ketua OSIS ?

Pembahasan :

150 (laki-laki) × 45 (perempuan) = 6.750 cara

3. Perpustakan di SMP Bina Nusa memiliki koleksi buku akademik sebanyak 20 buku, buku fiksi (novel/komik) ada 10 buku, serta 5 buku majalah. Tessa, siswi SMP tersebut diminta untuk mengambil tiga buah buku dari perpustakan yang terdiri dari 1 buku akademik, 1 buku novels, dan 1 buku majalah, tentukan kemungkinan terambilnya 3 buah buku tersebut !

Pembahasan :

20 × 10 × 5 = 500 cara

4. Berapa banyak bilangan ganjil antara 100 dan 999 (termasuk 100 dan 999 itu sendiri) yang :

a. Semua angkanya berbeda
b. Terdapat angka yang berulang

Pembahasan :

a. posisi satuan : 5 kemungkinan angka (1,3,5,7,9)
   posisi ratusan : 8 kemungkinan angka (1-9)
   posisi puluhan :7 kemungkinan angka

Banyak bilangan ganjil seluruhnya = (5)(8)(7) = 280 bilangan

b. posisi satuan : 5 kemungkinan angka (1, 3, 5, 7 dan 9)
   posisi ribuan : 9 kemungkinan angka (1 sampai 9, 1)
   posisi puluhan :10 kemungkinan angka (0 sampai 9)

Banyak bilangan ganjil seluruhnya = (5)(9)(10) = 450

5. Berapa banyak password (kata kunci) dengan panjang 5 angka

Tempat ke-	1	2	3	4	5
Banyak cara	5	4	3	2	1

yang dapat dibentuk dari angka-angka 1, 3, 5, 7, dan 8 jika tidak boleh ada angka berulang?

Pembahasan :

Buat tabel dengan slot 5 kotak untuk menempatkan 5 angka (sesuai dengan yang diminta yakni panjanya 5 angka), kemudia isi kotak satu per satu sesuai dengan pernyataan yang diketahui berdasarkan soal.

8.2.2.1 Tabel pembahasan soal kaidah perkalian

a). Tempat pertama dapat diisi dengan 5 cara, yakni angka 1, 3, 5, 7, atau 8.

b). Tempat kedua dapat diisi dengan 4 cara (karena tidak ada syarat lainnya maka kotak selanjutnya diisi dengan bilangan dalam kotak sebelumnya dikurang satu) .

c). Demikian seterusnya, tempat kelima dapat diisi dengan 1 cara. Dengan demikian, total banyaknya cara adalah 5 x 4 x 3 x 2 x 1 = 120 cara.

8.3 KEGIATAN PEMBELAJARAN 3. NOTASI FAKTORIAL

Notasi faktorial adalah notasi dalam matematika yang menggunakan tanda seru. Pada arti notasi ini adalah suatu bilangan dikalikan dengan bilangan asli sebelumnya, begitupun selanjutnya hingga terakhir dikali satu (1).

Faktorial dari bilangan asli merupakan hasil perkalian antara bilangan bulat positif yang kurang dari atau sama dengan n!. Suatu perkalian bilangan asli berturut-turut dari 1 sampai n atau dari n sampai 1 disebut n faktorial yang dinotasikan dengan n!, yaitu :

$$n! = n(n-1)(n-2)(n-3)\ldots(1)$$

$$= (1)(2)\ldots(n-2)(n-1)n$$

Berdasarkan rumus tersebut, maka,

$$n! = n(n-1)(n-2)(n-3)\ldots(1) = n(n-1)!$$

$$dan\ 1! = 1(0)! = 1$$

Pada akhirnya harus didefenisikan 0! = 1

CONTOH SOAL

1. Tentukan hasil dari nilai 5!

Pembahasan :

5! = 5.4.3.2.1 atau $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

2. Berapakah hasil dari $\frac{10!}{9!.2!}$

Pembahasan :

Dalam soal ini kamu bisa membagi angka faktorial yang sama, untuk itu samakan angka terlebih dahulu dengan memecah faktorial dari angka terbesar yakni 10, maka dapat dijabarkan;

$$\frac{10!}{9!.2!} = \frac{10.9!}{9!\,2.1} = 5$$

3. Carilah hasil dari $\frac{7!2!+6!}{8!}$

Pembahasan :

Dalam aturan penjumlahan tentu angka bisa dibagi jika semua faktor memiliki angka pengkali yang sama, jika kamu bingung perhatikan penjabaran dibawah;

$$\frac{7!\,2!\ +6!}{8!} = \frac{7.6!\,2!+6!}{8.7.6!}(angka\ pembaginya\ ialah\ 6)$$

$$= \frac{7.2!+1}{8.7} = \frac{15}{56}$$

4. Apakah hasil dari $\frac{12!}{(12-2)!\,3!}$

Pembahasan :

Dalam soal ini bagilah faktorial yang terbesar sehingga hasilnya akan lebih mudah dihitung, jika kita melihat soal maka angka pembagi yang terbesar ialah 10 faktorial, maka dapat dirumuskan;

$$\frac{12!}{(12-2)!\ 3!} = \frac{12.11.10!}{10!\,3!} = \frac{12.11}{3.2.1} = 22$$

5. Temukanlah hasil dari $\frac{3!(10-5!)+(12-7)!4!-7!}{6!}$

$$\frac{3!\,(10-5!)\ +(12-7)!\ -7!}{6!} = \frac{3!\ \ 5!+5!\,4.3!-7.6.5!}{6.5!}$$

$$= \ 1+4-7 = -3$$

8.4 KEGIATAN PEMBELAJARAN 4. PERMUTASI

Permutasi merupakan bentuk aplikasi dari kaidah perkalian, dimana nantinya rumus dari permutasi berkaitan erat dengan perkalian.

Permutasi adalah banyaknya cara untuk membuat susunan dengan jumlah anggota tertentu dari anggota-anggota suatu himpunan dan jumlah urutan berbeda dari pengaturan objek-objek. Permutasi merupakan bentuk khusus aplikasi kaidah perkalian.

Misalkan jumlah objek adalah n, maka;

ü urutan pertama dipilih dari *n* objek, ü urutan kedua dipilih dari $n-1$ objek, ü urutan ketiga dipilih dari $n-2$ objek, ü…, ü urutan terakhir dipilih dari 1 objek yang tersisa.

Menurut kaidah perkalian, permutasi dari *n* objek adalah

$n(n-1)\,(n-2)\ \ldots\ (2)(1) = n!$

Ada 4 jenis permutasi, yakni;

a. Permutasi dari unsur atau elemen yang berbeda.

Pada permutasi jenis ini susunannya berbeda. Rumus permutasi

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Keterangan

- P = Permutasi
- n = Jumlah semua unsur
- r = Banyaknya unsur yang di ambil
- ! = Nilai Faktorial

ini yaitu :

b. Permutasi yang memuat beberapa unsur yang sama.

Dalam penyelesaian jenis permutasi ini jika unsur-unsur atau elemen memiliki susunan yang sama akan dihilangkan dan unsur yang sama tidak boleh digunakan lebih dari satu kali. Permutasi ini dirumuskan sebagai berikut.

$$P = \frac{n!}{r_1!\,r_2!\,r_3}$$

Keterangan

- P = Permutasi
- n = Jumlah semua unsur
- r! = Unsur yang sama
- ! = Nilai faktorial

c. Permutasi siklis

Permutasi siklis adalah permutasi yang dibuat dengan cara menyusun unsur-unsur atau elemen secara melingkar menurut arah putaran tertentu.Permutasi ini dirumuskan sebagai berikut.

P =(n-1)!

d. Permutasi berulang

Permutasi berulang adalah permutasi yang urutannya di perhatikan, tetapi unsur-unsur atau elemennya tidak bisa di ulang. Permutasi ini di rumuskan sebagai berikut.

$$P_n = n^r$$

CONTOH SOAL

1. Dalam menyambut peringatan hari Konferensi Asia Afrika di Bandung, panitia berencana mengundang beberapa delegasi negara untuk berdikusi tentang beberapa hal mengenai PBB. Acara tersebut akan dihadiri oleh 6 negara, dimana bendera dari masing-masing negara akan dipasang didepan mimbar. Ada berapa banyak cara panitia menyusun ke-6 bendera tersebut !

Pembahasan :

Dari 6 bendera yang ada, berarti n = 6, maka banyak susunan bendera yang mungkin yaitu:

6! = 6.5.4.3.2.1 = 120 cara.

2. Berapa banyak cara mengurutkan nama 10 orang mahasiswa prodi Matematika di Universitas Kartika Sari?

Pembahasan :

Ada 10 orang mahasiswa, maka n = 10

10! = 10.9.8.7.6.5.4.3.2.1 = 3.628.800 cara

3. SMA Merdeka akan mengadakan pemilihan ketua, sekertaris dan bendahara dari OSIS dimana masing-masing jabatan terdiri dari satu orang (laki-laki/perempuan), ada 8 calon siswa yang akan menempati jabatan tersebut. Tentukan banyak cara untuk memilih ketiga jabatan tersebut !

Pembahasan :
Banyak calon siswa, maka n = 8
Banyak objek pilihan (ketua, sekretaris dan bendahara),maka r = 3

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!} \rightarrow \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8.7.6.5!}{5!} = 336\ cara$$

4. Carilah banyak cara untuk menyusun kata "TEORI PELUANG"

Pembahasan :
Dari kata "TEORI IRIT" banyak huruf (n) = 9
k_1 = huruf T = 2
k_2 = huruf E = 1
k_3 = huruf O = 1
k_4 = huruf R = 2
k_5 = huruf I = 3

$$P^9_{(2,1,1,2,3)} = \frac{9!}{2!\,1!\,1!\,2!\,3!} = \frac{9.8.7.6.5.4.3!}{2.1.1.1.2.1.3!} = 15.120\ cara$$

5. UKI akan mengadakan sidang senat terbuka, dimana akan ada 8 Dekan yang akan duduk didepan panggung dengan susunan meja yang melingkar, carilah berapa banyak cara untuk menyusun kursi para dekan !

Pembahasan :
Jumlah Dekan (n) = 8, maka :
$n\ P\ siklis = (n-1)! = (8-1)! = 7! = 5.040\ cara$

8.5 KEGIATAN PEMBELAJARAN 5. KOMBINASI

Kombinasi merupakan bentuk khusus dari Permutasi, akan tetapi ada hal yang membedakan keduanya yakni urutan kemunculan. Dalam kombinasi urutan kemunculan tidak diperhitungkan atau diabaikan.

Kombinasi adalah banyaknya cara memilih anggota pada jumlah tertentu dari anggota-anggota suatu himpunan atau membuat himpunan bagian dengan jumlah anggota tertentu dari anggota-anggota suatu himpunan, singkatnya bisa disebut kombinasi r elemen dari n elemen (C(n,r)).

C(n,r) merupakan jumlah pemilihan yang tidak terurut r elemennya (r elemen diambil dari n buah elemen), atau untuk mempermudah pemahaman perhatikan perumusan dibawah ini:

$$C(n,r) = \binom{n}{r} = C_r^n \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

CONTOH SOAL

1. Di dalam suatu kelas terdiri dari 7 orang murid yaitu 4 orang murid perempuan dan 3 orang murid laki-laki. Dan dari kelas itu akan dipilih 3 orang murid secara acak, maka berapakah peluang yang terpilih ketiga-tiganya perempuan itu yaitu…

Pembahasan :

Di dalam permasalahan ini, sebuah urutannya tidak menjadi suatu hal yang perlu kita perhatikan, sehingga rumus yang digunakan adalah rumus dari kombinasinya. Jadi banyaknya cara untuk memilih 3 orang murid dari 10 orang murid di kelas tersebut secara acak yaitu (misalnya yaitu dengan variabel n) adalah,

$$n =_{10} C_3 = \frac{10!}{(10-3)!\,3!}$$

$$n = \frac{10!}{7!3!} = \frac{10.9.8.7!}{7!3!} = 120$$

Setelah hasil h diperoleh, carilah peluang munculnya murid perempuan dengan permisalan variabel k,

$$k = {}_7C_3 = \frac{7!}{(7-3)!\,3!}$$

$$= \frac{7.6.5.4!}{4!\,3.2.1} = 35$$

Maka peluang muncul ketiga-tiganya perempuan ialah,

$$P3pi = \frac{k}{n} = \frac{35}{120} = \frac{7}{24}\ cara$$

2. Pada sebuah kotak terdapat 20 buah bola yang terdiri dari: 8 buah bola berwarna merah, 7 buah bola berwarna putih, dan sisa bola berwarna hitam. Jikakita ambil 2 buah bola dari kotak tersebut, maka berapa banyak carakah untuk medapatkan dua buah bola berwarna merah ?

Pembahasan :
Dari soal kita dapat mengetahui bahwa n = 8 dan k = 2

$$maka,{}_n C_k = {}_{20} C_2 \rightarrow \frac{8!}{(8-2)!\,2!} = \frac{8.7.6!}{6!\,2!} = 28\ cara$$

3. Dalam mengadakan suatu penelitian dengan menggunakan obyek 10 orang pedagang pasar Senen untuk diwawancarai, maka carilah cara menyusun kelompok dengan obyek 5 orang pedagang!

Pembahasan :
Berdasarkan soal diatas,

$$maka;\ {}_{10} C_5 = \frac{10!}{(10-5)!\,5!} = \frac{10.9.8.7.6.5!}{5!\,5!} = 252\ cara$$

4. Seorang peternak akan membeli 3 ekor ayam dan 2 ekor kambing dari seorang pedagang yang memiliki 6 ekor ayam dan 4 ekor kambing. Dengan berapa cara peternak tersebut dapat memilih ternak-ternak yang di inginkannya?

Pembahasan :
Banyak cara memilih ayam,

$$={}_6C_3=\frac{6!}{(6-3)!\,3!}=\frac{6.5.4.3!}{3!\,3.2.1}=20\ cara$$

Banyak cara memilih kambing,

$$={}_4C_2=\frac{4!}{(4-2)!\,2!}=\frac{4.3.2!}{2!\,2.1}=6\ cara$$

Jadi, peternak tersebut memiliki pilihan sebanyak, (cara memilih ayam × cara memilih kambing) = 20×6 = 120 cara.

5. Sebuah perusahaan membutuhkan karyawan yang terdiri dari 5 putra dan 3 putri. Jika terdapat 15 pelamar, 9 diantaranya putra. Tentukan banyaknya cara menyeleksi karyawan!

Pembahasan :
Pelamar putra = 9, dan pelamar putri = 6, maka banyak cara menyeleksi:

$$={}_9C_5\times{}_6C_3\frac{9!}{(9-5)!\,5!}\times\frac{6!}{(6-3)!\,3!}$$

$$=\frac{9.8.7.6.5!}{4.3.2.1.\,5!}\times\frac{6.5.4.3!}{3!\,3.2.1}=126\times20=2520\ cara$$

8.6 KEGIATAN PEMBELAJARAN 6. INTERPRETASI

Interpretasi merupakan bagian dari Kombinasi, rumus yang

$$C(n,r)=\binom{n}{r}=C_r^n\frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

digunakan sama seperti kombinasi yakni,

Akan tetapi Interpretasi tidak hanay sekedar kombinasi r elemen dari n elemen (C(n,r)). Ada du macam interpretasi:

1. Dua atau lebih elemen-elemen yang sama dianggap sebagai himpunan yang sama meskipun urutan elemen-elemennya tidak diperhatikan.

Contohnya; diketahui sebuah himpunan suatu variabel, kemudian tentukan cara memilih himpunan berdasarkan konstanta yang diinginkan. Tentunya konstanta tersebut tidak lebih dari jumlah banyaknya himpunan.

2. Urutan elemen di dalam susunan hasil pemilihan tidak penting.

Contohnya; diketahui jumlah sekelompok orang, kemudian ditanyakan bagaimana cara memilih perwakilan dari sekelompok orang tersebut. Perwakilan merupakan beberapa orang yang tidak terurut artinya setiap orang dalam kelompok kedudukannya sama tidak ada yang lebih tinggi maupun rendah.

CONTOH SOAL

1. Diketahui sebuah himpunan Z = $\{o, p, q, r, s, t\}$, carilah ada berapa cara untuk memilih 4 dari 6 elemen himpunan Z!

Pembahasan :
Z = $\{o, p, q, r, s, t\}$, memilih 4 dari 6 elemen, maka;
(o,p,q,r), (o,p,q,s), (o,p,q,t), (o,p,r,s), (o,p,r,t), (o,p,s,t), (p,q,r,s), (p,q,r,t), (q,r,s,t) → ada 9 pilihan

Jika dirumuskan akan menjadi;

$$C(9,4) = C_4^9 = \frac{9!}{(9-4)!\,4!} = \frac{9.8.7.6.5!}{5!\,4.3.2.1} = 126\ cara$$

2. Club badminton SMA Sayange akan membentuk *team* yang berisikan 4 anggota yang nantinya akan mengikuti lomba kemerdekaan. Club tersebut berisikan 5 anggota laki-laki dan 3 anggota perempuan, tentukan cara memilih anggota club yang akan dilombakan dengan jumlah laki-laki lebih banyak atau jumlahnya setara (2 laki-laki dan 2 perempuan)!

Pembahasan :
Anggota club yang akan direkrut kedalam *team* berisi 4 orang, dengan syarat laki-laki lebih banyak dari perempuan.
Maka;

- *Team* beranggotakan 4 laki-laki dan 0 perempuan
  $C(5,4) \times C(3,0) = 5$
- *Team* beranggotakan 3 laki-laki dan 1 perempuan
  $C(5,3) \times C(3,1) = 30$
- *Team* beranggotakan 2 laki-laki dan 2 perempuan
  $C(5,2) \times C(3,2) = 30$

Sehingga, banyaknya cara untuk memilih anggota team ialah;
= 5 + 30 + 30
= 65 cara

3. Sebuah kotak berisi bola dengan jumlah 10, terdiri dari 5 bola warna biru dan 5 bola warna ungu. Tentukan peluang terambilnya 2 bola biru dan 2 bola ungu !

Pembahasan :
Peluang terambilnya 4 bola (2+2)
$$C_4^{10} = \frac{10!}{6!\,4!} = \frac{10.9.8.7.6!}{6!\,4.3.2.1} = 210$$
Peluang terambilnya 2 bola biru
$$C_2^5 = \frac{5!}{3!\,2!} = \frac{5.4.3!}{3!\,2.1} = 10$$
Peluang terambilnya 2 bola ungu
$$C_2^5 = \frac{5!}{3!\,2!} = \frac{5.4.3!}{3!\,2.1} = 10$$
Maka, cara mencarinya ialah dengan membagi peluang terambilnya bola dengan hasil kali peluang bola warna

$$P\ (2\ ungu\ dan\ 2\ biru) = \frac{10 \times 10}{210} = \frac{10}{21}$$

4. Villa Badak Air di Bogor memiliki 3 kamar yang berkapasitas 2 sampai 3 kepala tiap kamarnya, Chirsthy bertujuan untuk menyewa kamar tersebut, yang nantinya akan dihuni 8 orang, kira-kira ada berapa jumlah cara pengisian kamar tersebut !

Pembahasan :
Misalkan nama kamarnya X, Y, dan Z
Jumlah orang yang akan menginap (n) = 8 orang

- Jika masing-masing kamar diisi 3, 3, dan 2 orang
  Maka caranya, $C(8{,}3) \times C(5{,}3) \times C(2{,}2) = C(8{,}3) \times C(5{,}3)$
- Jika masing-masing kamar diisi 2, 3, dan 3 orang
  Maka caranya, $C(8{,}2) \times C(6{,}3) \times C(3{,}3) = C(8{,}2) \times C(6{,}3)$
- Jika masing-masing kamar diisi 3, 2, dan 3 orang
  Maka caranya, $C(8{,}3) \times C(5{,}2) \times C(3{,}3) = C(8{,}3) \times C(5{,}2)$

Maka, total cara pengisian kamar ialah;

$$= \left(C(8{,}3) \times C(5{,}3)\right) + \left(C(8{,}2) \times C(6{,}3)\right) + \left(C(8{,}3) \times C(5{,}2)\right)$$
$$= \left(\frac{8.7.6.5!}{5!\,3!} \times \frac{5.4.3!}{2!\,3!}\right) + \left(\frac{8.7.6!}{6!\,2!} \times \frac{6.5.4.3!}{3!\,3!}\right) + \left(\frac{8.7.6.5!}{5!\,3!} \times \frac{5.4.3!}{3!\,2!}\right)$$

$$= 560 + 560 + 560 = 1.680\ cara$$

8.7 KEGIATAN PEMBELAJARAN 7. RANGKUMAN

Dasar dari materi Kombinatorika ialah kaidah pencacahan (penjumlahan dan perkalian). Setelah mengetahui kedua kaidah tersebut anda akan masuk kemateri notasi foktarial, dimana anda akan mengetahui bagaimana cara menghitung sebuah angka yang

Notasi Faktorial (n!) = $n(n-1)(n-2)(n-3)\ldots(1)$

$= (1)(2)\ldots(n-2)(n-1)n$

memiliki faktorial.

Kemudian setelah itu masuk ke materi Permutasi dimana materi tersebut merupakan aplikasi dari kaidah perkalian, anda dapat melihat dimana dalam rumus Permutasi berkaitan dengan kali-mengali setiap elemen yang merupakan metode dasar dari faktorial. Ada 3 macam permutasi, yakni;

1. Permutasi dari unsur atau elemen yang berbeda

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

2. Permutasi yang memuat beberapa unsur yang sama

$$P = \frac{n!}{r_1!\,r_2!\,r_3}$$

3. Permutasi Siklis
4. Permutasi berulang

Setelah permutasi anda akan masuk ke materi yang cenderung

$$P_n = n^r$$

lebih rumit yakni materi Kombinasi dan Interpretasi. Kedua materi ini saling berhubungan dimana materi Interpretasi merupakan perluasan materi Kombinasi. Jadi ketika anda

$$C(n,r) = \binom{n}{r} = C_r^n \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

memahami materi Kombinasi, anda akan dengan mudah menyelesaikan soal Interpretasi.

Kesimpulannya jika anda ingin memahami materi ini, maka mengerti dan maknailah pembelajaran anda dari awal subbab sehingga dalam mempelajari materi berikutnya kecil

8.8 KEGIATAN PEMBELAJARAN 8. SOAL DISKUSI KELOMPOK

kemungkinan anda akan mengalami kesulitan.

Kerjakanlah soal-soal dibawah ini dengan teman sekelompok-mu (min.2 orang), gunakan rumus yang sudah dipelajari sebelumnya dan kerjakan dengan teliti !

1. Dari medan ke Pekanbaru ada beberapa jenis angkutan yang dapat digunakan. Ada 6 travel, 3 kapal laut dan 2 pesawat terbang yang dapat dipilih. Berapa jumlah total cara berbeda untuk pulang dari Medan menuju Pekanbaru?

Jawab :
Soal diatas kita dapat memilih travel, kapal laut dan pesawat terbang yang tidak sama satu sama lain, ketiganya adalah himpunan lepas.
$6 + \cdots + 2 = \cdots$ cara berbeda untuk berangakat dari Medan Ke Pekanbaru

2. Siswa di SMA N 1 LUAHAGUNDRO dipilh untuk mewakili tim olimpiade matematika. Berapa banyak pilihan dari perwakilan jika terdapat 60 siswa laki-laki dan 45 siswa perempuan?

Jawab :
Berdasarkan kaidah penjumlahan, maka terdapat;
$60 + \cdots = \cdots$ cara yang mungkin untuk memilih perwakilan

3. Seorang mahasiswa bisa memilih sebuah tugas Teori peluang dari 4 kelompok. Ke empat kelompok tersebut secara berurutan masing-masing terdiri dari 25, 20, 10 dan 15 tugas dan dalam tugas tidak ada yang sama. Berapa banyak pilihan tugas mahasiswa tersebut dar kempat kelompok?

Jawab :

Dalam soal diatas mahasiswa dapat memilih tugas dari kelompok tersebut yang tidak ada tugas yang sama dalam kelompok tersebut. Pada kaidah penjumlahan siswa dapat memilih tugas terdapat

$25+\cdots+\cdots+15=\cdots \, cara \; untuk \; memilih \; tugas$

4. Perpustakaan UPH memiliki koleksi 65 buku Aljabar linear dan 35 buku kalkulus dasar. Tentukanlah banyaknya kemungkinan bagi mahasiswa dalam memilih buku dari kedua jenis buku tersebut tanpa memperhatikan jenis buku tersebut?

Jawab : $65+\cdots=\cdots \, cara \; untuk \; memilih \; buku$

5. Perpustakan di SMA Negeri 1 Telukdalam memiliki koleksi buku akademik sebanyak 400 buku, buku fiksi (novel/komik) ada 150 buku, serta 80 buku majalah. Revianto, siswa SMA tersebut diminta untuk mengambil acak salah satu buku dari perpustakan sebagai hadiahnya karna telah membaca buku lebih dari 170 jenis. Untuk itu, ada berapa kemungkinan revianto mengambil buku secara acak!

Jawab : $150+\cdots+\cdots=\cdots \, cara \; untuk \; memilih \; buku$

6. Untuk membentuk pengurus kelas 12 IPA, tersedia 2 calon ketua, 3 orang calon sekretaris, dan 2 calon bendahara dan tidak ada yang dicalonkan pada dua atau lebih pada kedudukan yang berbeda. Berapakah cara menentukan susunan pengurus yang

terdiri dari seorang ketua, sekretaris dan bendahara yang dapat dibentuk?

Jawab :

Pada pemilihan ketua ada dua cara memilih karena ada 2 calon, pemilihan sekretaris 3 cara kareana ada 3 calon dan pemilihan bendahara ada 2 cara Karena calon ada 2. Pada prinsip perkalian susunan pengurus dapat dibentuk dengan,

$\ldots . \times \ldots \times \ldots = \cdots cara$

Jadi susunan pengurus dapat dibentuk dengan … cara

7. Sekolah SMA SWASTA BINA KASIH terdapat 15 kelas. Setiap masing-masing kelas siswanya 30 siswa. Berapa banyak siswa yang berada disekolah SMA SWASTA BINA KASIH tersebut?

Jawab :

Pada soal diatas menghitung siswa dapat dipecah menjadi menghitung kelas dan menghitung siswa disetiap kelas. Dalam kaidah perkalian dapat diketahui

$\ldots . \times \ldots = \cdots siswa\ disekolah\ tersebut$

8. Starbuck menyediakan menu minuman yang beragam yakni 8 jenis minuman kopi, 6 jenis minuman soda, dan 2 jenis minuman susu. Ada berapa macam cara untuk mahasiswa dalam memilih minuman dikantin?

Jawab :

$\ldots . \times \ldots \times 2 = \cdots cara$

9. Warteg Bu Nina menyediakan 8 macam makanan yaitu nasi goreng, mie ayam, soto ayam, ayam bakar, sate ayam, ayam geprek, ayam semur, dan ayam penyet. Kantin juga menyediakan 5 macam minuman, yaitu air minum tawar, teh tawar,es teh manis, kopi, jus buah, es campur. Setiap pembeli di kantin tersebut wajib memesan satu makanan dan satu minuman, untuk

itu ada berapa cara mahasiswa dalam memilih makanan dan

Tempat ke-						
Banyak cara						

minuman dikantin ?

Jawab : $8 \times ... = \cdots cara$

10. Berapa banyak password (kata kunci) pintu disebuah apartemen dengan panjang 6 angka yang dapat dibentuk dari angka-angka 1, 2, 3, 4, 5, dan 6 jika tidak boleh ada angka berulang?

Jawab :

Untuk dapat menentukan banyaknya cara dimaksud, dapat dilakukan secara sistematis sebagai berikut. Kita sediakan 6 tempat yang dapat ditempati 6 angka yang disediakan.

$$... \times ... \times .... \times ... \times ... \times 1 = \cdots$$

11. Ada berapakah cara bila ada 6 orang siswa (adi, ado, adu, ade, acip, acep dan ucup) menempati tempat duduk yang akan disusun dalam susunan yang teratur?

Jawab :

6P6 = $6! = \cdots \times ... \times ... \times ... \times ... \times ... = \cdots cara$

12. 4 Mahasiswa prodi Pendidikan Matematika yang di undang datang ke rapat sendiri-sendiri atau tidak bersamaan. Banyak cara kedatangan keempat mahasiswa?

Jawab :
Diketahui : n = 4, menyatakan jumlah mahasiswa yang diundang
r = 1, menyatakan datang sendiri-sendiri atau tidak bersamaan

$$P(4,1) = \frac{4!}{(... - \cdots)!} = \frac{...! \times ...!}{3!} = \cdots!$$

13. Kampus UKI akan menyusun tim untuk panitia PPMB yang terdiri dari 12 orang mahasiswa. Namun hanya 5 orang yang menjadi panitia PPMB. Tentukan banyak cara yang bisa dipakai untuk memilih para pemain utama tersebut?

Jawab :
Diketahui : n = 12, menyatakan jumlah mahasiswa yang dicalonkan menjadi panitia PPMB r = 5, menyatakan mahasiswa yang menjadi panitia

$$P(12,5) = \frac{...!}{(... - 5)!} = \frac{12 \times ...! \times 10 \times ...! \times ... \times 7!}{7!} = \cdots!$$

14. Dalam rangka Dies natalis UKI ke 66 yang akan datang di kampus akan dibentuk panitia inti sebanyak 6 orang terdiri dari ketua, wakil ketua, sekretaris, wakil sekretaris, bendahara dan wakil bendahara. Calon panitia tersebut ada 8 orang yaitu Anna, Anni, Enni, Adit, Alan, Aji, Manda, Gerald, dan Jeje. Berapakah cara yang menjadi panitia inti tersebut?

Jawab :
Diketahui : n = 8, menyatakan jumlah mahasiswa yang dicalonkan menjadi panitia PPMB r = 6, menyatakan mahasiswa yang menjadi panitia

$$P(8,6) = \frac{...!}{(8 - \cdots)!} = \frac{...! \times ...! \times 6! \times ...! \times ... \times ... \times 2!}{2!} = \cdots!$$

15. 8 orang finalis Miss Indenoseia 2019 akan dipilih secara acak 3 peserta yang terbaik. Ada berapa cara untuk memilih peserta terbaik tersebut?
Jawab :
Diketahui : n = 8, menyatakan jumlah finalis miss Indonesia r = 3, menyatakan peserta terbaik

$$P(8,3) = \frac{...!}{(... - \cdots)!} = \frac{...! \times ...! \times ...! \times ...!}{5!} = 336!$$

16. Dalam mengadakan suatu pemilihan dengan menggunakan objek 5 mahasiswa untuk di wawancarai, maka untuk memilih 3

orang untuk satu kelompok. Ada berapakah kita dapat menyusunnya?

Jawab :
Diketahui : n = 5, menyatakan jumlah mahasiswa yang diwawancara. k = 3, menyatakan mahsiswa yang dpilih.

$$.^{5}C_{3}=\frac{5!}{3!\,(5-3)}=\frac{...\times...\times...\times...\times...}{3\times2\times1(2\times1)}=\frac{...}{12}=\cdots$$

17. Terdapat 7 mahasiswa yang lulus seleksi pada suatu komptensi kewirausahaan. Namun pemenang hanya ada 3 mahasiswa terbaik. Tentukanlah berapa banyak cara yang dilakukan dalam memilih 3 mahasiswa dari 7 mahasiswa yang lulus seleksi?

Jawab :
Diketahui : n = 7, menyatakan jumlah yang lulus seleksi. k = 3, menyatakan mahasiswa terbaik.

$$.^{7}C_{3}=\frac{7!}{3!\,(7-3)}=\frac{7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{...\times...\times..(...\times...\times...\times...\times...)}=\frac{...}{...}=\cdots$$

18. Di Sekolah Tinggi Ilmu Pendidikan telah diseleksi 6 mahasiswa yang berbakat dan mahir dalam bidang kewirausahaan. Berapa banyak cara pemilihan yang mungkin jika dipilih 4 mahasiswa untuk mewakili kompetisi kewirausahaan ?

Jawab :
Diketahui : n = 6, menyatakan jumlah yang lulus seleksi. k = 3, menyatakan mahasiswa yang dipilih.

$$C(6,4)=\frac{6!}{4!\,(4-2)}=\frac{...\times...\times...\times...\times...\times...}{...\times...\times...\times...(...\times...)}=\frac{...}{...}=\cdots$$

19. Contohnya ada 5 warna cat gambar, yaitu merah, jingga, kuning, kuning, hijau, dan biru. Jika 3 warna cat gambar akan dicampurkan akan membentuk warna baru. Ada berapa banyak warna baru yang akan diperoleh?

Jawab :
Diketahui : n = 5, menyatakan jumlah yang lulus seleksi. k = 3, menyatakan mahasiswa yang dipilih.

$$C(5,3) = \frac{5!}{5!\,(\ldots - \cdots)} = \frac{\ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots}{\ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots (2 \times 1)} = \frac{\ldots}{\ldots} = \cdots$$

20. Dalam suatu kelompok PPMB terdapat 10 mahasiswa yang masih belum mengenal satu sama lain. Agar dapat mengenal satu sama lain mereka saling berjabat tangan. Berapakah banyaknya jabat tangan yang terjadi?

Jawab :
Diketahui : n = 10, menyatakan jumlah kelompok PPMB. k = 2, menyatakan jumlah mahasiswa yang saling berjabat tangan.

$$C(10,2) = \frac{10!}{2!\,(\ldots - \cdots)} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{8!\,.2!} = \frac{\ldots}{\ldots} = 45$$

21. Tentukan nilai dibawah ini?
   a. $10!$
   b. $12! \times 3!$

Jawab :
   a. $10! = \cdots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots = \cdots$

   b. $8!\,.3! = 8 \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times 3 \times 2 \times 1$
   $= \cdots$

22. Hitunglah nilai dari, $\frac{6!.2!}{3!}$!

Jawab :

$$\frac{6!\,.2!}{3!} = \frac{6 \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times 2 \times \ldots}{3!}$$
$$= 6 \times 5 \times 4 \times 2 \times 1 = \cdots$$

23. 5 buah gambar photo cici, caca, coco, cece, ceci, dan cia akan dipanjang di dinding rumah. Berapakah jumlah susunan yang dapat dibentuk dari kelima gambar photo tersebut?

Jawab:
Diketahui : jumlah gambar photo yang akan dibentuk susunannya adalah 5 maka jumlah susunannya yang dapat dibentuk adalah 5!

$$5! = \cdots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots = \cdots$$

24. Tentukan nilai dari $\frac{12!}{4!}$!

Jawab :

$$\frac{12!}{4!} = \frac{\ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times 4!}{4!}$$
$$\frac{12!}{4!} = \cdots$$

25. Tentukan nilai dari $6! + 3! + 2!$

Jawab :

$$6! + 3! + 2! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 3 \times 2 \times 1 + 2 \times 1$$
$$= \cdots + \cdots + \cdots = \cdots$$

26. Sebuah kotak berisi pensil warna dengan jumlah 20, terdiri 10 pensil warna biru 10 pensil warna merah. Tentukan peluang terambilnya 5 bola biru dan 5bola ungu !

Jawab :
Peluang terambilnya 5 bola (...+..)

$$C_{10}^{20} = \frac{\ldots!}{\ldots!\,10!}$$

$$= \frac{20 \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times 11!}{10!..\times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times..!} = \cdots$$

Peluang terambilnya 5 pensil warna biru

$$C_5^{10} = \frac{\dots!}{5!\dots!} = \frac{..\times\dots\times\dots\times\dots\times\dots\times\dots!}{5!\dots\times\dots\times\dots\times\dots\times\dots} = \cdots$$

Peluang terambilnya 5 pensil warna merah

$$C_5^{10} = \frac{\dots!}{5!\dots!} = \frac{..\times\dots\times\dots\times\dots\times\dots\times\dots!}{5!\dots\times\dots\times\dots\times\dots\times\dots} = \cdots$$

Maka, cara mencarinya ialah dengan membagi peluang terambilnya pensil dengan hasil kali peluang pensil warna

$$P\ (5\ biru\ dan\ 5\ merah) = \frac{\dots\times\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

27. Sebuah Losmen mempunyai papan seluncur dengan jumlah 8, terdiri 4 warna putih dan 4 warna biru. Tentukan peluang terambilnya 2 papan seluncur putih dan 2 papan seluncur biru !

Jawab :

Peluang terambilnya 2 papan seluncur (...+..)

$$C_3^8 = \frac{\dots!}{8!\dots!} = \frac{\dots\times\dots\times\dots\times\dots\times\dots!}{\dots!\dots\times\dots\times\dots\times\dots\times\dots\times\dots\times\dots} = \cdots$$

Peluang terambilnya 2 papan seluncur putih

$$C_2^4 = \frac{\dots!}{\dots!\dots!} = \frac{..\times\dots!}{\dots!\dots!} = \cdots$$

Peluang terambilnya 2 papan seluncur biru

$$C_2^4 = \frac{\dots!}{\dots!\dots!} = \frac{..\times\dots!}{\dots!\dots!} = \cdots$$

Maka, cara mencarinya ialah dengan membagi peluang terambilnya pensil dengan hasil kali peluang pensil warna

$$P\ (2\ putih\ dan\ 2\ biru) = \frac{\dots\times\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

8.9 KEGIATAN PEMBELAJARAN 9. SOAL LATIHAN MANDIRI

Kerjakanlah soal dibawah ini dengan teliti dan benar !

1. Dalam perjalanan dari Bekasi ke Bandung ada berbagai alat transportasi yang bisa digunakan, yakni ada 4 jenis travel yang menuju ke Bandung, ada 2 jenis bus yang kearah Bandung, dan ada 3 jalur motor yang bisa dilewati. Tentukan ada berapa macam cara menuju kota Bandung dari Bekasi ?

2. Himpunan Matematika UNAI saat ini memerlukan ketua pengganti dikarenakan ketua sebelumnya memutuskan untuk turun jabatan. Jumlah anggota saat ini ada 100 orang laki-laki dan 50 perempuan. Tentukan ada berapa cara dalam memilih ketua penggati yang bias gender (laki-laki/perempuan) !

3. Dua buah dadu dilemparkan keudara, berapakan peluang munculnya dadu berjumalah 5 atau 7 ?

4. Menjelang pergantian kepengurusan RT di desa Cilengi akan dipilih pengurus baru yang terdiri dari dua orang (ketua dan sekertaris desa) dari 10 calon yang telah lolos seleksi. Tentukan ada berapa cara dalam memilih pengurus baru ?

5. Berapa banyak bilangan genap antara 2000 dan 10.000 (termasuk 2000 dan 10.000 itu sendiri) yang :

   b. Semua angkanya berbeda

   c. Terdapat angka yang berulang

6. Berapa banyak password (kata kunci) dengan panjang 6 angka yang dapat dibentuk dari angka-angka 1, 3, 5, 7, dan 9 dengan syarat tidak boleh ada angka berulang ?

7. Ada berapa macam cara dalam menuyusun objek dibawah ini:
   a. 10 kursi
   b. 5 meja
   c. 12 bendera
   d. 7 gedung

8. Di kantor pusat KPK ada 5 orang pejabat yang akan dicalonkan menjadi ketua KPK periode berikutnya, untuk itu pagi ini disiapkan kursi melingkar bagi mereka yang akan diwawancarai oleh Ketua KPK sebelumnya. Tentukan ada berapa macam cara dalam menyusun kursi bagi ke-5 calon ?

9. Dalam wawancara penyiar SCTV terdapat 25 pendaftar yang akan mengisi 2 kekosongon penyiar. Tentukan ada berapa macam cara dalam memilih pendaftar untuk mengisi kekosongan penyiar SCTV ?

10. Dari angka 1,2,4,7,9 ada berapa banyak 3 digit yang dapat dibentuk ? dengan syarat bilangan yang dibentuk harus lebih dari 300!

11. Carilah berapa banyak kata yang dapat disusun dari kata dibawah ini :
    a. ANCOL
    b. DUFAN
    c. ANYER

12. Ada berapa banyak cara dalam menyusun kata dibawah ini:
    a. RAMAYANA
    b. BOROBUDUR
    c. KUTA BALI

13. 10 Orang calon ketua DPR tahun 2009 duduk disebuah meja berbentuk lingkaran untuk saling berdiskusi dan mengajukan tanya-jawab. Ada berapa cara untuk menyusun kursi para calon DPR tersebut?

14. 10 kursi akan disusun seperti bantuk huruf O (melingkar), tentukan ada berapa macam cara dalam menyusun kursi tersebut?

15. UKM Badminton akan memilih ketua, wakil, dan bendahara untuk periode 2018/2019, jumlah kandidat untuk ketiga posisi itu ada 10 orang. Tentukan ada berapa macam cara dalam memilih ketiga jabatan tersebut ?

16. Kelas 12 MIPA 5 SMA Kendari terdiri dari 40 murid, yang terbagi atas 25 murid laki-laki dan 15 murid perempuan. Dari kelas itu akan dipilih 3 orang murid secara acak sebagai perwakilan dalam lomba debat di acara 'Hari Guru', ada berapakah peluang terpilihnya:
    a. ketiga-tiganya perempuan
    b. dua perempuan dan satu laki-laki
    c. ketiganya laki-laki

17. Terdapat sebuah kotak harta karun yang berisi bola air yang memiliki warna beragam, yakni 10 bola ungu, 5 bola biru, dan 15 bola putih. Tentukan peluang terambilnya 3 buah bola berwarna ungu, biru, dan putih ?

18. Perhatikan soal sebelmunya (soal 16), tentukanlah peluang terambilnya:
    a. 2 putih dan 1 biru
    b. 2 ungu dan 1 putih
    c. 2 ungu dan 2 biru

19. Berapa banyak permutasi dari cara duduk 10 orang juri dengan total kursi hanya 5 kursi kosong, dimana ada satu juri yang selalu duduk ditempat tertentu !

20. Seorang petani kebun the akan mebeli benih untuk menanam ulang tanaman dikebun tehnya dengan bibit tanaman yanng berbeda. Petani ingin membeli benih strawberry 4kg dan benih nanas 5kg dari pemasok yang memiliki cadangan benih strawberry 12kg dan nanas 15kg, tentunkan ada berapa macam cara petani tersebut memilih benih yang Ia inginkan !

21. Diketahui himpunan A = {1,2,3,4,5,6,7} dan B = $\{m, n, o, p, k\}$,dari kedua himpunan tersebut carilah banyak cara dalam memilih 4 elemen dari himpunan A dan B ?

22. Club basket SMP Kudadari akan memilih 6 orang (4 laki-laki dan 2 perempuan) yang akan menjadi satu team dalam perlombaan Internasional di Bali. Ada berapa cara pelatih dalam memilih 6 orang tersebut dari jumlah anggota 20 orang laki-laki dan 18 orang perempuan !

23. Terdapat karung yang berisi 10 buah mangga, 8 buah semangka, dan 5 sisir pisang. Tentukan peluang terambilnya 4 buah mangga, 2 buah semangka, dan 3 sisir pisang ?

24. Florist Motel di Bandung memiliki jumlah kamar 5 yang tiap kamarnya bisa diisi 1 sampai 2 kepala. Nicole dan 9 temannya memutuskan untuk menginap di motel tersebut, tentukan ada berapa macam cara dalam menyusun kamar secara acak !

25. Buatlah dan jawablah 2 soal dari masing-masing materi yang sudah dijelaskan dalam modul ini!