



**BMP.UKI: SPT-01-SB1-TS-V-2023**

**BUKU MATERI PEMBELAJARAN  
STATIKA DAN MEKANIKA STRUKTUR 1**

Disusun oleh:

**Dr. Ir. Pinondang Simanjuntak,MT**

**PROGRAM STUDI TEKNIK SIPIL  
FAKULTAS TEKNIK  
UNIVERSITAS KRISTEN INDONESIA  
JAKARTA  
2023**

## 1. KATA PENGANTAR

Buku Materi Pembelajaran (BMP) ini merupakan buku pembelajaran bagi para mahasiswa semester dua (II) Program Studi Teknik Sipil, Universitas Kristen Indonesia. Nama buku materi pembelajaran ini adalah **Statika dan Mekanika Struktur 1**, yaitu modul mata kuliah yang membahas Pengantar Statika, Macam Gaya dan beban pada berbagai jenis perletakan sederhana, Perletakan 3 sendi, Portal biasa, Garis pengaruh, portal 3 sendi, Pelengkung 3 sendi dan Rangka batang.

Pelajaran dalam BMP ini menekankan pemahaman mengenai pengertian Statika dan mekanika struktur pada perletakan sederhana dan perletakan yang lebih kompleks. Buku modul ini disusun dalam duabelas modul yang secara keseluruhan memiliki bobot 4 sks di mana masing-masing modul akan memperlihatkan pokok-pokok penting yang harus dipahami mahasiswa dalam pembelajaran Statika dan Mekanika struktur1.

Jakarta, 1 September 2023

Penyusun,

Dr. Ir. Pinodang simanjuntak,MT

## 2. DAFTAR ISI

### 3.

<b>KATA PENGANTAR</b> .....	1
<b>DAFTAR ISI</b> .....	2
<b>Daftar Tabel</b> .....	6
<b>Daftar Gambar</b> .....	7
<b>PETUNJUK PENGGUNAAN BUKU MATERI PEMBELAJARAN</b> .....	9
<b>RENCANA PEMBELAJARAN SEMESTER</b> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>ATURAN PERKULIAHAN DAN EVALUASI</b> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>MODUL 1</b> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>Pengantar Perencanaan Struktur Beton &amp; Material Pembentuk Beton Bertulang</b> <b>Error!</b>	<b>Bookmark not defined.</b>
A. Kegiatan Pembelajaran 1: Pengantar Perencanaan Struktur Beton dan Material Pembentuk Beton Bertulang .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
1. Kemampuan akhir .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
2. Uraian Materi .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
B. Pengertian, Definisi, dan Sifat Unsur Beton .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
C. Beton Normal .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
D. Beton Mutu Tinggi .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
E. Peraturan Desain dan Tata Cara Perhitungan Komponen Beton Bertulang	<b>Error! Bookmark</b>
<b>not defined.</b>	
F. Beton dan Beton Bertulang.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
G. Kelebihan Beton Bertulang Sebagai Bahan Struktur .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
H. Sifat dan Bentuk-Bentuk Baja Tulangan.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
I. Kelemahan Beton Bertulang Sebagai Bahan Struktur .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
J. Pembebanan Pada Struktur .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
K. Kuat Perlu dan Kuat Rencana .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
L. Kriteria Disain Struktur dan Elemen Struktur .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
M. Latihan .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
N. DAFTAR PUSTAKA.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>MODUL 2</b> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>

## KUAT TEKAN BETON, REGANGAN, TEGANGAN, DAN TEORI KEKUATAN BATAS

.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
A. Kegiatan Pembelajaran 1: Kuat Tekan Beton.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
1. Kemampuan akhir.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
2. Uraian Materi.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
B. Kuat Tekan Beton.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
C. Kuat Tarik.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
D. Kuat Lentur.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
E. Kegiatan Pembelajaran 2: Regangan, Tegangan, dan Teori Kekuatan Batas.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
1. Kemampuan akhir.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
2. Uraian Materi.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
F. Perilaku Tegangan dan Regangan.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
G. Prinsip –Prinsip Desain Struktur Beton.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
H. Tulangan Maksimum dan minimum.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
I. Jenis Keruntuhan Balok.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
J. Latihan.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
K. DAFTAR PUSTAKA.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>

## MODUL 3..... **Error! Bookmark not defined.**

### ANALISIS DAN PERENCANAAN BALOK BETON BERTULANGAN TUNGGAL DAN RANGKAP..... **Error! Bookmark not defined.**

A. Kegiatan Pembelajaran 1: Disain Perencanaan Balok Beton Bertulangan Tunggal.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
1. Kemampuan akhir.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
2. Uraian Materi.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
B. Analisis Penampang Balok Persegi Bertulangan Tunggal.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
C. Faktor Momen Pikul K dan nilai a.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
D. Spasi Tulangan dan Selimut Beton.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
E. Kegiatan Pembelajaran 2: Disain Perencanaan Balok Beton Bertulangan Rangkap.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
1. Kemampuan akhir.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
2. Uraian Materi.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
F. Analisis Penampang Balok Persegi Bertulangan Rangkap.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>

G. Fungsi Tulangan Rangkap (Tekan dan Tarik).....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
H. Analisa Kapasitas Momen Pada Penampang Bertulangan Rangkap .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
I. LATIHAN .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
J. DAFTAR PUSTAKA.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>MODUL 4.....</b>	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>Desain Balok Beton Bertulang Terhadap Gaya Geser.....</b>	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
A. Kegiatan Pembelajaran 1: Jenis/ tipe keruntuhan dan pola retak balok beton bertulang pada kondisi seimbang, tarik, dan tekan .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
1. Kemampuan akhir.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
2. Uraian Materi .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
B. Retak Pada Balok Beton Bertulang .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
C. Retak Balok Akibat Gaya Geser .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
D. Mengatasi Retak Geser .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
E. Pemasangan Tulangan Geser.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
F. Kegiatan Pembelajaran 2: Perencanaan Tulangan Geser pada Balok Beton Bertulang.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
1. Kemampuan akhir.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
2. Uraian Materi .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
G. Perencanaan Tulangan Geser/ Begel Balok.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
H. Perhitungan nilai Vs dengan analogi rangka batang.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
I. LATIHAN .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
J. DAFTAR PUSTAKA .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>MODUL 5.....</b>	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>Analisis dan Disain Balok T.....</b>	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
A. Kegiatan Pembelajaran 1: Analisa Penampang Balok T dengan Tulangan Tunggal.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
1. Kemampuan akhir.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
2. Uraian Materi .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
B. Pendahuluan .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
C. Analisis Balok T .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
D. Faktor Momen Pikul “K” .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
E. Perencanaan Balok “T” untuk Tulangan Tunggal.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>

F. Kegiatan Pembelajaran 1: Analisa Penampang Balok T dengan Tulangan Rangkap	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
1. Kemampuan akhir	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
2. Uraian Materi	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
G. Balok T dengan Tulangan Rangkap	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
H. Prosedur desain balok T dengan tulangan rangkap	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
I. LATIHAN	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
J. DAFTAR PUSTAKA	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>MODUL 6</b>	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>Analisis dan Disain Tulangan Torsi Balok</b>	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
A. Kegiatan Pembelajaran 1: Analisis dan Disain Tulangan Torsi Balok	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
1. Kemampuan akhir	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
2. Uraian Materi	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
B. Defenisi Torsi	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
C. Tegangan Geser akibat Torsi	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
D. Perilaku torsi sebelum terjadi retak	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
E. LATIHAN	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
F. DAFTAR PUSTAKA	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>MODUL 7</b>	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>PERENCANAAN PELAT BETON</b>	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
A. Kegiatan Pembelajaran 1: Perencanaan Pelat Satu Arah ( <i>One Way Slab</i> )	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
1. Kemampuan akhir	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
2. Uraian Materi	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
B. Defenisi Pelat Beton	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
C. Tumpuan Pelat	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
D. Jenis Perletakan Pelat pada Balok	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
E. Jenis-Jenis Pelat Beton Bertulang	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
F. Desain Pelat Satu Arah	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
G. Kegiatan Pembelajaran 2: Perencanaan Pelat Dua Arah ( <i>Two Way Slab</i> )	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
1. Kemampuan akhir	<b>Error! Bookmark not defined.</b>

2. Uraian Materi .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
H. Pelat Dua Arah (Two Way Slab) .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
I. Jenis/ Tipe Pelat Dua Arah (Two Way Slab).....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
J. Metode Perencanaan Langsung Pelat Dua Arah .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
K. Latihan .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>L. DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>BIODATA PENULIS .....</b>	<b>Error! Bookmark not defined.</b>

#### 4. Daftar Tabel

5.

6.

Tabel 1. 1 Ukuran Baja Tulangan Beton Polos .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Tabel 1. 2 Ukuran Baja Tulangan Beton Sirip .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Tabel 1. 3 Berat Material Bangunan.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Tabel 1. 4 Besarnya Intensitas Beban Hidup Pada Lantai Gedung.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Tabel 1. 5 Faktor reduksi kekuatan .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Tabel 2. 1 Faktor Koreksi Rasio Panjang (L) dengan Diameter (D) benda uji.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Tabel 3. 1 Momen Nominal Penampang.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Tabel 3. 2 Ketebalan selimut beton untuk komponen struktur beton nonprategang yang dicor di tempat. ....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Tabel 3. 3 Ketebalan Selimut Beton Untuk Komponen Struktur Beton Prategang yang di Cor di Tempat. ....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Tabel 3. 4 Ketebalan Selimut Beton Untuk Beton Pracetak nonprategang dan prategang yang di Produksi pada Kondisi Pabrik.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Tabel 4. 1 Diameter minimum bengkokan. ....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Tabel 4. 2 Geometri kait standar untuk penyaluran batang ulir pada kondisi Tarik. ....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Tabel 4. 3 Diameter sisi dalam bengkokan minimum dan geometri kait standar untuk sengkang, ikat silang, dan sengkang pengekang. ....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Tabel 4. 4 Rasio Tulangan Minimal ( $\rho_{\text{minimum}}$ ) dalam persen (%).	<b>Error! Bookmark not defined.</b>

Tabel 7. 1 Tebal minimum pelat.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Tabel 7. 2 Batasan Lendutan Pelat. ....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Tabel 7. 3 Persyaratan Tulangan Susut dan Suhu Untuk Pelat.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Tabel 7. 4 Minimum Pelat Tanpa Balok Dalam.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Tabel 7. 5 Distribusi Momen Pada Pelat Ujung.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Tabel 7. 6 Analisa perhitungan momen pada pelat 2 arah.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>

## 7. Daftar Gambar

8.

9.

Gambar 1. 1 Balok beton bertulang. ....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Gambar 1. 2 Kolom beton bertulang.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Gambar 1. 3 Besi/ Tulangan Polos.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Gambar 1. 4 Besi/ Tulangan Sirip/ Deform. ....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Gambar 1. 5 Jaring kawat baja (wiremesh).....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Gambar 2. 1 Tegangan dan Regangan pada benda uji silinder.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Gambar 2. 2 Sketsa gambar tipe/ bentuk kehancuran pada benda uji silinder. ....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Gambar 2. 3 Uji Tarik Belah Beton Silinder.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Gambar 2. 4 Posisi posisi pengujian kuat lentur dengan metode third point loading.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Gambar 2. 5 Concrete and Steel Stress Strain Curve. ....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Gambar 2. 6 Bagan Prinsip Desain Struktur. ....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Gambar 2. 7 Pola keruntuhan pada beton bertulang.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Gambar 3. 1 Distribusi Regangan Tegangan pada Balok Beton Bertulangan Tunggal.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>



Gambar 3. 2 Pengujian Balok dengan menggunakan tulangan dan tanpa tulangan. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 3. 3 Penampang Balok dengan Tulangan As dan As'. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 3. 4 Penampang Balok Persegi Bertulangan Rangkap. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 3. 5 Distribusi Regangan Tegangan pada Balok Beton Bertulangan Rangkap. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 4. 1 Tulangan Geser dan Tulangan Longitudinal Balok. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 4. 2 Jenis begel pada balok. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 4. 3 Detail batang tulangan berkait untuk penyaluran kait standar. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 4. 4 Perhitungan nilai Vs dengan analogi rangka batang. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 5. 1 Lenturan balok dengan flens. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 5. 2 Ketetapan analisis balok T berdasarkan zona tekan beton. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 5. 3 Lebar efektif flens. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 5. 4 Penampang balok T bertulangan tunggal pada kondisi momen maksimum. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 5. 5 Garis netral jatuh di flens. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 5. 6 Garis netral jatuh di badan (web). **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 5. 7 Diagram regangan, tegangan dan gaya balok T tulangan rangkap. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 5. 8 Diagram regangan, tegangan dan gaya balok T tulangan rangkap kondisi seimbang. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 5. 9 Penampang balok T dan diagram tegangan – regangan. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 6. 1 Torsi pada beberapa bangunan akibat gaya aksial dan momen. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 6. 2 Tegangan geser akibat torsi. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 6. 3 Retak Akibat Torsi Menurut Analogi Rangka Ruang. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 7. 1 Pelat ditumpu balok (monolit). **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 7. 2 Pelat ditumpu dinding/ tembok. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 7. 3 Pelat ditumpu balok baja dengan sistem komposit. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 7. 4 Pelat ditumpu kolom secara langsung (pelat cendawan). **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 7. 5 Pelat terletak bebas. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 7. 6 Pelat terjepit elastis. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 7. 7 Pelat terjepit penuh. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 7. 8 Pelat Kantilever. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 7. 9 Sistem Pelat Rusuk (Joist Construction) **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 7. 10 Koefisien Momen untuk Balok dan Pelat Menerus. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 7. 11 Detail Penulangan Pelat Satu Arah. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 7. 12 Pelat Dua Arah. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 7. 13 Slab Datar (flat slab). **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 7. 14 Pelat Datar (flat plate). **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 7. 15 Pelat dua arah berusuk dan pelat waffle **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 7. 16 Distribusi Momen Pada suatu pelat dalam. **Error! Bookmark not defined.**

Gambar 7. 17 Distribusi Momen Statik Total Menjadi Momen Positif dan Negatif. **Error! Bookmark not defined.**

## 10. PETUNJUK PENGGUNAAN BUKU MATERI PEMBELAJARAN

Buku Materi Pembelajaran ini akan membantu dan memudahkan para mahasiswa untuk memahami dan menganalisis Statika dan Mekanika Struktur , serta memungkinkan mereka untuk menjawab permasalahan Statika dan Mekanika Struktur sesuai dengan kondisi dan perkembangan Ilmu Struktur pada saat ini, dan menolong agar mereka mampu memberikan pemahaman Konsep dan implementasi Statika dan Mekanika Struktur saat mereka terjun kedalam duni pekerjaan.

Buku ini terdiri dari **tujuh modul** di mana para mahasiswa dapat mempelajari modul ini dengan cara yang berurutan. Setiap mahasiswa diharapkan dapat menguasai dan mengembangkan setiap materi dalam setiap modul, dan kemudian mewujudkannya dalam bentuk kegiatan pengabdian kepada masyarakat.

Setelah mempelajari setiap modul dalam buku ini. Setiap kegiatan belajar disertai dengan tes kompetensi sebagai alat ukur untuk mengetahui tingkat penguasaan para mahasiswa akan materi dalam setiap modul. Modul- modul ini perlu dicermati dan dipelajari dengan seksama agar mahasiswa dapat memahami secara mendalam mengenai

tahapan-tahapan perhitungan Statika dan Mekanika Struktur pada berbagai bentuk perletakan dan struktur Statis tertentu.

### **CAPAIAN PEMBELAJARAN LULUSAN: SIKAP, PENGETAHUAN, KETERAMPILAN UMUM, DAN KETERAMPILAN KHUSUS**

Capaian pembelajaran lulusan yang dibebankan pada mata kuliah Struktur Beton 1 adalah:

#### **Sikap:**

- S6: Menghargai keanekaragaman budaya, **pandangan**, agama, dan kepercayaan, serta **pendapat** atau **temuan orisinal** orang lain.
- S7: **Bekerja sama** dan memiliki kepekaan sosial serta kepedulian terhadap masyarakat dan lingkungan
- S8: Menginternalisasi nilai, norma, dan **etika akademik**
- S9: Menunjukkan **sikap bertanggungjawab** atas pekerjaan di bidang keahliannya secara mandiri.
- S10: Memiliki tata nilai UKI: Rendah Hati, Berbagi dan Peduli, Profesional, Bertanggung Jawab, Disiplin, Berintegritas.

### **Keterampilan Umum:**

- KU7: Mampu menerapkan pemikiran *logis, kritis, sistematis*, dan *inovatif* dalam konteks pengembangan atau implementasi ilmu pengetahuan dan teknologi yang memperhatikan dan menerapkan nilai humaniora yang sesuai dengan bidang keahliannya;
- KU8: Mampu menunjukkan *kinerja mandiri, bermutu*, dan *terukur*;
- KU9: Mampu *mengambil keputusan secara tepat* dalam konteks penyelesaian masalah di bidang keahliannya, berdasarkan hasil *analisis informasi* dan data;
- KU10: Mampu melakukan proses *evaluasi diri* terhadap kelompok kerja yang berada di bawah tanggung jawabnya, dan mampu mengelola pembelajaran secara mandiri;
- KU11: Mampu memelihara dan mengembangkan jaringan kerja dengan pembimbing, kolega, sejawat baik di dalam maupun di luar lembaganya.
- KU12: Mampu melakukan proses evaluasi diri terhadap kelompok kerja yang berada di bawah tanggung jawabnya, dan mampu mengelola pembelajaran secara mandiri.

### **Keterampilan Khusus:**

- KK7: Mampu menerapkan prinsip-prinsip matematika dan sains alam, serta prinsip rekayasa (*engineering principles*) untuk menyelesaikan masalah rekayasa kompleks (*complex engineering problem*) bidang teknik sipil.
- KK8: Mampu menemukan sumber masalah rekayasa melalui proses penyelidikan, analisis, interpretasi data dan informasi berdasarkan prinsip-prinsip rekayasa teknik sipil.
- KK9: Mampu melakukan riset yang mencakup identifikasi, formulasi dan analisis masalah rekayasa teknik sipil.
- KK10: Mampu merumuskan alternatif solusi untuk menyelesaikan masalah rekayasa kompleks bidang teknik sipil dengan memperhatikan faktor-faktor ekonomi, kesehatan dan keselamatan publik, kultural, sosial dan lingkungan.
- KK11: Mampu merancang sistem, proses, dan komponen bidang teknik sipil dengan pendekatan analitis dan mempertimbangkan standar teknis, aspek kinerja, keandalan, kemudahan penerapan, keberlanjutan, serta memperhatikan faktor-faktor ekonomi, kesehatan dan keselamatan publik, kultural, sosial dan lingkungan.
- KK12: Mampu memilih sumberdaya dan memanfaatkan perangkat perancangan dan analisis rekayasa berbasis teknologi informasi dan komputasi yang sesuai untuk melakukan aktivitas rekayasa teknik sipil.

### **Pengetahuan:**

- P3: Menguasai prinsip dan teknik perancangan sistem, proses, atau komponen.
- P3: Menguasai prinsip dan issue terkini dalam ekonomi, sosial, ekologi secara umum.
- P3: Menguasai pengetahuan tentang teknik komunikasi dan perkembangan teknologi terbaru dan terkini.

- P5: Menguasai konsep teoretis sains alam, aplikasi matematika rekayasa; prinsip-prinsip rekayasa (*engineering fundamentals*), sains rekayasa dan perancangan rekayasa yang diperlukan untuk analisis dan perancangan sistem, proses, produk atau komponen.
- P5: Menguasai prinsip-prinsip peraturan, norma, standar, pedoman dan manual baik secara nasional dan/atau internasional yang berlaku pada bidang teknik sipil.

## **MODUL 1**

# PENGETIAN DASAR STATIKA

## A. GAYA

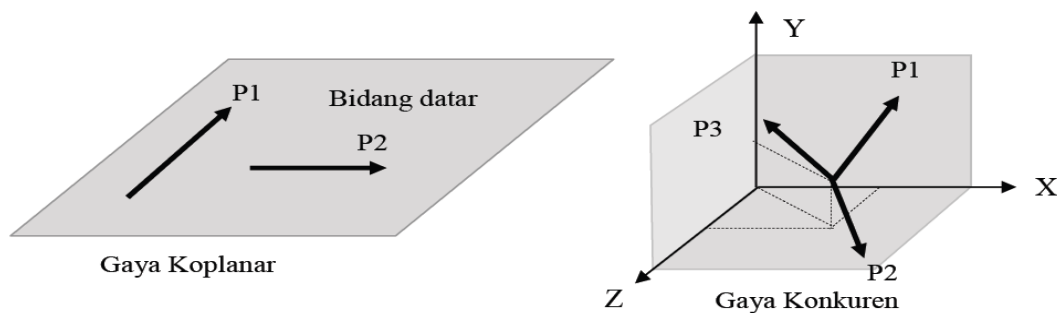
Dalam mekanika teknik, gaya dapat diartikan sebagai muatan yang bekerja pada suatu konstruksi.

### 1. SIFAT GAYA.

- a. Mempunyai besaran (kg, ton dsb).
- b. Mempunyai arah.
- c. Mempunyai titik tangkap.

Semua gaya yang garis kerjanya terletak pada satu bidang datar disebut KOPLANAR.

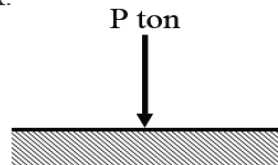
Semua gaya yang garis kerjanya berpotongan pada satu titik disebut gaya KONKUREN (bertitik pegang tunggal).



### 2. PEMBAGIAN GAYA MENURUT MACAMNYA.

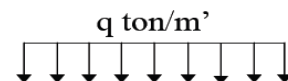
#### a. Gaya Terpusat (point load).

- Akibat berat orang.
- Berat kolom.
- Roda kendaraan.
- Dll.



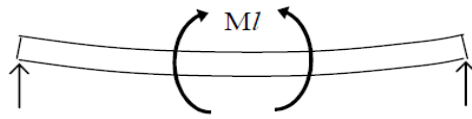
#### b. Gaya Terbagi Rata (distributed load).

- Akibat berat lantai, balok pada bangunan, dsb.
- Angin pada dinding ataupun atap bangunan.
- Air pada bendungan.

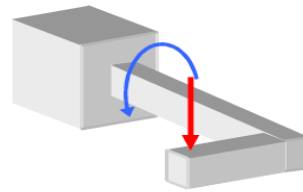


#### c. Gaya Momen.

- Momen lentur
  - Momen Torsi (puntir).
- (momen = gaya x lengan gaya).



Momen lentur



Momen torsi

## B. MENYUSUN DAN MENGURAIKAN GAYA PADA BIDANG DATAR.

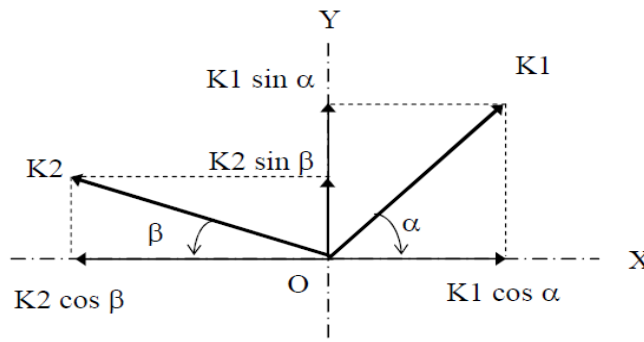
Tujuan : Mencari besar, arah dan letak titik tangkap resultan gaya.

### 1. METODE ANALITIS.

Sejumlah gaya dapat digantikan oleh satu gaya yang disebut RESULTAN GAYA.

#### a. Gaya Konkuren.

Perhatikan gambar kumpulan gaya berikut yang terletak pada bidang X-Y,



$$K1x = K1 \cos \alpha$$

$$K1y = K1 \sin \alpha$$

$$K2x = K2 \cos \beta$$

$$K2y = K2 \sin \beta$$

Perjanjian tanda,

- arah gaya kekanan dan keatas bertanda positif (+),
- arah gaya kekiri dan kebawah bertanda negatif (-).

Besar resultan gaya,

- pada sumbu X,

$$R_x = \sum K_x = K1x - K2x = K1 \cos \alpha - K2 \cos \beta$$

- pada sumbu Y,

$$R_y = \sum K_y = K1y + K2y = K1 \sin \alpha + K2 \sin \beta$$

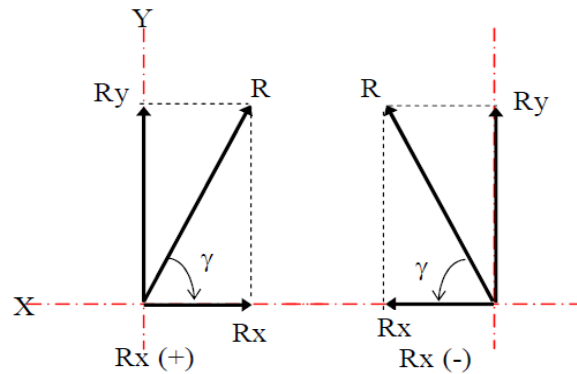
Maka resultan gaya,

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

Resultan ini bekerja melalui titik O.

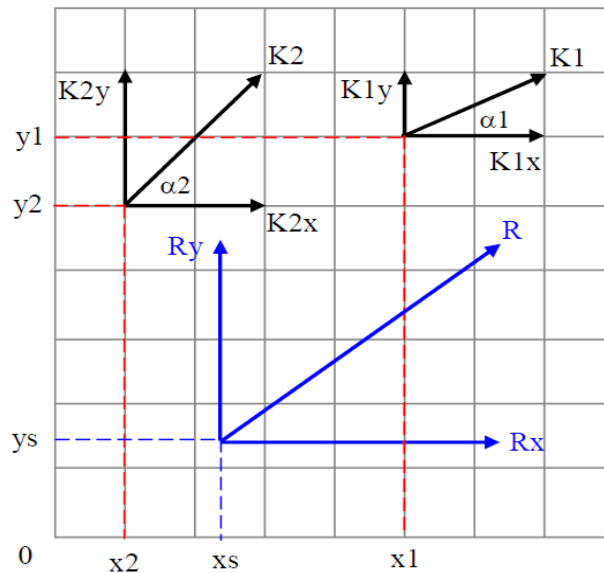
Arah resultan gaya,

$$\tan \gamma = \frac{R_y}{R_x}$$



b. Gaya Tidak Konkuren.

Perhatikan gambar kumpulan gaya berikut yang terletak pada bidang X-Y,



Komponen gaya pada sumbu X dan Y,

$$\begin{aligned} K_{1x} &= K_1 \cos \alpha_1 & K_{1y} &= K_1 \sin \alpha_1 \\ K_{2x} &= K_2 \cos \alpha_2 & K_{2y} &= K_2 \sin \alpha_2 \end{aligned}$$

$$R_x = \sum K_x = K_{1x} + K_{2x} = K_1 \cos \alpha_1 + K_2 \cos \alpha_2$$

$$R_y = \sum K_y = K_{1y} + K_{2y} = K_1 \sin \alpha_1 + K_2 \sin \alpha_2$$

Resultan,

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

Letak titik tangkap gaya resultan.

Untuk mencari letak titik tangkap resultan R adalah dengan menghitung momen  $M_x$  dan  $M_y$  terhadap titik O (pusat sumbu X-Y), dimana momen sama dengan gaya dikali lengan gaya seperti berikut,



$$\left. \begin{aligned} M_x &= K_{1x} \cdot y_1 + K_{2x} \cdot y_2 = \sum K_x \cdot y \\ M_y &= K_{1y} \cdot x_1 + K_{2y} \cdot x_2 = \sum K_y \cdot x \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

Titik tangkap resultan R dinamakan titik (s) dengan koordinat (xs,ys), maka momen akibat resultan gaya,

$$\left. \begin{aligned} M_x &= R_x \cdot y_s & ; & & M_y &= R_y \cdot x_s \\ y_s &= \frac{M_x}{R_x} & ; & & x_s &= \frac{M_y}{R_y} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

Substitusikan (1) kedalam (2),

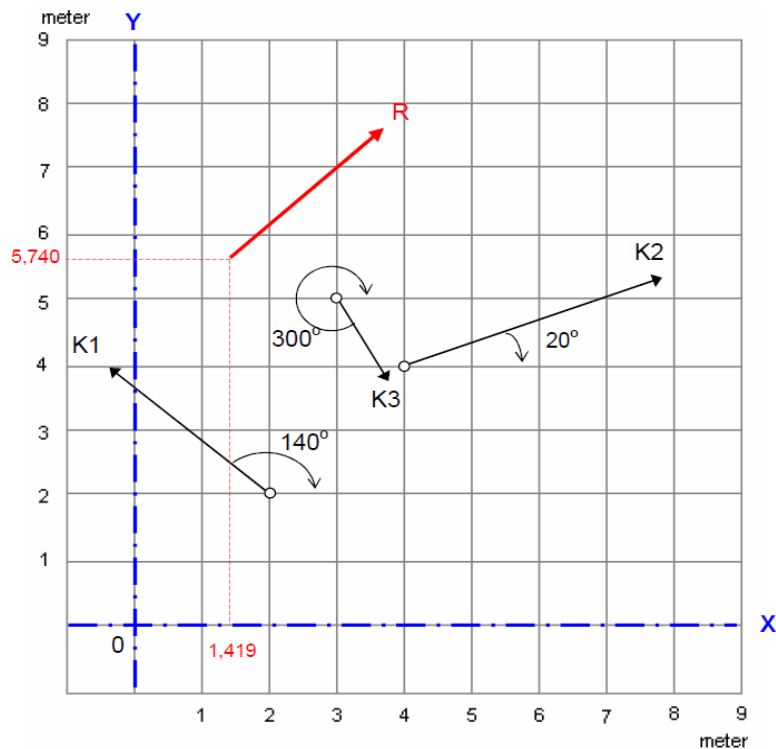
$$x_s = \frac{\sum K_y \cdot x}{R_y} \quad ; \quad y_s = \frac{\sum K_x \cdot y}{R_x}$$

Arah resultan,

$$\tan \gamma = \frac{R_y}{R_x}$$

Contoh soal :

1).



Diketahui : Gaya-gaya seperti tergambar, K1 = 6 ton, K2 = 8 ton, K3 = 3 ton dengan koordinat titik tangkap gaya-gaya (2,2), (4,4) dan (5,3). Arah masing-masing gaya  $\alpha_1 = 140^\circ$ ,  $\alpha_2 = 20^\circ$  dan  $\alpha_3 = 300^\circ$ .

Ditanya : Besar resultan gaya, letak titik tangkap resultan dan arahnya.

Penyelesaian :

- Resultan pada sumbu X,

$$\begin{aligned}R_x &= \sum K_x = K_1 \cos \alpha_1 + K_2 \cos \alpha_2 + K_3 \cos \alpha_3 \\&= (6) \cdot \cos 140^\circ + (8) \cdot \cos 20^\circ + (3) \cdot \cos 300^\circ \\&= -4,596 + 7,518 + 1,500 \\R_x &= +4,422 \text{ ton (kekanan).}\end{aligned}$$

- Resultan pada sumbu Y,

$$\begin{aligned}R_y &= \sum K_y = K_1 \sin \alpha_1 + K_2 \sin \alpha_2 + K_3 \sin \alpha_3 \\&= (6) \cdot \sin 140^\circ + (8) \cdot \sin 20^\circ + (3) \cdot \sin 300^\circ \\&= 3,857 + 2,736 - 2,598 \\R_y &= +3,995 \text{ ton (keatas)}\end{aligned}$$

- Resultan total,

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(4,422)^2 + (3,995)^2} = 5,959 \text{ ton}$$

- Arah resultan,

$$\begin{aligned}\tan \gamma &= \frac{R_y}{R_x} = \frac{3,995}{4,422} = 0,90344 \\ \gamma &= \arctan (0,90344) = 42^\circ 05' 45''\end{aligned}$$

- Letak titik tangkap gaya resultan pada sumbu X dan Y.

Momen terhadap sumbu X,

$$\begin{aligned}M_x &= K_{1x} \cdot y_1 + K_{2x} \cdot y_2 + K_{3x} \cdot y_3 \\&= (6) \cdot \cos 140^\circ \cdot (2) + (8) \cdot \cos 20^\circ \cdot (4) + (3) \cdot \cos 300^\circ \cdot (3) \\&= -9,193 + 30,070 + 4,500 \\M_x &= 25,378 \text{ t.m}^2.\end{aligned}$$

Momen terhadap sumbu Y,

$$\begin{aligned}M_y &= K_{1y} \cdot x_1 + K_{2y} \cdot x_2 + K_{3y} \cdot x_3 \\&= (6) \cdot \sin 140^\circ \cdot (2) + (8) \cdot \sin 20^\circ \cdot (4) + (3) \cdot \sin 300^\circ \cdot (5) \\&= 7,713 + 10,945 - 12,990 \\M_y &= 5,668 \text{ t.m}^2.\end{aligned}$$

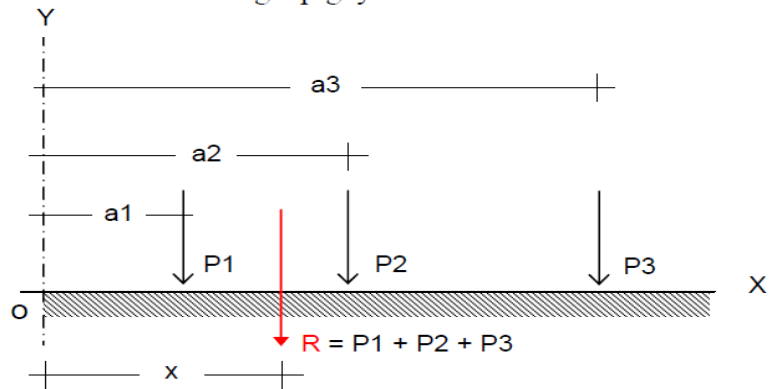
$$M_x = R_x \cdot y_s$$

$$y_s = \frac{M_x}{R_x} = \frac{25,378}{4,422} = 5,740 \text{ m.}$$

$$M_y = R_y \cdot x_s$$

$$x_s = \frac{M_y}{R_y} = \frac{5,668}{3,995} = 1,419 \text{ m.}$$

2). Tentukan besar dan letak titik tangkap gaya resultan berikut.



Penyelesaian :

- Besar resultan,

$$R = P_1 + P_2 + P_3$$

- Letak titik tangkap gaya resultan,

$$x \cdot R = P_1 \cdot a_1 + P_2 \cdot a_2 + P_3 \cdot a_3$$

$$x = \frac{P_1 \cdot a_1 + P_2 \cdot a_2 + P_3 \cdot a_3}{R}$$

atau

$$x = \frac{P_1 \cdot a_1 + P_2 \cdot a_2 + P_3 \cdot a_3}{P_1 + P_2 + P_3}$$

Apabila,

$P_1 = 1$  ton ;  $P_2 = 2$  ton ;  $P_3 = 3$  ton dan

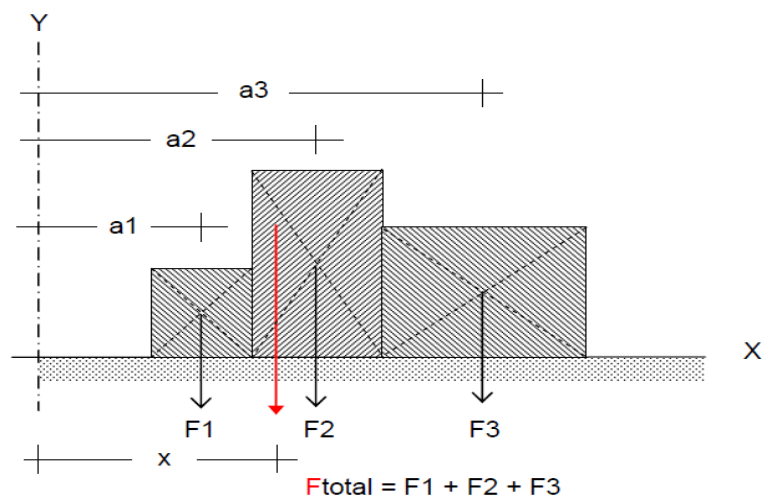
$a_1 = 1$  meter ;  $a_2 = 3$  meter ;  $a_3 = 6$  meter

maka,

$$x = \frac{(1t) \cdot (1m) + (2t) \cdot (3m) + (3t) \cdot (6)}{(1t) + (2t) + (3t)}$$

$$x = 4,167 \text{ meter (dari sb-Y).}$$

3). Mencari letak titik berat luasan.



- Besar resultan,

$$R = F_{total} = F_1 + F_2 + F_3$$

- Letak titik tangkap gaya resultan,

$$x \cdot R = F_1 \cdot a_1 + F_2 \cdot a_2 + F_3 \cdot a_3$$

$$x = \frac{F_1 \cdot a_1 + F_2 \cdot a_2 + F_3 \cdot a_3}{R}$$

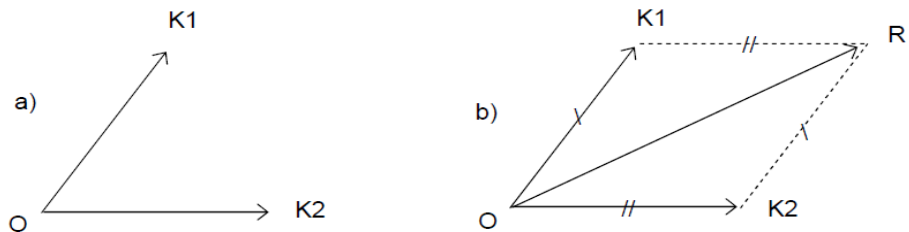
atau

$$x = \frac{F_1 \cdot a_1 + F_2 \cdot a_2 + F_3 \cdot a_3}{F_1 + F_2 + F_3} \text{ (dari sumbu Y).}$$

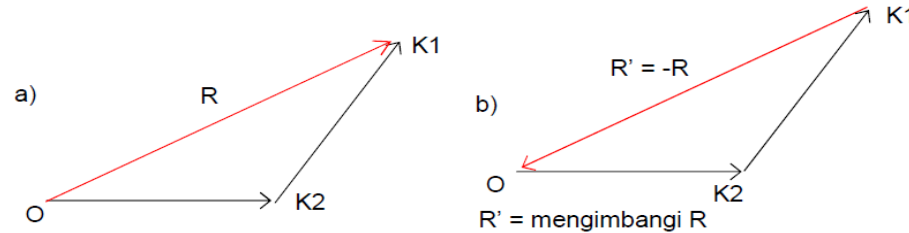
## 2. METODE GRAFIS.

### A). POLIGON GAYA.

Apabila terdapat dua gaya K1 dan K2 seperti gambar berikut,

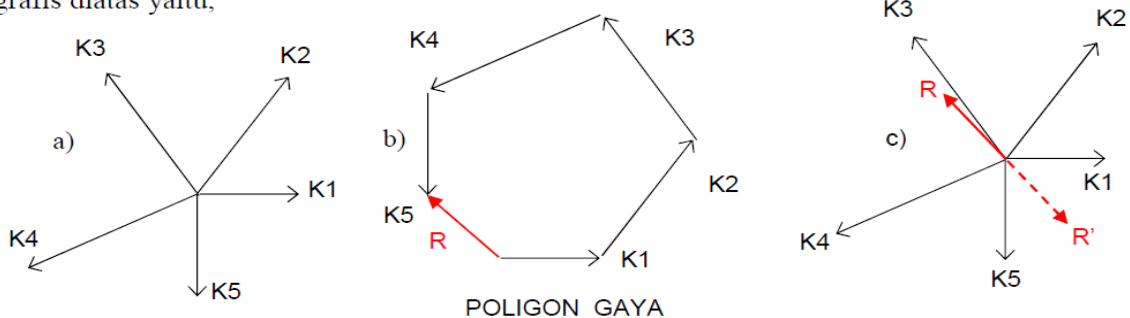


Maka resultan dapat dicari dengan cara, menarik garis yang paralel dengan gaya K1 dan K2, kemudian ditarik garis dari titik O ketitik perpotongan kedua garis tadi, hasil ini disebut *paralelogram gaya*. Untuk mempercepat proses pekerjaan dapat digambarkan sebagai berikut,



a. Gaya bersifat konkuren.

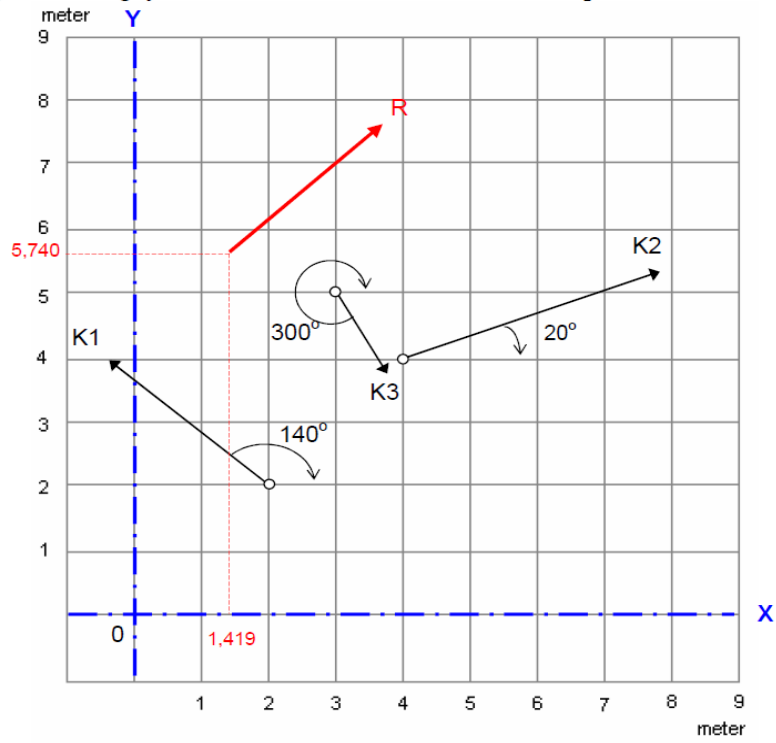
Apabila terdapat gaya seperti gambar berikut, maka resultan R dapat dicari seperti cara grafis diatas yaitu,



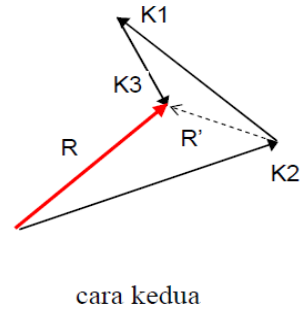
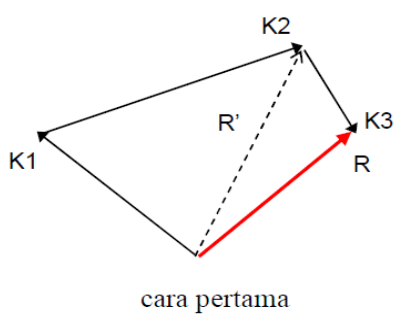
Untuk menggambarkan gaya-gaya K1...K5 harus dilakukan dengan skala sehingga menghasilkan gambar b) diatas yang disebut *poligon gaya*.

b. Gaya tidak konkuren.

Sebagai contoh gaya tidak konkuren, ambil contoh soal pada cara analitis sebelumnya.



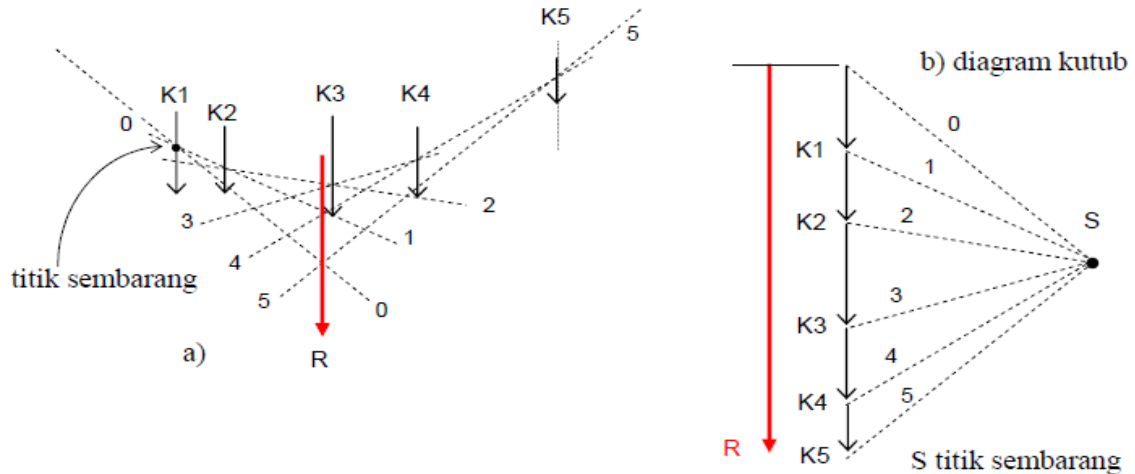
Maka penyelesaian grafis adalah sebagai berikut,



## B). POLIGON BATANG.

Pada cara ini resultan  $R$  dari gaya-gaya yang tidak konkuren dapat dicari beserta titik tangkapnya, lihat contoh-contoh berikut.

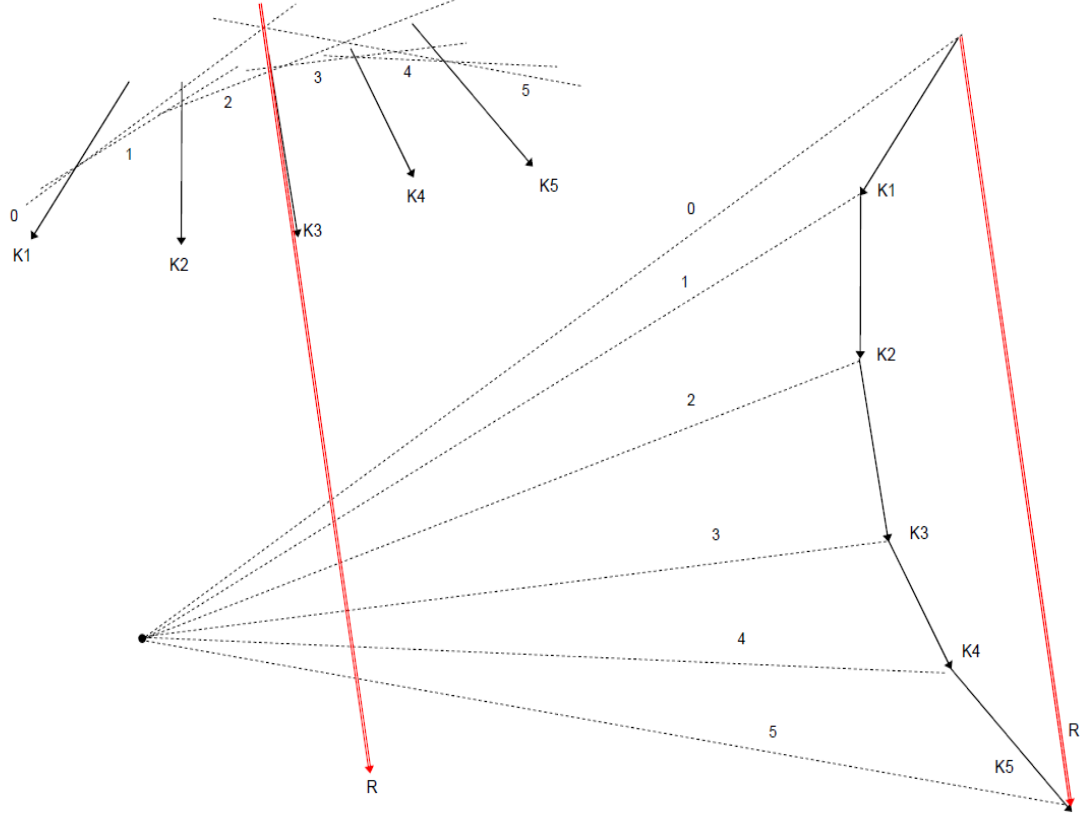
1). Gaya-gaya paralel secara vertikal, besar dan letaknya sembarang.



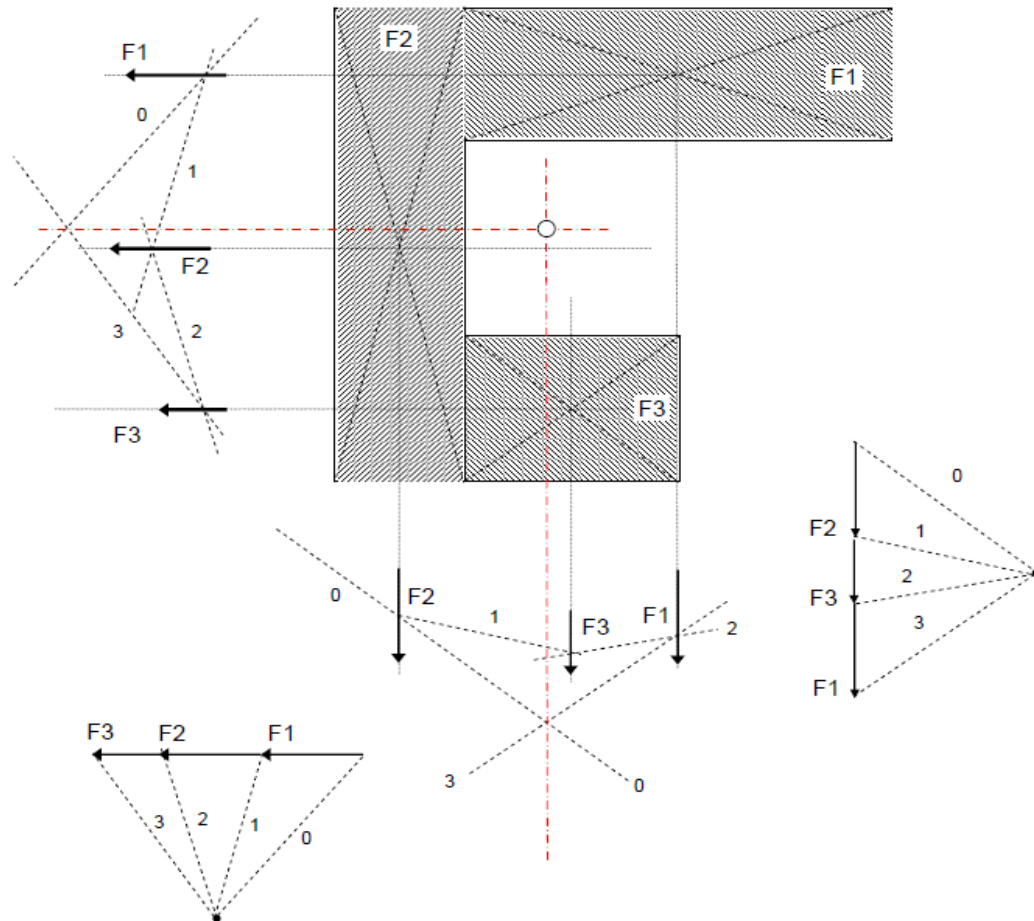
Langkah-langkah penyelesaian grafis mencari resultan  $R$  adalah dengan menggambar pertama kali diagram kutubnya (dengan memakai skala gaya), yaitu :

- Susunlah gaya-gaya  $K1...K5$  seperti terlihat pada gambar b).
- Buat titik sembarang  $S$ .
- Tarik garis yang menghubungkan titik  $S$  dengan ujung atas gaya  $K1$  dan selanjutnya dinamakan garis 0.
- Kemudian hubungkan pula titik  $S$  dengan ujung gaya  $K2$ , dinamakan garis 1, dan seterusnya sampai dengan garis 5.
- Setelah diagram kutub selesai, buat gambar a), dengan cara menarik garis yang sejajar ( $//$ ) dengan garis 0 memotong gaya  $K1$  pada titik sembarang.
- Pada titik perpotongan ini (yaitu pada gaya  $K1$ ), tarik garis sejajar ( $//$ ) dengan garis 1 sampai memotong gaya  $K2$ . Dan seterusnya digambarkan sampai dengan garis yang sejajar garis 5 yang memotong gaya  $K5$ .
- Perpanjanglah garis 0 dan garis 5 sampai keduanya saling berpotongan satu sama lain. Titik potong ini adalah merupakan titik tangkap gaya resultan  $R$ .

2). Gaya-gaya tidak paralel, tidak konkuren, besar dan letaknya sembarang.



- 3). Gambar/lukisan tidak simetris.  
Mencari letak titik berat poligon batang.



### C. KEADAAN SEIMBANG.

Jika benda dibebani dengan gaya-gaya dan ternyata benda tersebut tidak bergerak maka benda tersebut dikatakan dalam keadaan seimbang statis, artinya gaya-gaya yang bekerja dalam keadaan seimbang statis antara gaya aksi dan reaksi.

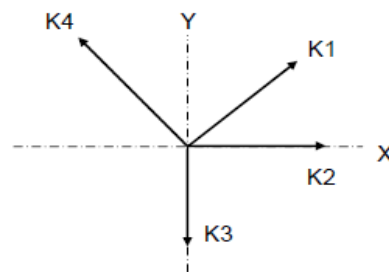
Contoh gaya konkuren berikut,

Gaya-gaya seimbang apabila,

$$R_x = \sum K_x = 0$$

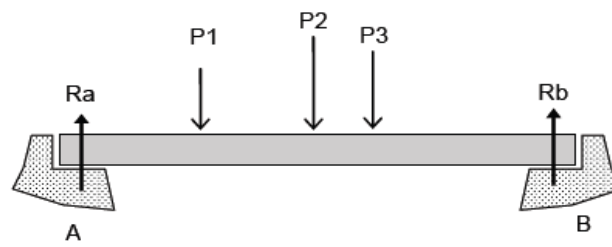
$$R_y = \sum K_y = 0$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$





Dalam bentuk aplikasi pada jembatan seperti berikut,



Balok diatas dua tumpuan (A dan B), dalam keadaan seimbang statis terdapat gaya-gaya,  
 $R_a + R_b = P_1 + P_2 + P_3$

# MODUL 2

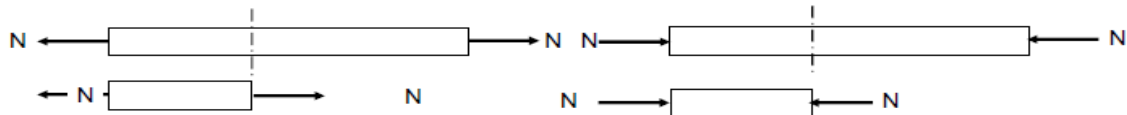
## GAYA-GAYA DALAM

### 1. PENGERTIAN.

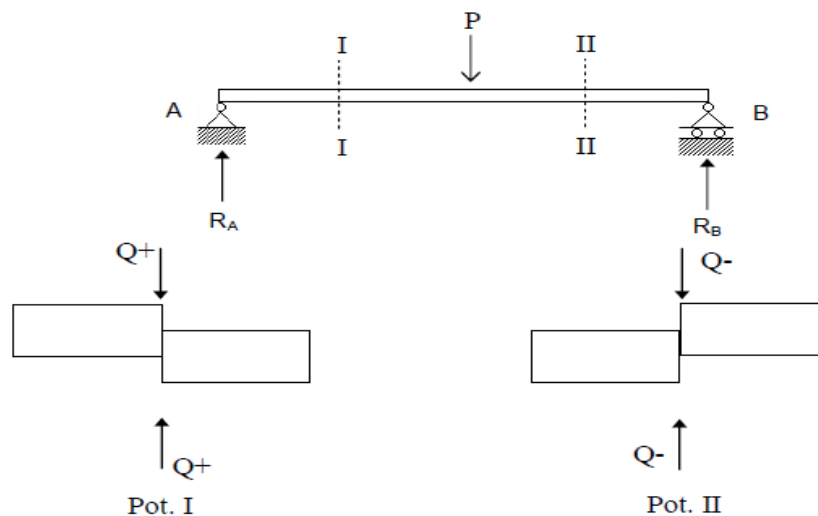
Gaya yang dipikul suatu konstruksi akan disalurkan ke setiap bagian dari konstruksi. Gaya yang disalurkan ini disebut *gaya dalam*. Gaya dalam ini menimbulkan perubahan bentuk (deformasi) pada bagian konstruksi, yang dilawan oleh tegangan didalamnya, sehingga keseimbangan dalam tercapai. Gaya-gaya dalam ini berupa GAYA NORMAL, GAYA LINTANG/GESER, GAYA MOMEN LENTUR dan MOMEN TORSI.

### 2. Gaya Normal.

Gaya normal dapat berupa tekan atau tarik seperti berikut,



### 3. Gaya Lintang/Geser.



Dimana,

- P = gaya luar
- $R_A$  = gaya reaksi pada perletakan/tumpuan A.
- $R_B$  = gaya reaksi pada perletakan/tumpuan B.
- Q = gaya lintang (gaya/perlawanan dalam).

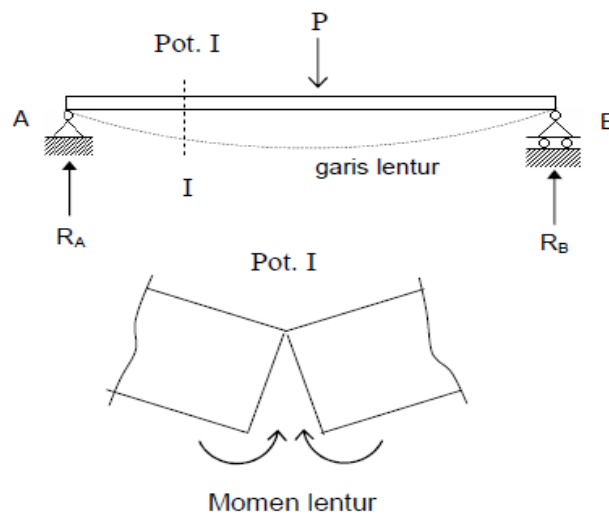
Potongan I.

Akibat gaya reaksi  $R_A$  elemen balok sebelah kiri terangkat keatas, oleh gaya dalam (gaya lintang) dikembalikan kebentuk semula, pada keadaan ini disebut gaya lintang positif ( $Q^+$ ).

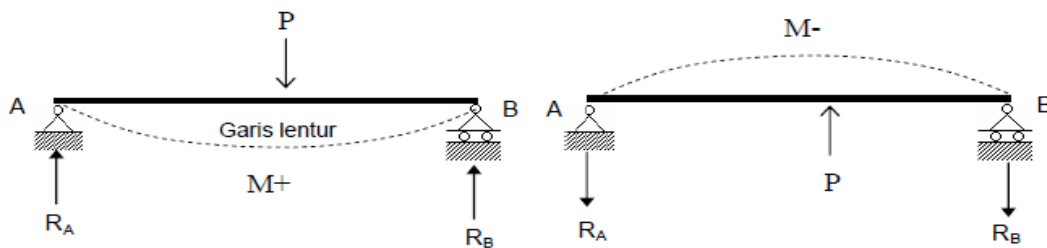
Potongan II.

Identik dengan peristiwa diatas (pot. I), elemen sebelah kanan yang terangkat keatas, sehingga menghasilkan gaya lintang negatif ( $Q^-$ ).

4. Momen Lentur.

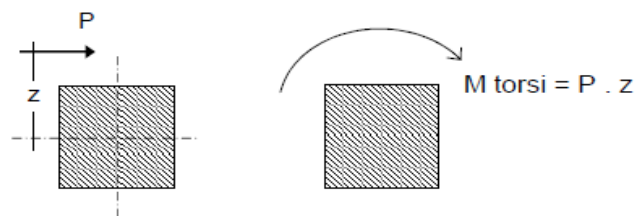


Akibat gaya luar P maka balok akan melentur, oleh gaya dalam momen lentur kondisi ini akan dilawan sehingga terdapat keseimbangan dalam.



5. Momen Torsi.

Tampang balok menahan momen torsi/ puntir sebesar,  $M \text{ torsi} = P \cdot z$



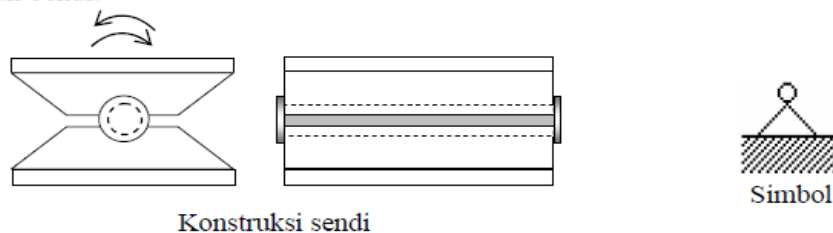
# MODUL 3

## PERLETAKAN / TUMPUAN

Semua bangunan (konstruksi) terletak diatas tumpuan/perletakan. Fungsi tumpuan adalah menyalurkan gaya-gaya luar yang bekerja pada konstruksi dan berat konstruksi itu sendiri ke bagian bawahnya. Sehingga terdapat reaksi-reaksi yang mengimbangi gaya-gaya luar tadi dan berat konstruksi.

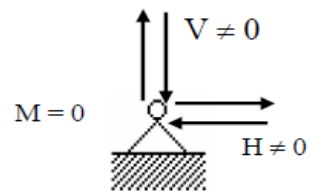
Jenis-Jenis Tumpuan.

### 1. Tumpuan Sendi.

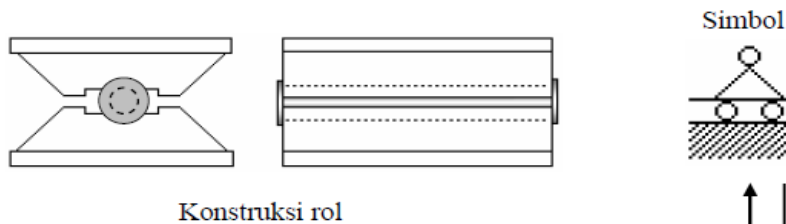


Gaya-gaya yang dapat/tidak dapat bekerja pada sendi,

- V = gaya vertikal tidak sama dengan nol.
- V ≠ 0 (dapat memikul gaya vertikal).
- H = gaya-gaya horisontal tidak sama dengan nol.
- H ≠ 0 (tidak dapat bergeser kesamping, dapat memikul gaya horisontal).
- M = momen sama dengan nol.
- M = 0 (tidak dapat memikul momen, karena sendi dapat perputar pada porosnya).

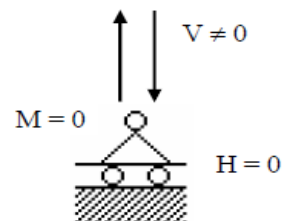


### 2. Tumpuan Rol.

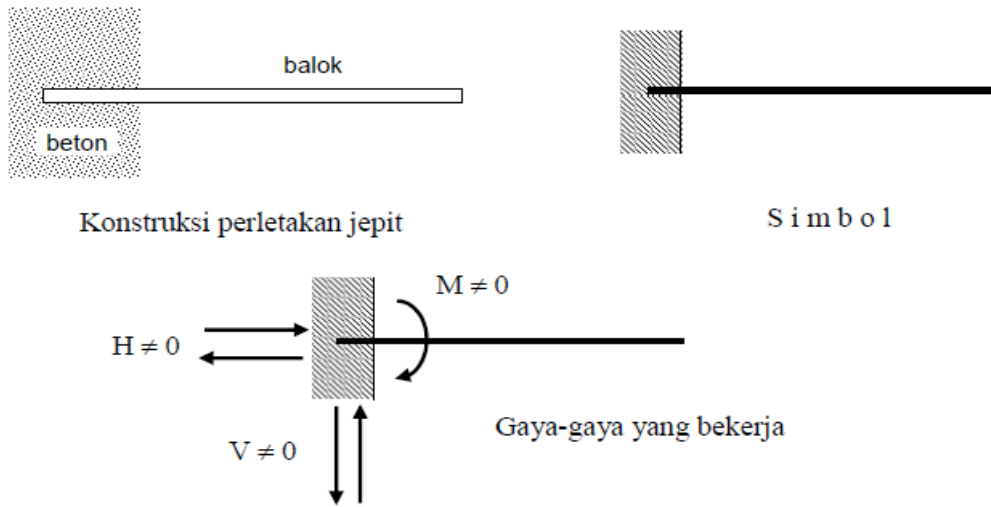


Gaya-gaya yang dapat/tidak dapat bekerja pada rol,

- V = gaya vertikal tidak sama dengan nol.
- V ≠ 0 (dapat memikul gaya vertikal).
- H = gaya-gaya horisontal sama dengan nol.
- H = 0 (dapat bergeser kesamping, tidak dapat memikul gaya horisontal).
- M = momen sama dengan nol.
- M = 0 (tidak dapat memikul momen, karena sendi dapat perputar pada porosnya).



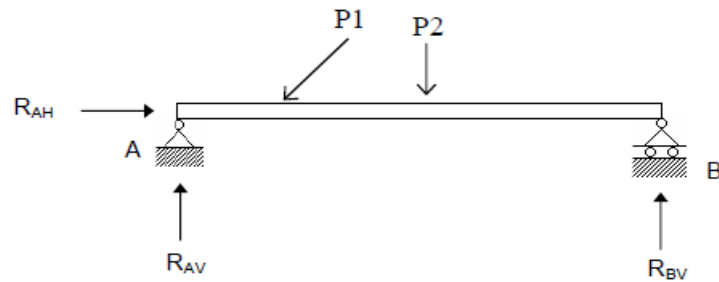
### 3. Tumpuan Jepit.



Gaya-gaya yang dapat/tidak dapat bekerja pada perletakan jepit,

- $V =$  gaya vertikal tidak sama dengan nol.
- $V \neq 0$  (dapat memikul gaya vertikal).
- $H =$  gaya-gaya horisontal tidak sama dengan nol.
- $H \neq 0$
- $M =$  momen sama dengan nol.
- $M \neq 0$  (dapat memikul momen)

### 4. Aplikasi,



Gaya-gaya  $P_1$  dan  $P_2$  yang bekerja pada konstruksi dan reaksi-reaksi dari tumpuan sendi ( $R_{AH}$ ,  $R_{AV}$ ) dan tumpuan rol ( $R_{BV}$ ) berada dalam keadaan seimbang statis. Dalam Penyelesaian digunakan syarat seimbang pada gaya koplanar, yaitu

- $\Sigma$  gaya-gaya vertikal = 0 ( $\Sigma V = 0$ ),
- $\Sigma$  gaya-gaya horisontal = 0 ( $\Sigma H = 0$ ),
- $\Sigma$  momen pada tumpuan sendi = 0 ( $\Sigma M_A = 0$ ),
- $\Sigma$  momen pada tumpuan rol = 0 ( $\Sigma M_B = 0$ ).

Jadi ada empat persamaan dengan tiga variabel yang tidak diketahui, yaitu  $R_{AH}$ ,  $R_{AV}$  dan  $R_{BV}$ , oleh karena itu struktur disebut *Statis tertentu*.

Apabila perletakan rol B diganti dengan sendi, maka variabel yang tidak diketahui menjadi 4 (empat) yaitu  $R_{AH}$ ,  $R_{AV}$ ,  $R_{BH}$  dan  $R_{BV}$  dengan empat persamaan, struktur ini menjadi *Statis tidak tertentu*.

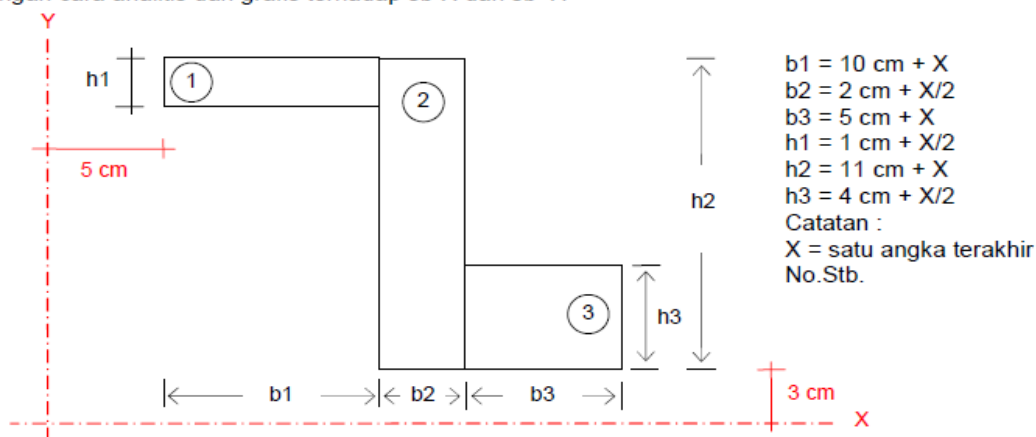
## 5. Perjanjian Tanda.

Dalam perhitungan statika dipakai perjanjian tanda seperti berikut :

- Gaya-gaya vertikal yang arahnya menuju keatas dianggap positif, sedangkan gaya-gaya vertikal yang arahnya menuju kebawah dianggap negatif.
- Gaya-gaya horisontal yang arahnya menuju kekanan dianggap positif, sedangkan gaya-gaya horisontal yang arahnya menuju kekiri dianggap negatif.
- Momen yang menyebabkan serat sebelah atas balok tertekan dan serat bawah tertarik dianggap positif, sedangkan momen yang menyebabkan serat balok sebelah atas tertarik dan bawah tertekan dianggap negatif.
- Gaya normal tekan bertanda negatif, dan gaya normal tarik bertanda positif.
- Gaya lintang bertanda positif apabila reaksi perletakan kiri menekan balok kearah atas dan gaya luar menekan balok kearah bawah, kebalikan dari peristiwa ini gaya lintang bertanda negatif.
- Jumlah aljabar momen pada tumpuan/perletakan bertanda positif apabila arah putaran momen searah jarum jam, sebaliknya jumlah aljabar momen pada perletakan bertanda negatif bila arah putaran berlawanan jarum jam.

## WORKSHOP/PELATIHAN

Diketahui penampang dengan ukuran-ukuran seperti tergambar. Tentukanlah letak pusat pusat berat dengan cara analitis dan grafis terhadap sb-X dan sb-Y.



Penyelesaian :

CARA ANALITIS

$X = -1$

$b1 = 9 \text{ cm} ; b2 = 1,5 \text{ cm} ; b3 = 4 \text{ cm} ; h1 = 0,5 \text{ cm} ; h2 = 10 \text{ cm} ; h3 = 3,5 \text{ cm}$

a). Luas.

$$F1 = b1 \cdot h1 = (9 \text{ cm}) \cdot (0,5 \text{ cm}) = 4,5 \text{ cm}^2$$

$$F2 = b2 \cdot h2 = (1,5 \text{ cm}) \cdot (10 \text{ cm}) = 15,0 \text{ cm}^2$$

18

$$F3 = b3 \cdot h3 = (4 \text{ cm}) \cdot (3,5 \text{ cm}) = 14,0 \text{ cm}^2$$

$$\text{Jumlah } F_{\text{total}} = 33,5 \text{ cm}^2$$

b). Letak Pusat Berat Penampang Terhadap sb-X dan sb-Y.

$$x1 = (5 \text{ cm}) + \frac{1}{2} b1 = \frac{1}{2} (9 \text{ cm}) + (5 \text{ cm}) = 9,5 \text{ cm}$$

$$x2 = (5 \text{ cm}) + b1 + \frac{1}{2} b2 = (5 \text{ cm}) + (9 \text{ cm}) + \frac{1}{2} (1,5 \text{ cm}) = 14,75 \text{ cm}$$

$$x3 = (5 \text{ cm}) + b1 + b2 + \frac{1}{2} b3 = (5 \text{ cm}) + (9 \text{ cm}) + (1,5 \text{ cm}) + \frac{1}{2} (4 \text{ cm}) = 17,5 \text{ cm}$$

$$y1 = (3 \text{ cm}) + h2 - \frac{1}{2} h1 = (3 \text{ cm}) + (10 \text{ cm}) - \frac{1}{2} (0,5 \text{ cm}) = 12,75 \text{ cm}$$

$$y2 = (3 \text{ cm}) + \frac{1}{2} h2 = (3 \text{ cm}) + \frac{1}{2} (10 \text{ cm}) = 8 \text{ cm}$$

$$y3 = (3 \text{ cm}) + \frac{1}{2} h3 = (3 \text{ cm}) + \frac{1}{2} (3,5 \text{ cm}) = 4,75 \text{ cm}$$

$$Mx1 = F1 \cdot y1 = (4,5 \text{ cm}^2) \cdot (12,75 \text{ cm}) = 57,375 \text{ cm}^3$$

$$Mx2 = F2 \cdot y2 = (15 \text{ cm}^2) \cdot (8 \text{ cm}) = 120,000 \text{ cm}^3$$

$$Mx3 = F3 \cdot y3 = (14 \text{ cm}^2) \cdot (4,75 \text{ cm}) = 66,500 \text{ cm}^3$$

$$\text{Jumlah } Mx = 243,875 \text{ cm}^3$$

$$My1 = F1 \cdot x1 = (4,5 \text{ cm}^2) \cdot (9,5 \text{ cm}) = 42,750 \text{ cm}^3$$

$$My2 = F2 \cdot x2 = (15 \text{ cm}^2) \cdot (14,75 \text{ cm}) = 221,250 \text{ cm}^3$$

$$My3 = F3 \cdot x3 = (14 \text{ cm}^2) \cdot (17,5 \text{ cm}) = 245,000 \text{ cm}^3$$

$$\text{Jumlah } My = 509,000 \text{ cm}^3$$

$$X = \frac{My}{F_{\text{total}}} = \frac{509,000}{33,5} = 15,19 \text{ cm dari sumbu Y}$$

$$Y = \frac{Mx}{F_{\text{total}}} = \frac{243,875}{33,5} = 7,28 \text{ cm dari sumbu X}$$

### Kunci Jawaban

No. Stb.	b1 cm	b2 cm	b3 cm	h1 cm	h2 cm	h3 cm	F1 cm <sup>2</sup>	F2 cm <sup>2</sup>	F3 cm <sup>2</sup>	Ftotal cm <sup>2</sup>	x1 cm	x2 cm	x3 cm
-1	9.0	1.5	4.0	0.5	10.0	3.5	4.5	15.0	14.0	33.5	9.5	14.75	17.50
0	10.0	2.0	5.0	1.0	11.0	4.0	10.0	22.0	20.0	52.0	10.0	16.00	19.50
1	11.0	2.5	6.0	1.5	12.0	4.5	16.5	30.0	27.0	73.5	10.5	17.25	21.50
2	12.0	3.0	7.0	2.0	13.0	5.0	24.0	39.0	35.0	98.0	11.0	18.50	23.50
3	13.0	3.5	8.0	2.5	14.0	5.5	32.5	49.0	44.0	125.5	11.5	19.75	25.50
4	14.0	4.0	9.0	3.0	15.0	6.0	42.0	60.0	54.0	156.0	12.0	21.00	27.50
5	15.0	4.5	10.0	3.5	16.0	6.5	52.5	72.0	65.0	189.5	12.5	22.25	29.50
6	16.0	5.0	11.0	4.0	17.0	7.0	64.0	85.0	77.0	226.0	13.0	23.50	31.50
7	17.0	5.5	12.0	4.5	18.0	7.5	76.5	99.0	90.0	265.5	13.5	24.75	33.50
8	18.0	6.0	13.0	5.0	19.0	8.0	90.0	114.0	104.0	308.0	14.0	26.00	35.50
9	19.0	6.5	14.0	5.5	20.0	8.5	104.5	130.0	119.0	353.5	14.5	27.25	37.50

y1 cm	y2 cm	y3 cm	Mx1 cm <sup>3</sup>	Mx2 cm <sup>3</sup>	Mx3 cm <sup>3</sup>	My1 cm <sup>3</sup>	My2 cm <sup>3</sup>	My3 cm <sup>3</sup>
12.75	8.0	4.75	57.375	120.000	66.500	42.750	221.250	245.000
13.50	8.5	5.00	135.000	187.000	100.000	100.000	352.000	390.000
14.25	9.0	5.25	235.125	270.000	141.750	173.250	517.500	580.500
15.00	9.5	5.50	360.000	370.500	192.500	264.000	721.500	822.500
15.75	10.0	5.75	511.875	490.000	253.000	373.750	967.750	1122.000
16.50	10.5	6.00	693.000	630.000	324.000	504.000	1260.000	1485.000
17.25	11.0	6.25	905.625	792.000	406.250	656.250	1602.000	1917.500
18.00	11.5	6.50	1152.000	977.500	500.500	832.000	1997.500	2425.500
18.75	12.0	6.75	1434.375	1188.000	607.500	1032.750	2450.250	3015.000
19.50	12.5	7.00	1755.000	1425.000	728.000	1260.000	2964.000	3692.000

20.25	13.0	7.25	2116.125	1690.000	862.750	1515.250	3542.500	4462.500
-------	------	------	----------	----------	---------	----------	----------	----------

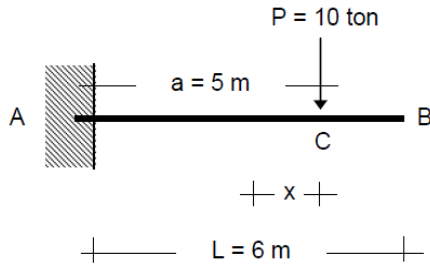
Mx cm <sup>3</sup>	My cm <sup>3</sup>	X cm	Y cm
243.875	509.000	15.19	7.28
422.000	842.000	16.19	8.12
646.875	1271.250	17.30	8.80
923.000	1808.000	18.45	9.42
1254.875	2463.500	19.63	10.00
1647.000	3249.000	20.83	10.56
2103.875	4175.750	22.04	11.10
2630.000	5255.000	23.25	11.64
3229.875	6498.000	24.47	12.17
3908.000	7916.000	25.70	12.69
4668.875	9520.250	26.93	13.21



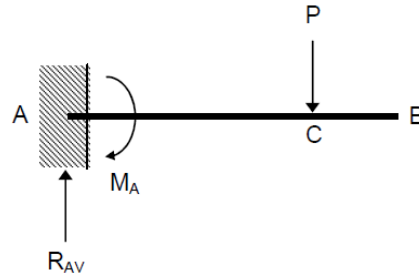
# MODUL 4

## BALOK TERJEPIT SEBELAH

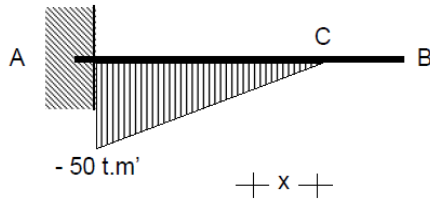
### 1. Balok Terjepit Sebelah Memikul Sebuah Muatan Terpusat.



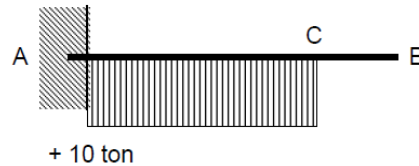
Gbr. a



Gbr. b



Gbr. c : Bidang momen



Gbr. d : Bidang gaya lintang

Penyelesaian :

a. Reaksi perletakan.

$$\Sigma V = \text{jumlah gaya-gaya vertikal} = 0$$

$$R_{AV} - P = 0$$

$$R_{AV} = P = + 10 \text{ ton.}$$

$$\Sigma H = \text{jumlah gaya-gaya horisontal} = 0$$

$$R_{AH} = 0$$

b. Gaya lintang.

$$D_{A-C} = + P = + 10 \text{ ton.}$$

$$D_{C-A} = + D_{A-C} = + P = + 10 \text{ ton.}$$

$$D_{C-B} = + D_{C-A} - P = + 10 - 10 = 0 \text{ ton.}$$

Lihat gambar d.

c. Gaya Normal.

$$R_{AH} = 0 \rightarrow N_{A-C} = R_{AH} = 0.$$

d. M o m e n.

Untuk memudahkan perhitungan, momen dihitung dari kanan kekiri, sebagai berikut :

$$M_C = - P \cdot 0 = - 10 \text{ ton} \times 0 \text{ meter} = - 0 \text{ t.m'}$$

$$M_A = - P \cdot a = - 10 \text{ ton} \times 5 \text{ meter} = - 50 \text{ t.m'}$$

(tanda negatif menunjukkan serat atas balok tertarik).

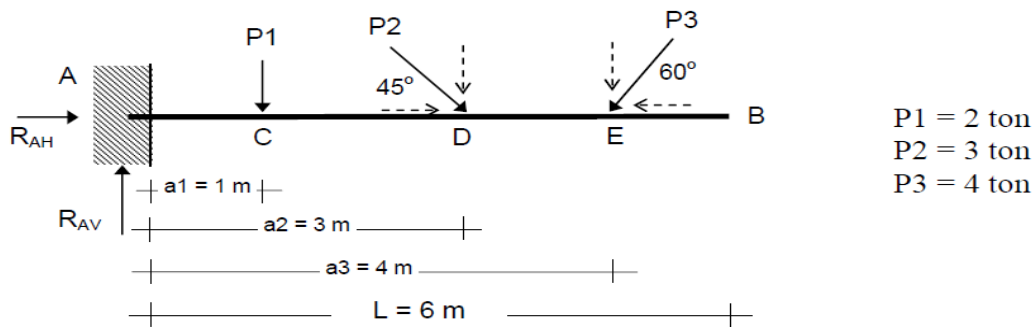
Pada jarak  $x$  dari titik C, besar momen

$$M_X = -P \cdot x$$

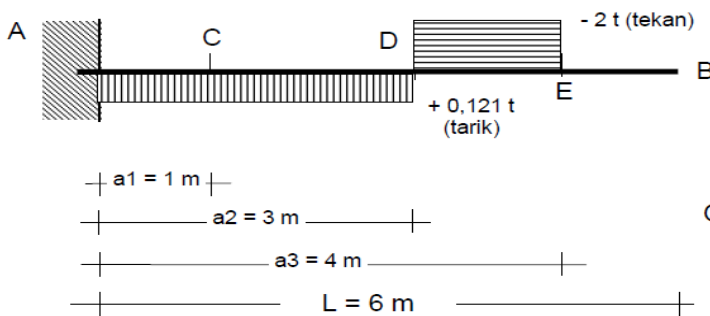
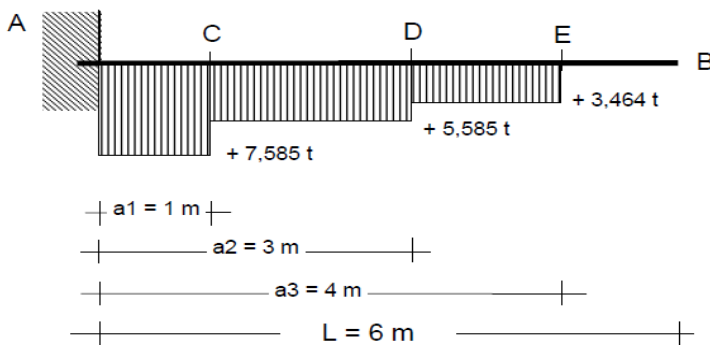
Untuk  $x = 1$  meter, maka  $M_{X=1} = -10 \text{ ton} \times 1 \text{ meter} = -10 \text{ t.m}'$ , dan seterusnya. Apabila momen dihitung dari kiri kekanan, maka,

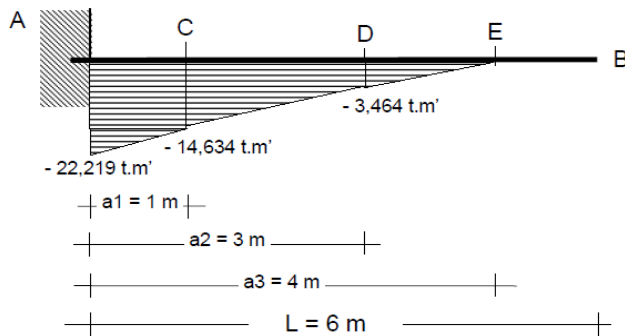
$$M_{X=1} = R_{AV} \cdot (a-x) + M_A = 10 \times (5-1) - 50 = -10 \text{ t.m}'.$$

## 2. Balok Terjepit Sebelah Memikul Beberapa Muatan Terpusat.



Gbr. a





Gbr. d : Bidang momen

Penyelesaian :

a. Reaksi perletakan.

Anggap reaksi vertikal keatas,

$$\Sigma V = \text{jumlah gaya-gaya vertikal} = 0$$

$$R_{AV} - P_1 - P_2 \sin 45^\circ - P_3 \sin 60^\circ = 0$$

$$R_{AV} - 2 - 3 \times \sin 45^\circ - 4 \times \sin 60^\circ = 0$$

$$R_{AV} = 2 + 2.121 + 3.464 = +7,585 \text{ ton (keatas).}$$

Anggap reaksi horisontal kekanan,

$$\Sigma H = \text{jumlah gaya-gaya horisontal} = 0$$

$$R_{AH} + P_2 \cos 45^\circ - P_3 \cos 60^\circ = 0$$

$$R_{AH} + 3 \times \cos 45^\circ - 4 \times \cos 60^\circ = 0$$

$$R_{AH} = -2.121 + 2 = -0,121 \text{ ton (kekiri).}$$

b. Gaya lintang.

$$D_{A-C} = +R_{AV} = +7,585 \text{ ton.}$$

$$D_{C-D} = +R_{AV} - P_1 = 7,585 - 2 = +5,585 \text{ ton.}$$

$$D_{D-E} = +R_{AV} - P_1 - P_2 \sin 45^\circ = 7,585 - 2 - 2,121 = +3,464 \text{ ton.}$$

$$D_{E-B} = +R_{AV} - P_1 - P_2 \sin 45^\circ - P_3 \sin 60^\circ \\ = 7,585 - 2 - 2,121 - 3,464 = +0 \text{ ton.}$$

Lihat gambar b.

c. Gaya Normal.

Gaya normal dihitung dari kiri kekanan, reaksi horisontal kekiri, maka

$$N_{A-C} = R_{AH} = +0,121 \text{ ton (tarik).}$$

$$N_{C-D} = N_{A-C} = +0,121 \text{ ton (tarik).}$$

$$N_{D-E} = R_{AH} - P \cos 45^\circ = 0,121 - 2,121 = -2 \text{ ton (tekan).}$$

$$N_{E-B} = R_{AH} - P \cos 45^\circ + P \cos 60^\circ \\ = 0,121 - 2,121 + 2 = 0 \text{ ton (tekan).}$$

Lihat gambar c.

d. M o m e n.

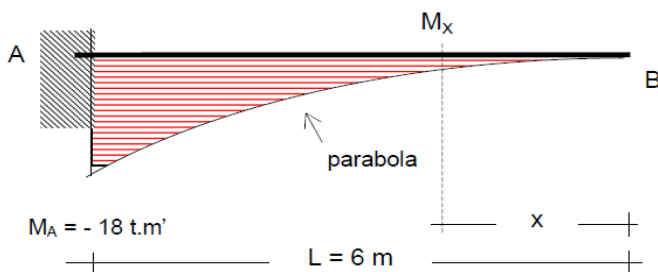
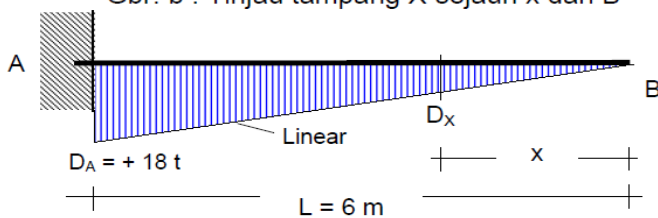
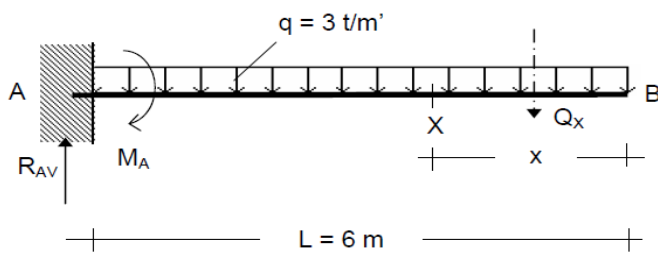
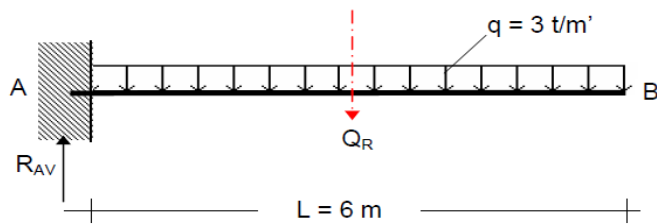
Untuk memudahkan perhitungan, momen dihitung dari kanan kekiri, sebagai berikut :

$$M_B = 0 \text{ t.m'}$$

$$M_E = 0 \text{ t.m'}$$

$$\begin{aligned}
 M_D &= -P_3 \sin 60^\circ \cdot (a_3 - a_2) = -4 \times \sin 60^\circ \times (4 - 3) \\
 &= -3,464 \text{ t.m}' \\
 M_C &= -P_3 \sin 60^\circ \cdot (a_3 - a_1) - P_2 \sin 45^\circ \cdot (a_2 - a_1) \\
 &= -3,464 \times (4 - 1) - 2,121 \times (3 - 1) \\
 M_C &= -14,634 \text{ t.m}' \\
 M_A &= -P_3 \sin 60^\circ \cdot (a_3) - P_2 \sin 45^\circ \cdot (a_2) - P_1 \cdot (a_1) \\
 &= -3,464 \times (4) - 2,121 \times (3) - 2 \times (1) \\
 M_A &= -22,219 \text{ t.m}' \\
 &\text{(tanda negatif menunjukkan serat atas balok tertarik).}
 \end{aligned}$$

### 3. Balok Terjepit Sebelah Memikul Muatan Terbagi rata ( $q \text{ t/m}'$ ).



Penyelesaian :

a. Reaksi perletakan.

Resultan muatan terbagi rata,  $Q_R = q \cdot L = 3 \text{ t/m} \cdot 6 \text{ m} = 18 \text{ ton}$ .

$$\Sigma V = 0$$

$$R_{AV} - Q_R = 0$$

$$R_{AV} - 18 = 0$$

$$R_{AV} = 18 \text{ ton (keatas)}.$$

b. Gaya lintang.

$$D_A = + R_{AV} = + 18 \text{ ton}.$$

c. M o m e n .

$$M_A = - Q_R \cdot \frac{1}{2} L = - (18 \text{ t}) \cdot (\frac{1}{2} \cdot 6 \text{ m}) = - 54 \text{ ton.m}'.$$

d. Tinjau tampang X.

Gaya lintang dihitung dari kanan kekiri, dengan mengambil jarak x (variabel) dari titik B sebagai berikut,

$$D_x = Q_x = + q \cdot x \text{ (ton)}.$$

Untuk x = 1 meter dari B, maka  $D_{x=1} = + 3 \text{ t/m} \cdot 1 \text{ m} = + 3 \text{ ton}$ .

Untuk x = 6 meter dari B, maka  $D_{x=6} = D_A = + 3 \text{ t/m} \cdot 6 \text{ m} = + 18 \text{ ton}$ .

Momen dihitung dari kanan kekiri, dengan mengambil jarak x (variabel) dari titik B sebagai berikut,

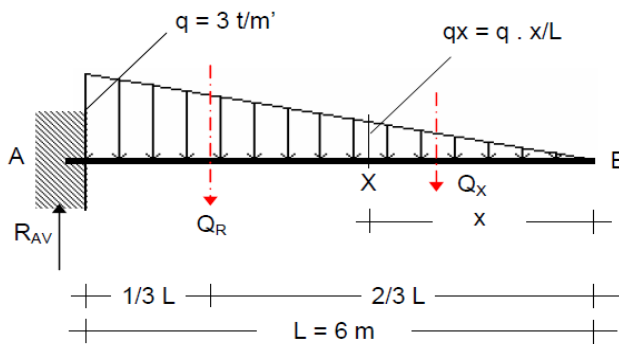
$$M_x = - Q_x \cdot \frac{1}{2} x = - q \cdot x \cdot \frac{1}{2} \cdot x$$

$$M_x = - \frac{1}{2} q x^2 \text{ (t.m}'')$$

Untuk x = 1 meter dari B, maka  $M_{x=1} = - \frac{1}{2} \cdot (3 \text{ t/m}') \cdot (1 \text{ m})^2 = - 3 \text{ tm}''$ .

Untuk x = 6 meter dari B, maka  $M_{x=6} = M_A = - \frac{1}{2} \cdot (3 \text{ t/m}') \cdot (6 \text{ m})^2 = - 54 \text{ tm}''$ .

#### 4. Balok Terjepit Sebelah Memikul Muatan Segitiga (q t/m').



Gbr. a

Penyelesaian :

Pada muatan segitiga letak titik berat resultan berada pada jarak  $1/3 L$  dari sisi tegak, atau  $2/3 L$  dari ujung lancip, dimana besar resultan beban segitiga adalah,

$$Q_R = q \cdot \frac{1}{2} L = \frac{1}{2} q \cdot L \text{ (ton)}.$$

a. Reaksi perletakan.

$$R_{AV} = Q_R = \frac{1}{2} q L = + \frac{1}{2} \times (3 \text{ t/m}') \times (6 \text{ m}) = + 9 \text{ ton}.$$

b. Gaya lintang.

$$D_A = + R_{AV} = + 9 \text{ ton}.$$

c. M o m e n .

$$\begin{aligned} M_A &= - Q_R \cdot \frac{1}{3} L = - \frac{1}{2} q \cdot L \cdot \frac{1}{3} L = - \frac{1}{6} q L^2 \\ &= - \frac{1}{6} \times (3 \text{ t/m}') \times (6 \text{ m})^2 \\ M_A &= - 18 \text{ ton.m}' \end{aligned}$$

d. Tinjau tampang X.

Tampang X terletak sejauh  $x$  dari ujung B, letak titik berat resultan berada pada jarak  $1/3 x$  dari sisi tegak, atau  $2/3 x$  dari ujung lancip (B), besar beban segitiga adalah,

$$q_X = q \cdot x/L \text{ (ton/m)'},$$

dan resultan,

$$Q_X = q_X \cdot \frac{1}{2} x = q \cdot x/L \cdot \frac{1}{2} x = \frac{1}{2} q x^2/L \text{ (ton)}.$$

Gaya lintang pada tampang X,

$$D_X = + Q_X = + \frac{1}{2} q x^2/L \text{ (ton)}.$$

Untuk  $x = 3$  meter,

$$D_{X=3} = + \frac{1}{2} \times (3 \text{ t/m}') \times (3 \text{ m})^2/(6 \text{ m}) = + 2,25 \text{ ton}.$$

Untuk  $x = L = 6$  meter,

$$D_{X=6} = + \frac{1}{2} \times (3 \text{ t/m}') \times (6 \text{ m})^2/(6 \text{ m}) = + 9 \text{ ton}.$$

Momen pada tampang X,

$$M_X = - Q_X \cdot \frac{1}{3} x = - \frac{1}{2} q x^2/L \cdot (1/3 x) = - \frac{1}{6} q x^3/L \text{ (t.m)'}$$

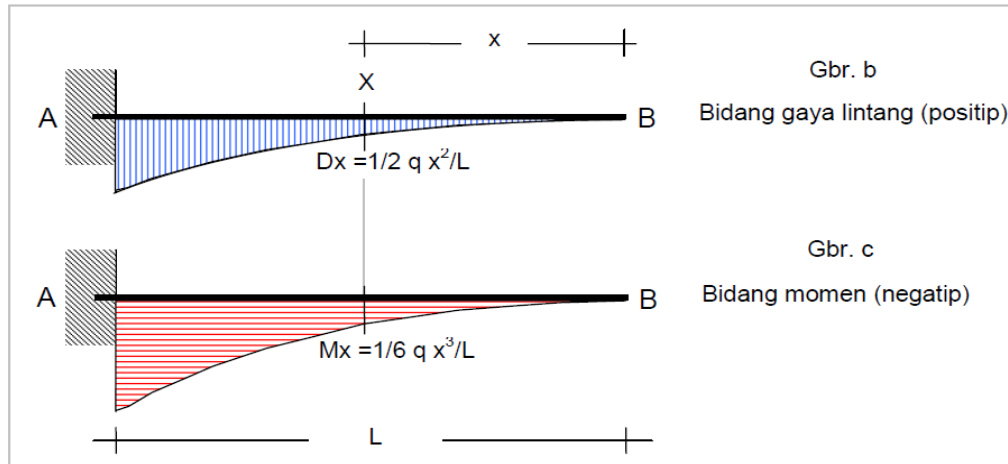
Untuk  $x = 3$  meter,

$$\begin{aligned} M_{X=3} &= - \frac{1}{6} q x^3/L = - \frac{1}{6} \times (3 \text{ t/m}') \times (3 \text{ m})^3/(6 \text{ m}) \\ M_{X=3} &= - 2,25 \text{ ton.m}' \end{aligned}$$

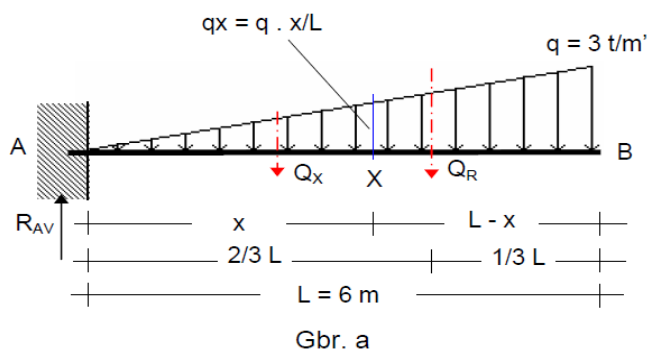
Untuk  $x = L = 6$  meter,

$$M_{x=6} = M_A = -1/6 q x^3/L = -1/6 \times (3 \text{ t/m}') \times (6 \text{ m})^3/(6 \text{ m})$$

$$M_{x=6} = M_A = -18 \text{ ton.m}'.$$



**5. Balok Terjepit Sebelah Memikul Muatan Segitiga Terbalik ( $q \text{ t/m}'$ ).**



Penyelesaian :

Besar resultan beban segitiga adalah,

$$Q_R = q \cdot \frac{1}{2} L = \frac{1}{2} q \cdot L \text{ (ton)}.$$

a. Reaksi perletakan.

$$R_{AV} = Q_R = \frac{1}{2} q L = + \frac{1}{2} \times (3 \text{ t/m}') \times (6 \text{ m}) = + 9 \text{ ton}.$$

b. Gaya lintang.

$$D_A = + R_{AV} = + 9 \text{ ton}.$$

c. Momen.

$$M_A = -Q_R \cdot \frac{2}{3} L = -\frac{1}{2} q \cdot L \cdot \frac{2}{3} L = -\frac{1}{3} q L^2 \\ = -\frac{1}{3} \times (3 \text{ t/m}') \times (6 \text{ m})^2 \\ M_A = -36 \text{ ton.m'}$$

d. Tinjau tampang X.

Tampang X terletak sejauh x dari ujung A, letak titik berat resultan berada pada jarak  $\frac{1}{3} x$  dari sisi tegak,

$$q_x = q \cdot x/L \text{ (ton/m')},$$

dan resultan,

$$Q_x = q_x \cdot \frac{1}{2} x = q \cdot x/L \cdot \frac{1}{2} x = \frac{1}{2} q x^2/L \text{ (ton)}.$$

Gaya lintang pada tampang X.

- Apabila dihitung dari kiri,

$$D_x = R_{AV} - Q_x = 9 \text{ ton} - \frac{1}{2} q x^2/L \text{ (ton)}.$$

Untuk x = 3 meter,

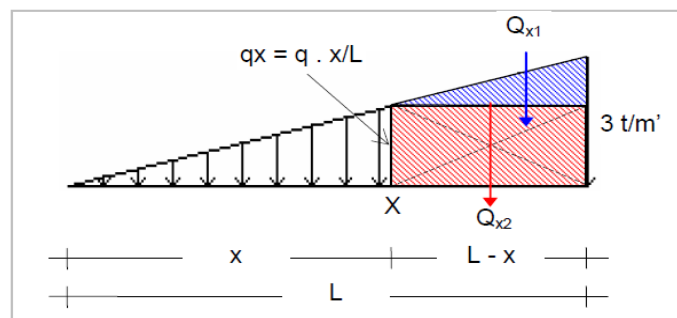
$$D_{x=3} = 9 - \frac{1}{2} \times (3 \text{ t/m}') \times (3 \text{ m})^2 / (6 \text{ m}) = +6,75 \text{ ton}.$$

- Apabila dihitung dari kanan,

$$D_x = \frac{3 \text{ t/m}' + q x/L}{2} \cdot (L - x)$$

Untuk x = 3 meter,

$$D_{x=3} = \frac{3 \text{ t/m}' + (3 \text{ t/m}') \cdot (3 \text{ m}) / (6 \text{ m})}{2} \cdot (6 \text{ m} - 3 \text{ m}) = +6,75 \text{ ton}.$$



Momen pada tampang X,

$$M_x = -Q_{x1} \cdot \frac{2}{3} (L - x) - Q_{x2} \cdot \frac{1}{2} (L - x)$$

Dimana,



$$Q_{x1} = (3 \text{ t/m}^2 - q \cdot x/L) \cdot 1/2(L - x)$$

$$Q_{x2} = (q \cdot x/L) \cdot (L - x)$$

Untuk  $x = 3$  meter,

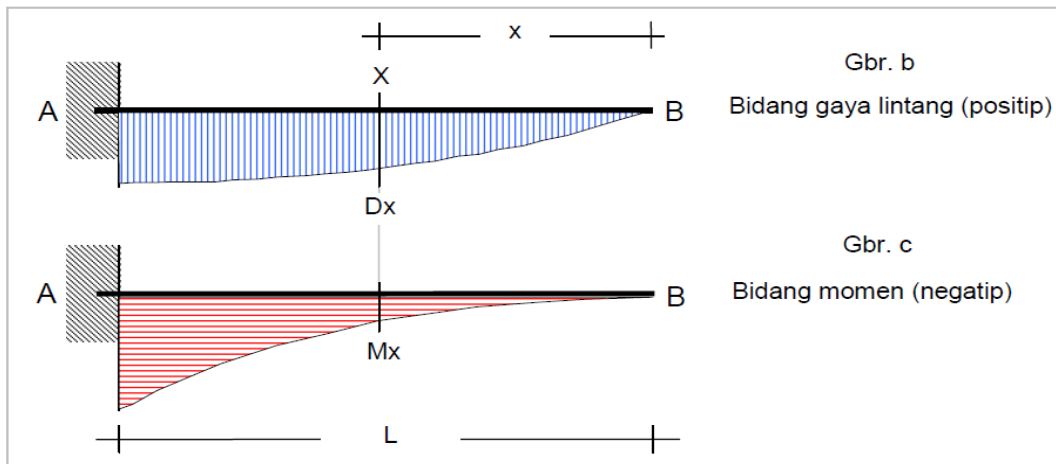
$$Q_{x1} = \{3 \text{ t/m}^2 - (3 \text{ t/m}^2) \cdot (3 \text{ m}) / (6 \text{ m})\} \cdot 1/2(6 \text{ m} - 3 \text{ m}) = 2,25 \text{ ton.}$$

$$Q_{x2} = (3 \text{ t/m}^2) \cdot (3 \text{ m}) / (6 \text{ m}) \cdot (6 \text{ m} - 3 \text{ m}) = 4,5 \text{ ton.}$$

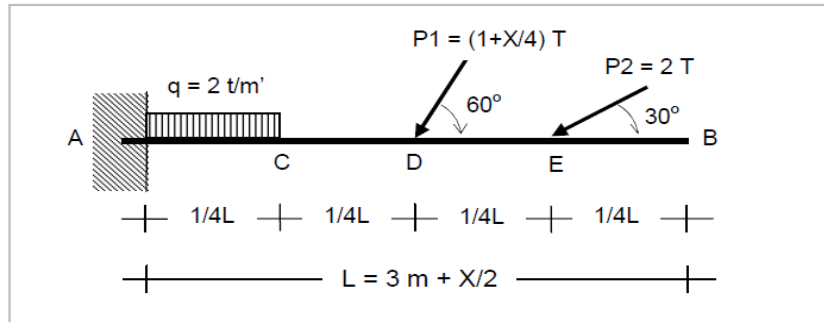
Maka, momen pada tampang sejauh  $x = 3$  m dari tumpuan A,

$$M_x = - (2,25 \text{ ton}) \cdot 2/3(6 \text{ m} - 3 \text{ m}) - (4,5 \text{ ton}) \cdot 1/2(6 \text{ m} - 3 \text{ m})$$

$$M_x = - 4,5 \text{ t.m}^2 - 6,75 \text{ t.m}^2 = - 11,25 \text{ t.m}^2.$$



## WORKSHOP/PELATIHAN



Diketahui : Struktur perletakan jepit seperti gambar diatas, dengan bentang  $L = 3 \text{ m} + X/2$  memikul gaya-gaya terpusat dan beban terbagi rata.  $X =$  satu angka terakhir No.Stb.

Diminta : Hitung dan gambarkan gaya lintang (D), momen (M) dan gaya normal (N).

Penyelesaian :

$X = -1$  ;  $L = 3 \text{ m} + (-1/2) \text{ m} = 2,5 \text{ meter}$  ;  $P1 = 1 + (-1/4) = 0,75 \text{ ton}$ .

$q = 2 \text{ t/m'}$  ;  $P2 = 2 \text{ ton}$ .

a). Reaksi perletakan.

Anggap reaksi vertikal keatas,

$\Sigma V =$  jumlah gaya-gaya vertikal  $= 0$

$$R_{AV} - q \cdot (1/4L) - P1 \sin 60^\circ - P2 \sin 30^\circ = 0$$

$$R_{AV} - (2 \text{ t/m'}) \cdot (2,5 \text{ m}/4) - (0,75 \text{ t}) \cdot \sin 60^\circ - (2 \text{ t}) \cdot \sin 30^\circ = 0$$

$$R_{AV} = 1,250 \text{ t} + 0,650 \text{ t} + 1,000 \text{ t} = + 2,900 \text{ ton (keatas)}$$

Anggap reaksi horisontal kekanan,

$\Sigma H =$  jumlah gaya-gaya horisontal  $= 0$

$$R_{AH} - P1 \cos 60^\circ - P2 \cos 30^\circ = 0$$

$$R_{AH} - (0,75 \text{ t}) \cdot \cos 60^\circ - (2 \text{ t}) \cdot \cos 30^\circ = 0$$

$$R_{AH} = 0,375 \text{ t} + 1,732 \text{ t} = + 2,107 \text{ ton (kekanan)}$$

b). Gaya lintang.

Dihitung dari kiri ke kanan,

$$D_A = + R_{AV} = + 2,900 \text{ ton}$$

$$D_C = + R_{AV} - q \cdot (1/4L) = 2,900 \text{ t} - (2 \text{ t/m'}) \cdot (2,5 \text{ m}/4) = + 1,650 \text{ ton}$$

$$D_D = D_C = + 1,650 \text{ ton}$$

$$D_E = + R_{AV} - q \cdot (1/4L) - P1 \sin 60^\circ = 2,900 \text{ t} - (2 \text{ t/m'}) \cdot (2,5 \text{ m}/4) - (0,75 \text{ t}) \cdot \sin 60^\circ = 1,000 \text{ ton} = P2 \sin 30^\circ$$

$$D_B = + R_{AV} - q \cdot (1/4L) - P1 \sin 60^\circ - P2 \sin 30^\circ = 2,900 \text{ t} - (2 \text{ t/m'}) \cdot (2,5 \text{ m}/4) - (0,75 \text{ t}) \cdot \sin 60^\circ - (2 \text{ t}) \cdot \sin 30^\circ = 0 \text{ ton}$$

Dihitung dari kanan ke kiri,

$$D_B = 0 \text{ ton}$$

$$D_E = + P2 \sin 30^\circ = + (2 \text{ t}) \cdot \sin 30^\circ = + 1,000 \text{ ton}$$

$$D_D = + P2 \sin 30^\circ + P1 \sin 60^\circ = + (2 \text{ t}) \cdot \sin 30^\circ + (0,75 \text{ t}) \cdot \sin 60^\circ = + 1,650 \text{ ton}$$

$$D_C = D_D = + P2 \sin 30^\circ + P1 \sin 60^\circ = + 1,650 \text{ ton}$$

$$D_A = + P_2 \sin 30^\circ + P_1 \sin 60^\circ + q \cdot (1/4L) \\ = + (2 \text{ t}) \cdot \sin 30^\circ + (0,75 \text{ t}) \cdot \sin 60^\circ + (2 \text{ t/m}') \cdot (2,5 \text{ m}/4) = + 2,900 \text{ ton.}$$

c. Gaya Normal.

Gaya normal dihitung dari kanan ke kiri, maka

$$N_{B-E} = 0 \text{ ton.}$$

$$N_{E-D} = - P_2 \cos 30^\circ = - (2 \text{ t}) \cdot \cos 30^\circ = - 1,732 \text{ ton (tekan).}$$

$$N_{D-C} = - P_2 \cos 30^\circ - P_1 \cos 60^\circ = - (2 \text{ t}) \cdot \cos 30^\circ - (0,75 \text{ t}) \cdot \cos 60^\circ \\ = - 2,107 \text{ ton (tekan).}$$

$$N_{C-A} = N_{D-C} = - 2,107 \text{ ton (tekan).}$$

$$N_{A-C} = N_{C-A} = R_{AH} = - 2,107 \text{ ton (tekan).}$$

Gaya normal dihitung dari kiri ke kanan, maka

$$N_{A-C} = R_{AH} = - 2,107 \text{ ton (tekan).}$$

$$N_{C-D} = N_{A-C} = R_{AH} = - 2,107 \text{ ton (tekan).}$$

$$N_{D-E} = R_{AH} + P_1 \cos 60^\circ = - 2,107 \text{ ton} + (0,75 \text{ t}) \cdot \cos 60^\circ = - 1,732 \text{ ton (tekan).}$$

$$N_{E-B} = R_{AH} + P_1 \cos 60^\circ + P_2 \cos 30^\circ = - 2,107 \text{ ton} + (0,75 \text{ t}) \cdot \cos 60^\circ + (2 \text{ t}) \cdot \sin 30^\circ \\ = 0 \text{ ton (tekan).}$$

d. Momen.

Untuk memudahkan perhitungan, momen dihitung dari kanan ke kiri, sebagai berikut :

$$M_B = 0 \text{ t.m'}$$

$$M_E = 0 \text{ t.m'}$$

$$M_D = - P_2 \sin 30^\circ \cdot (1/4L) = - (2 \text{ t}) \cdot \sin 30^\circ \cdot (2,5 \text{ m}/4) = - 0,625 \text{ t.m'}$$

$$M_C = - P_2 \sin 30^\circ \cdot (2/4L) - P_1 \sin 60^\circ \cdot (1/4L)$$

$$= - (1,000 \text{ t}) \cdot (2,5 \text{ m}/2) - (0,650 \text{ t}) \cdot (2,5 \text{ m}/4) = - 1,656 \text{ t.m'}$$

$$M_A = - P_2 \sin 30^\circ \cdot (3/4L) - P_1 \sin 60^\circ \cdot (2/4L) - q \cdot (1/4L) \cdot 1/2 \cdot (1/4L)$$

$$= - (1,000 \text{ t}) \cdot (3/4 \cdot 2,5 \text{ m}) - (0,650 \text{ t}) \cdot (2/4 \cdot 2,5 \text{ m}) - (2 \text{ t/m}') \cdot (1/32) \cdot (2,5 \text{ m})^2$$

$$M_A = - 3,078 \text{ t.m'}$$

(tanda negatif menunjukkan serat atas balok tertarik).

## Kunci jawaban

No. Stb.	L meter	q t/m'	P1 ton	P1 Sin 60° ton	P1 Cos 60° ton	P2 ton	P2 Sin 30° ton	P2 Cos 30° ton
-1	2.50	2	0.750	0.650	0.375	2	1.000	1.732
0	3.00	2	1.000	0.866	0.500	2	1.000	1.732
1	3.50	2	1.250	1.083	0.625	2	1.000	1.732
2	4.00	2	1.500	1.299	0.750	2	1.000	1.732
3	4.50	2	1.750	1.516	0.875	2	1.000	1.732
4	5.00	2	2.000	1.732	1.000	2	1.000	1.732
5	5.50	2	2.250	1.949	1.125	2	1.000	1.732
6	6.00	2	2.500	2.165	1.250	2	1.000	1.732
7	6.50	2	2.750	2.382	1.375	2	1.000	1.732
8	7.00	2	3.000	2.598	1.500	2	1.000	1.732
9	7.50	2	3.250	2.815	1.625	2	1.000	1.732

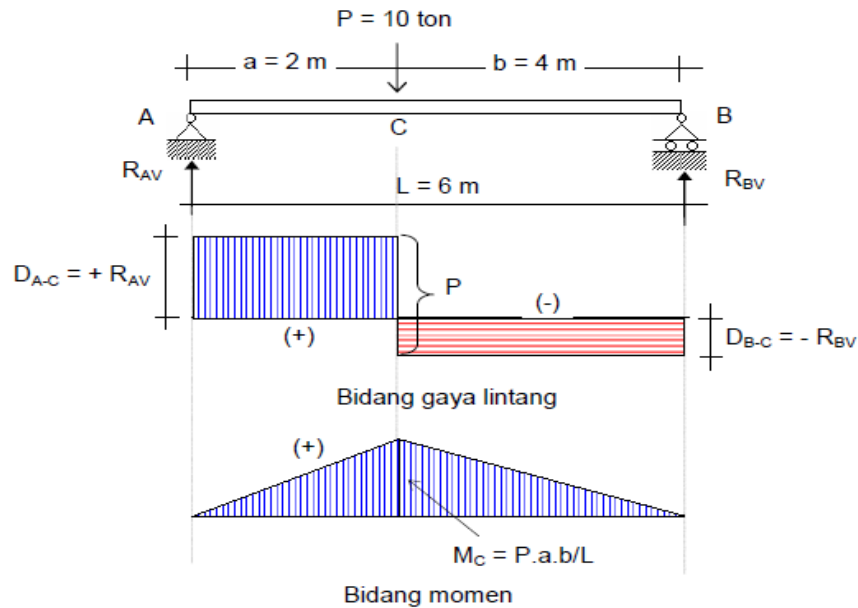
No. Stb.	Reaksi		Gaya Lintang					Gaya Normal				
	Rav ton	Rah ton	D <sub>B</sub> ton	D <sub>E</sub> ton	D <sub>D</sub> ton	D <sub>C</sub> ton	D <sub>A</sub> ton	N <sub>B-E</sub> ton	N <sub>E-D</sub> ton	N <sub>D-C</sub> ton	N <sub>C-A</sub> ton	N <sub>A</sub> ton
-1	2.900	2.107	0	1.000	1.650	1.650	2.900	0	-1.732	-2.107	-2.107	-2.107
0	3.366	2.232	0	1.000	1.866	1.866	3.366	0	-1.732	-2.232	-2.232	-2.232
1	3.833	2.357	0	1.000	2.083	2.083	3.833	0	-1.732	-2.357	-2.357	-2.357
2	4.299	2.482	0	1.000	2.299	2.299	4.299	0	-1.732	-2.482	-2.482	-2.482
3	4.766	2.607	0	1.000	2.516	2.516	4.766	0	-1.732	-2.607	-2.607	-2.607
4	5.232	2.732	0	1.000	2.732	2.732	5.232	0	-1.732	-2.732	-2.732	-2.732
5	5.699	2.857	0	1.000	2.949	2.949	5.699	0	-1.732	-2.857	-2.857	-2.857
6	6.165	2.982	0	1.000	3.165	3.165	6.165	0	-1.732	-2.982	-2.982	-2.982
7	6.632	3.107	0	1.000	3.382	3.382	6.632	0	-1.732	-3.107	-3.107	-3.107
8	7.098	3.232	0	1.000	3.598	3.598	7.098	0	-1.732	-3.232	-3.232	-3.232
9	7.565	3.357	0	1.000	3.815	3.815	7.565	0	-1.732	-3.357	-3.357	-3.357

No. Stb.	Momen				
	M <sub>B</sub> t.m'	M <sub>E</sub> t.m'	M <sub>D</sub> t.m'	M <sub>C</sub> t.m'	M <sub>A</sub> t.m'
-1	0	0	-0.625	-1.656	-3.078
0	0	0	-0.750	-2.150	-4.112
1	0	0	-0.875	-2.697	-5.285
2	0	0	-1.000	-3.299	-6.598
3	0	0	-1.125	-3.955	-8.051
4	0	0	-1.250	-4.665	-9.643
5	0	0	-1.375	-5.429	-11.374
6	0	0	-1.500	-6.248	-13.245
7	0	0	-1.625	-7.120	-15.256
8	0	0	-1.750	-8.047	-17.406
9	0	0	-1.875	-9.027	-19.695

# MODUL 5

## BALOK DIATAS DUA PERLETAKAN

### 1. Balok Diatas Dua Perletakan Memikul Sebuah Muatan Terpusat.



Penyelesaian :

a. Reaksi Perletakan.

$$\begin{aligned} \Sigma M_B &= 0, \\ R_{AV} \cdot L - P \cdot b &= 0 \\ R_{AV} &= P \cdot b / L \\ &= (10\text{ t}) \times (4\text{ m}) / (6\text{ m}) \\ R_{AV} &= + 6,667\text{ ton } (\uparrow) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_A &= 0, \\ -R_{BV} \cdot L + P \cdot a &= 0 \\ R_{BV} &= P \cdot a / L \\ &= (10\text{ t}) \times (2\text{ m}) / (6\text{ m}) \\ R_{BV} &= + 3,333\text{ ton } (\uparrow). \end{aligned}$$

Kontrol :

$$\begin{aligned} \Sigma V &= 0, \\ R_{AV} + R_{BV} - P &= 0 \\ 6,667\text{ t} + 3,333\text{ t} - 10\text{ t} &= 0 \quad \dots(\text{memenuhi}) \end{aligned}$$

b. Gaya lintang.

$$\begin{aligned} D_{A-C} &= + R_{AV} = + 6,667\text{ ton.} \\ D_{C-A} &= + D_{A-C} = + 6,667\text{ ton.} \\ D_{C-B} &= D_{C-A} - P = 6,667 - 10 = - 3,333\text{ ton.} \end{aligned}$$

$$D_{B-C} = D_{C-B} = -R_{BV} = -3,333 \text{ ton.}$$

c. M o m e n .

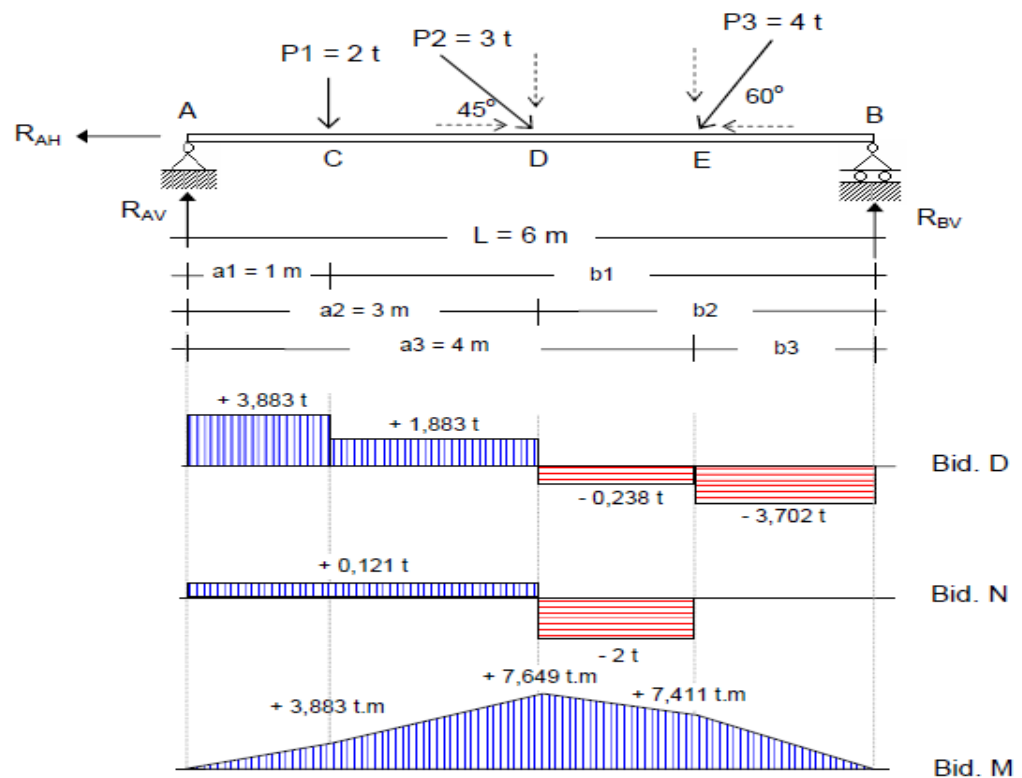
$$M_A = 0$$

$$M_C = +R_{AV} \cdot a = +6,667 \text{ t} \times 2 \text{ m} = +13,334 \text{ ton.m'}, \text{ atau}$$

$$M_C = P \cdot a \cdot b / L$$

Lihat gambar bidang gaya lintang dan momen diatas.

## 2. Balok Diatas Dua Perletakan Memikul Muatan Terpusat Sembarang.



Penyelesaian :

a. Reaksi Perletakan.

$$\Sigma M_B = 0,$$

$$R_{AV} \cdot L - P_1 \cdot (L - a_1) - P_2 \sin 45^\circ \cdot (L - a_2) - P_3 \sin 60^\circ \cdot (L - a_3) = 0$$

$$R_{AV} = P_1 \cdot (L - a_1) / L + P_2 \sin 45^\circ \cdot (L - a_2) / L + P_3 \sin 60^\circ \cdot (L - a_3) / L$$

$$= 2 \times (6 - 1) / 6 + 3 \times \frac{1}{2} \sqrt{2} \times (6 - 3) / 6 + 4 \times 0,866 \times (6 - 4) / 6$$

$$= 1,667 + 1,061 + 1,155$$

$$R_{AV} = +3,883 \text{ ton } (\uparrow)$$

$$\Sigma M_A = 0,$$

$$-R_{BV} \cdot L + P_1 \cdot (a_1) + P_2 \sin 45^\circ \cdot (a_2) + P_3 \sin 60^\circ \cdot (a_3) = 0$$

$$R_{BV} = P_1 \cdot (a_1) / L + P_2 \sin 45^\circ \cdot (a_2) / L + P_3 \sin 60^\circ \cdot (a_3) / L$$

$$= 2 \times (1) / 6 + 3 \times \frac{1}{2} \sqrt{2} \times (3) / 6 + 4 \times 0,866 \times (4) / 6$$

$$= 0,333 + 1,061 + 2,309$$

$$R_{BV} = + 3,703 \text{ ton } (\uparrow)$$

$$\Sigma H = 0,$$

$$R_{A-H} + P_2 \cos 45^\circ - P_3 \cos 60^\circ = 0$$

$$\begin{aligned} R_{A-H} &= -P_2 \cos 45^\circ + P_3 \cos 60^\circ = -3 \times \frac{1}{2}\sqrt{2} + 4 \times \frac{1}{2} = -2,121 + 2 \\ &= -0,121 \text{ ton } (\leftarrow) \end{aligned}$$

Kontrol :

$$\Sigma V = 0,$$

$$R_{AV} + R_{BV} - P_1 - P_2 \sin 45^\circ - P_3 \sin 60^\circ = 0$$

$$3,883 \text{ t} + 3,703 \text{ t} - 2 \text{ t} - 2,121 \text{ t} - 3,464 \text{ t} = 0$$

$$7,586 \text{ t} - 7,585 \text{ t} = 0,001 \cong 0 \quad \dots(\text{memenuhi})$$

b. Gaya Lintang.

$$D_{A-C} = + R_{AV} = + 3,883 \text{ ton.}$$

$$D_{C-D} = + R_{AV} - P_1 = 3,883 - 2 = + 1,883 \text{ ton.}$$

$$\begin{aligned} D_{D-E} &= + R_{AV} - P_1 - P_2 \sin 45^\circ = 3,883 - 2 - 3 \times \frac{1}{2}\sqrt{2} \\ &= 3,883 - 2 - 2,121 = -0,238 \text{ ton.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{E-B} &= + R_{AV} - P_1 - P_2 \sin 45^\circ - P_2 \sin 60^\circ \\ &= 3,883 - 2 - 3 \times \frac{1}{2}\sqrt{2} - 4 \times 0,866 = 3,883 - 2 - 2,121 - 3,464 \end{aligned}$$

$$D_{E-B} = - 3,702 \text{ ton.}$$

$$D_{E-B} = - R_{BV} = - 3,703 \text{ ton.}$$

c. Gaya Normal .

$$N_{A-D} = + R_{AH} = + 0,121 \text{ ton (tarik).}$$

$$\begin{aligned} N_{D-E} &= + R_{AH} - P_2 \cos 45^\circ = + 0,121 - 3 \times \frac{1}{2}\sqrt{2} = + 0,121 - 2,121 \\ &= - 2 \text{ ton (tekan).} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{E-B} &= + R_{AH} - P_2 \cos 45^\circ - P_3 \cos 60^\circ = + 0,121 - 2 \times \frac{1}{2}\sqrt{2} - 4 \times \frac{1}{2} \\ &= 0,121 - 2,121 - 2 \end{aligned}$$

$$N_{E-B} = 0 \text{ ton.}$$

c. M o m e n t .

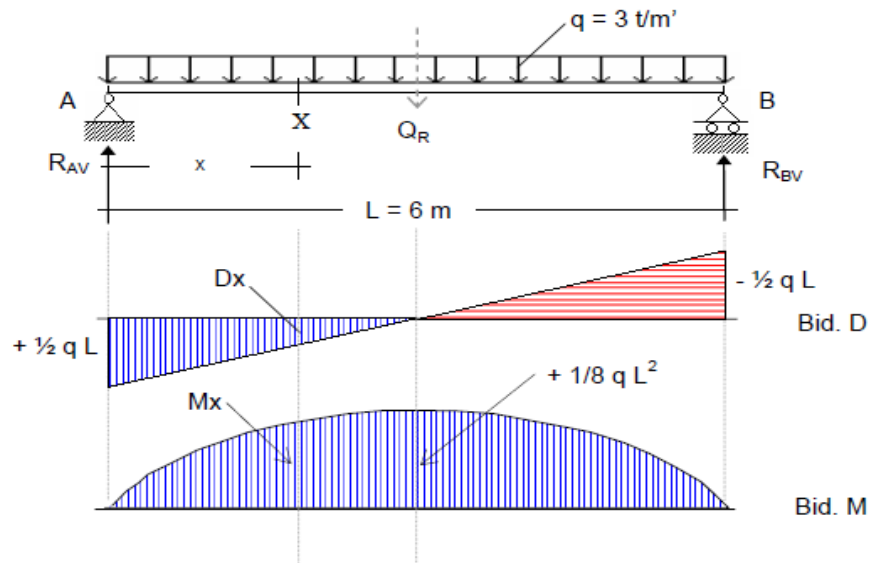
$$M_C = + R_{AV} \cdot a_1 = + 3,883 \times 1 = + 3,883 \text{ ton.m'}$$

$$M_D = + R_{AV} \cdot a_2 - P_1 \cdot (a_2 - a_1) = + 3,883 \times 3 - 2 \times (3 - 1) = 7,649 \text{ t.m'}$$

$$\begin{aligned} M_E &= + R_{AV} \cdot a_3 - P_1 \cdot (a_3 - a_1) - P_2 \sin 45^\circ \cdot (a_3 - a_2) \\ &= + 3,883 \times 4 - 2 \times (4 - 1) - 3 \times \frac{1}{2}\sqrt{2} \times (4 - 3) \\ &= + 15,532 - 6 - 2,121 \end{aligned}$$

$$M_E = + 7,411 \text{ t.m'}$$

### 3. Balok Diatas Dua Perletakan Memikul Muatan Terbagi Rata.



Penyelesaian :

a. Reaksi Perletakan.

$$Q_R = q \cdot L = (3 \text{ t/m}') \times (6 \text{ m}) = 18 \text{ ton.}$$

$$\Sigma M_B = 0,$$

$$R_{AV} \cdot L - Q_R \cdot \frac{1}{2} L = 0$$

$$R_{AV} = \frac{1}{2} q \cdot \frac{L^2}{L}$$

$$R_{AV} = \frac{1}{2} q \cdot L$$

$$= \frac{1}{2} \times (3 \text{ t/m}') / (6 \text{ m})$$

.....(1)

$$R_{AV} = +9 \text{ ton } (\uparrow)$$

$$R_{BV} = R_{AV} = \frac{1}{2} q \cdot L = 9 \text{ ton. (simetris)}$$

b. Gaya lintang.

$$D_{A-B} = + R_{AV} = +9 \text{ ton.}$$

$$D_{B-A} = + R_{AV} - q \cdot L = - R_{BV} = -9 \text{ ton.}$$

c. M o m e n .

Momen maksimum terjadi ditengah bentang,

$$M_{maks.} = + R_{AV} \cdot \frac{1}{2} L - q \cdot \frac{1}{2} L \cdot \frac{1}{4} L$$

$$= \frac{1}{2} q L \cdot \frac{1}{2} L - \frac{1}{8} q L^2 = \frac{1}{4} q L^2 - \frac{1}{8} q L^2$$

$$M_{maks.} = + \frac{1}{8} q L^2$$

$$M_{maks.} = + \frac{1}{8} \times (3 \text{ t/m}') \times (6 \text{ m}')^2 = + 13,5 \text{ t.m'}$$

d. Tinjau tampang X.

Momen pada tampang X, dihitung dari kanan kekiri,

$$M_x = R_{AV} \cdot x - q \cdot x \cdot \frac{1}{2} x$$

$$M_x = R_{AV} \cdot x - \frac{1}{2} q x^2$$

.....(2)

Momen maksimum terjadi apabila gaya lintang sama dengan nol,

$$D_x = d(M_x)/dx = 0$$

$$(R_{AV} \cdot x - \frac{1}{2} q x^2)/dx = 0$$

$$R_{AV} - q \cdot x = 0$$

$$x = R_{AV}/q$$

.....(3)



$$x = \frac{1}{2} q L / q = \frac{1}{2} L = \frac{1}{2} \times 6$$

$$x = 3 \text{ m (ditengah bentang).}$$

Substitusikan (3) dan (1) kedalam (2), maka momen maksimum,

$$M_{maks.} = R_{AV} \cdot (R_{AV}/q) - \frac{1}{2} q (R_{AV}/q)^2$$

$$= (\frac{1}{2} q L) \cdot (\frac{1}{2} q L/q) - \frac{1}{2} q \cdot (\frac{1}{2} q L/q)^2$$

$$= \frac{1}{4} q L^2 - \frac{1}{8} q L^2$$

$$M_{maks.} = \frac{1}{8} q L^2 \quad \dots\dots(4)$$

Untuk  $x = 1 \text{ m}$  dan  $x = 3 \text{ m}$  dari perletakan A, besar momen,

$$M_{X=1m} = 9 \times 1 - \frac{1}{2} \times 3 \times (1^2) = + 7,5 \text{ t.m'}$$

$$M_{X=3m} = M_{maks} = 9 \times 3 - \frac{1}{2} \times 3 \times (3^2) = + 13,5 \text{ t.m'}$$

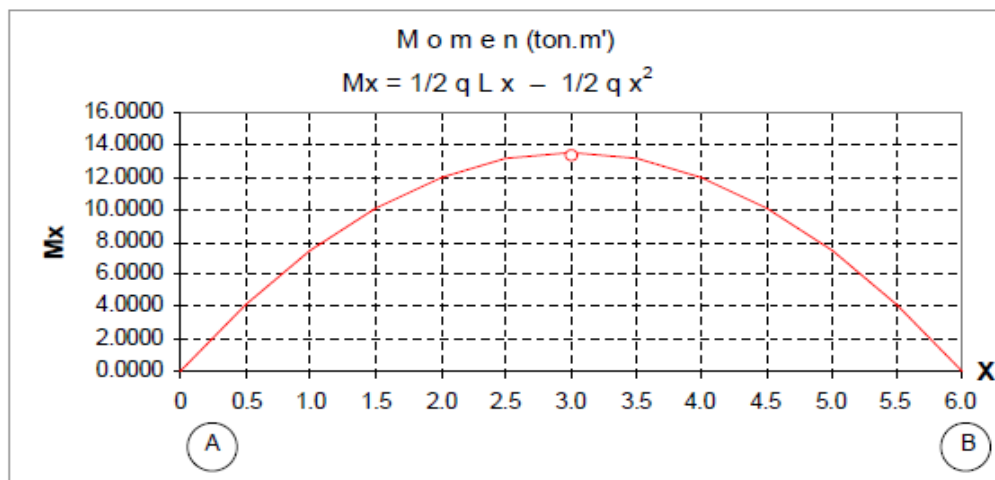
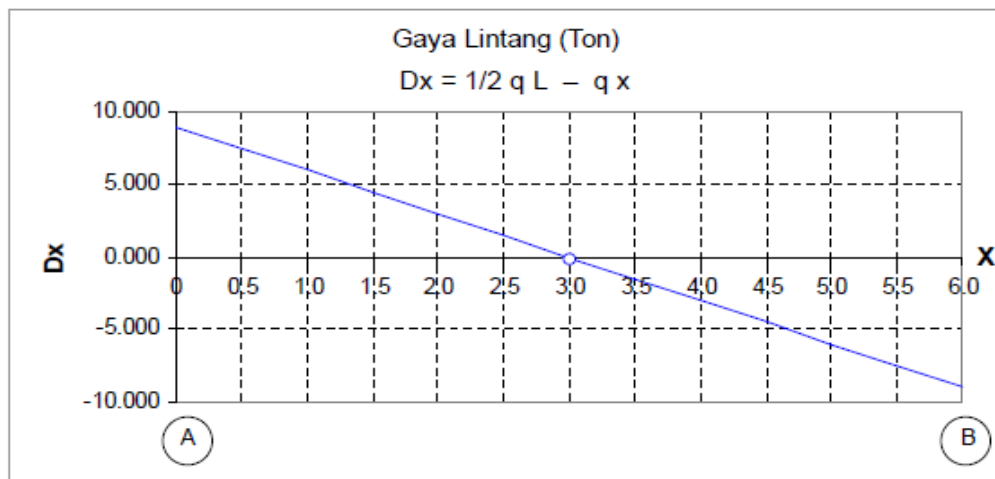
Gaya lintang,

$$Dx = d(Mx)/dx = R_{AV} - q \cdot x \quad \dots\dots(5)$$

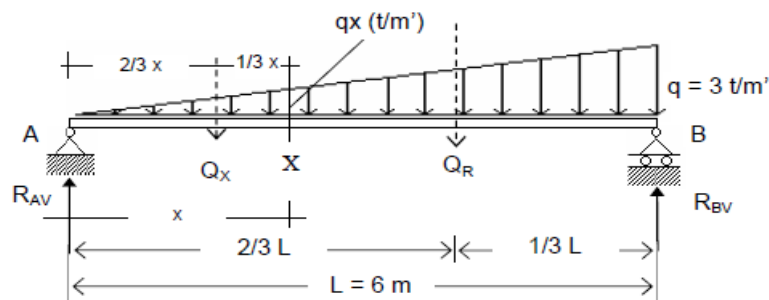
Untuk  $x = 1 \text{ m}$  dan  $x = 3 \text{ m}$  dari perletakan A,

$$Dx_{x=1m} = 9 - 3 \times (1) = + 6 \text{ t.m'}$$

$$Dx_{x=3m} = 9 - 3 \times (3) = + 0 \text{ t.m'}$$



#### 4. Balok Diatas Dua Perletakan Memikul Muatan Segi Tiga.



Penyelesaian :

a. Reaksi Perletakan.

$$Q_R = q \cdot \frac{1}{2} L = (3 \text{ t/m}') \times \frac{1}{2} \times (6 \text{ m}) = 9 \text{ ton.}$$

$$\Sigma M_B = 0,$$

$$R_{AV} \cdot L - Q_R \cdot \frac{1}{3} L = 0$$

$$R_{AV} = + \frac{1}{3} Q_R = + \frac{1}{3} q \cdot \frac{1}{2} L$$

$$R_{AV} = \frac{1}{6} q L$$

$$= \frac{1}{6} \times (3 \text{ t/m}') / (6 \text{ m})$$

$$R_{AV} = + 3 \text{ ton } (\uparrow)$$

$$\Sigma M_B = 0,$$

$$- R_{BV} \cdot L + Q_R \cdot \frac{2}{3} L = 0$$

$$R_{BV} = + \frac{2}{3} Q_R = + \frac{2}{3} q \cdot \frac{1}{2} L$$

$$R_{BV} = \frac{1}{3} q L$$

$$= \frac{1}{3} \times (3 \text{ t/m}') / (6 \text{ m})$$

$$R_{BV} = + 6 \text{ ton } (\uparrow)$$

Kontrol :

$$\Sigma V = 0,$$

$$R_{AV} + R_{BV} - Q_R = 0$$

$$3 \text{ ton} + 6 \text{ ton} - 9 \text{ ton} = 0 \quad \dots\dots(\text{memenuhi})$$

b. Gaya lintang.

$$D_{A-B} = + R_{AV} = + \frac{1}{6} q L = + 3 \text{ ton.}$$

$$D_{B-A} = + R_{AV} - Q_R = \frac{1}{6} q L - \frac{1}{2} q L = - \frac{1}{3} q L = - R_{BV} = - 6 \text{ ton.}$$

c. Tinjau tampang X.

Tampang X terletak sejauh x dari perletakan A, momen pada tampang X, dihitung dari kanan kekiri,

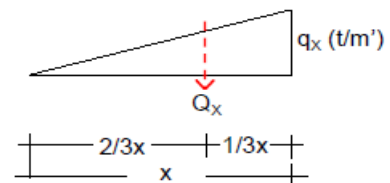
$$q_x = q \cdot \frac{x}{L}$$

$$Q_X = q_x \cdot \frac{1}{2} x = \left( q \cdot \frac{x}{L} \right) \cdot \frac{1}{2} x = \frac{1}{2} q \frac{x^2}{L}$$

$$M_X = R_{AV} \cdot x - Q_X \cdot \frac{1}{3} x$$

$$= \left( \frac{1}{6} q L \right) \cdot x - \left( \frac{1}{2} q \frac{x^2}{L} \right) \cdot \frac{1}{3} x$$

$$M_X = \frac{1}{6} q L x - \frac{1}{6} q \frac{x^3}{L} \quad \dots\dots(1)$$



Momen maksimum terjadi apabila gaya lintang sama dengan nol,

$$\begin{aligned} D_x &= d(M_x)/dx = 0 \\ &= d(1/6 q L x - 1/6 q x^3/L)/dx \\ D_x &= 1/6 q L - 1/2 q x^2/L \quad \dots(2) \end{aligned}$$

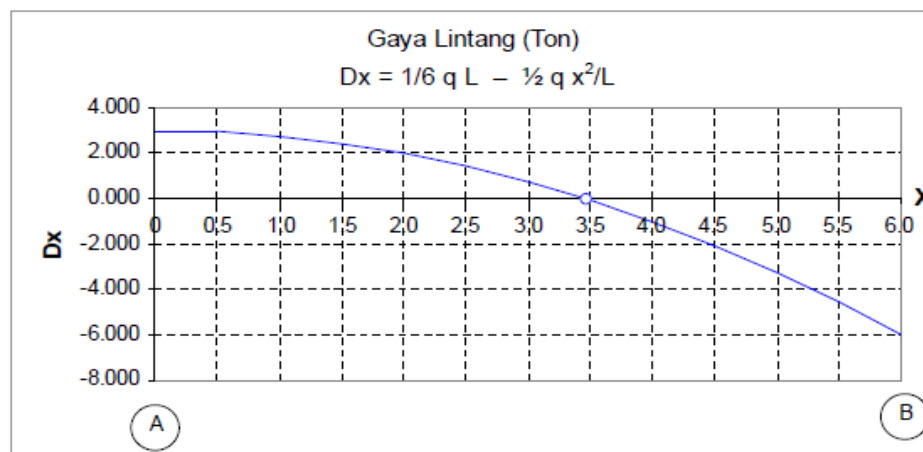
$$\begin{aligned} 1/6 q L - 1/2 q x^2/L &= 0 \\ x^2 &= 1/6 q L \cdot 2 L/q \\ x &= \sqrt{1/3 L^2} \\ x &= 1/3 L \sqrt{3} \quad \dots(3) \\ &= 1/3 \cdot (6 \text{ m}) \cdot \sqrt{3} \\ x &= 3,464 \text{ m (dari perletakan A).} \end{aligned}$$

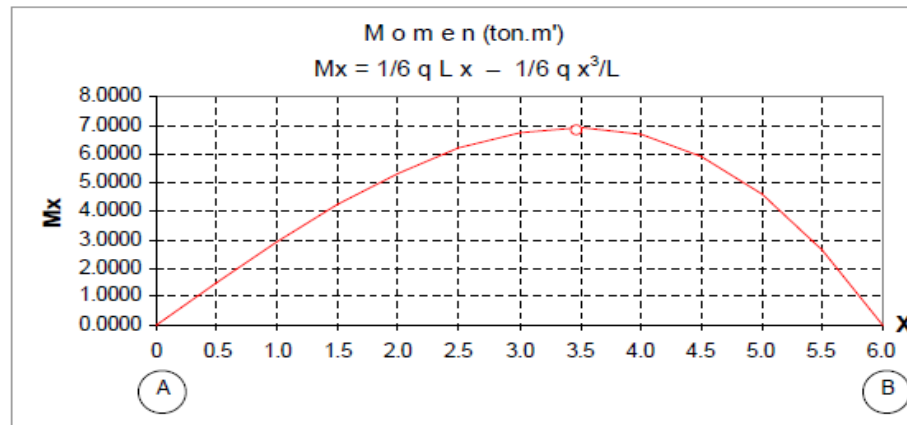
Substitusikan pers.(3) kedalam (1), maka diperoleh momen maksimum,

$$\begin{aligned} M_{\text{maks}} &= 1/6 q L \cdot (1/3 L \sqrt{3}) - 1/6 q (1/3 L \sqrt{3})^3/L \\ &= 1/6 q L^2 \{1/3 \sqrt{3} - 1/9 \sqrt{3}\} \\ M_{\text{maks}} &= 1/27 q L^2 \sqrt{3} \quad \dots(4) \\ M_{\text{maks}} &= 1/27 \times 3 \times 6^2 \times \sqrt{3} = 6,9282 \text{ t.m'.} \end{aligned}$$

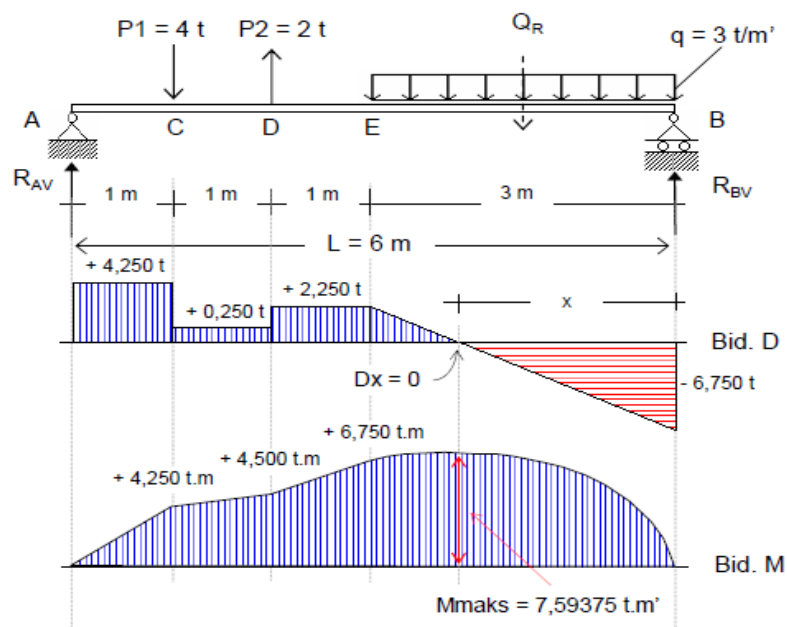
Tabel nilai momen dan gaya lintang

X	Dx	Mx
m	ton	ton.m'
0	3.000	0.0000
0.5	2.938	1.4896
1.0	2.750	2.9167
1.5	2.438	4.2188
2.0	2.000	5.3333
2.5	1.438	6.1979
3.0	0.750	6.7500
3.5	-0.063	6.9271
4.0	-1.000	6.6667
4.5	-2.063	5.9063
5.0	-3.250	4.5833
5.5	-4.563	2.6354
6.0	-6.000	0.0000





### 5. Balok Diatas Dua Perletakan Memikul Muatan Campuran.



Penyelesaian :

a. Reaksi Perletakan.

$$Q_R = (3 \text{ t/m}') \times (3 \text{ m}) = 9 \text{ ton.}$$

$$\sum M_B = 0,$$

$$R_{AV} \cdot (6 \text{ m}) - P_1 \cdot (5 \text{ m}) + P_2 \cdot (4 \text{ m}) - q \cdot (3 \text{ m}) \cdot \frac{1}{2} \cdot (3 \text{ m}) = 0$$

$$R_{AV} \times 6 - 4 \times 5 + 2 \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3^2 = 0$$

$$R_{AV} = (20 - 8 + 13,5)/6$$

$$R_{AV} = + 4,250 \text{ ton } (\uparrow)$$

$$\sum M_A = 0,$$

$$- R_{BV} \cdot (6 \text{ m}) + P_1 \cdot (1 \text{ m}) - P_2 \cdot (2 \text{ m}) + q \cdot (3 \text{ m}) \cdot (4,5 \text{ m}) = 0$$

$$- R_{BV} \times 6 + 4 \times 1 - 2 \times 2 + 3 \times 3 \times 4,5 = 0$$

$$R_{BV} = (4 - 4 + 40,5)/6$$

$$R_{BV} = + 6,750 \text{ ton } (\uparrow)$$

Kontrol :

$$\Sigma V = 0,$$

$$R_{AV} + R_{BV} - P_1 + P_2 - Q_R = 0$$

$$4,250 \text{ t} + 6,750 \text{ t} - 4 \text{ t} + 2 \text{ t} - 9 \text{ t} = 0$$

$$13 \text{ t} - 13 \text{ t} = 0 \quad \dots(\text{memenuhi})$$

b. Gaya Lintang.

$$D_{A-C} = + R_{AV} = + 4,250 \text{ ton.}$$

$$D_{C-D} = D_{A-C} - P_1 = + R_{AV} - P_1 = 4,250 - 4 = + 0,250 \text{ ton.}$$

$$D_{D-E} = D_{C-D} + P_2 = + R_{AV} - P_1 + P_2 \\ = 0,250 + 2 = + 2,250 \text{ ton.}$$

$$D_{E-B} = D_{D-E} - Q_R = + R_{AV} - P_1 + P_2 - Q_R \\ = 2,250 - 9 = - 6,750 \text{ t.}$$

$$D_{E-B} = - R_{BV} \text{ (memenuhi).}$$

c. M o m e n .

$$M_C = + R_{AV} \cdot (1 \text{ m}) = + 4,250 \times 1 = + 4,250 \text{ ton.m'}$$

$$M_D = + R_{AV} \cdot (2 \text{ m}) - P_1 \cdot (1 \text{ m}) = + 4,250 \times 2 - 4 \times 1 = 4,500 \text{ t.m'}$$

$$M_E = + R_{AV} \cdot (3 \text{ m}) - P_1 \cdot (2 \text{ m}) + P_2 \cdot (1 \text{ m}) \\ = + 4,250 \times 3 - 4 \times 2 + 2 \times 1 = 6,750 \text{ t.m'}$$

$$M_B = + R_{AV} \cdot (6 \text{ m}) - P_1 \cdot (5 \text{ m}) + P_2 \cdot (4 \text{ m}) - q \cdot (3 \text{ m}) \cdot \frac{1}{2} \cdot (3 \text{ m}) \\ = + 4,250 \times 6 - 4 \times 5 + 2 \times 4 - 3 \times 3 \times \frac{1}{2} \times 3 \\ = + 25,500 - 20 + 8 - 13,5$$

$$M_B = 0 \text{ t.m' (memenuhi).}$$

d. Tinjau titik dimana gaya lintang sama dengan nol.

Gaya lintang dihitung dari kanan kekiri,

$$D_x = - R_{BV} + q \cdot x = 0$$

$$x = R_{BV}/q = (6,75 \text{ t})/(3 \text{ t/m'}$$

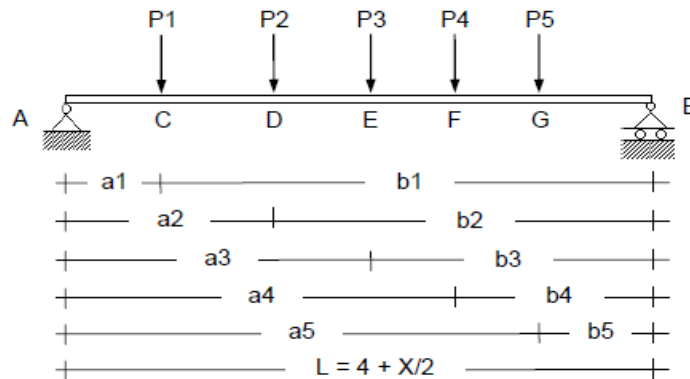
$$= 2,25 \text{ m (dari perletakan B).}$$

Momen pada titik  $x = 2,25 \text{ m}$  dari B,

$$M_x = R_{BV} \cdot x - \frac{1}{2} q \cdot x^2 \\ = 6,75 \times 2,25 - \frac{1}{2} \times 3 \times (2,25)^2$$

$$M_x = + 7,59375 \text{ t.m' (maksimum).}$$

## WORKSHOP/PELATIHAN



**Diketahui** : Struktur seperti tergambar  
 Memikul gaya-gaya,  
 $P_1 = 1 \text{ ton}$  ;  $P_2 = 1,5 \text{ ton}$  ;  $P_3 = 4 \text{ ton}$  ;  $P_4 = 3 \text{ ton}$  ;  $P_5 = 2 \text{ ton}$ .  
 $a_1 = 0,2 L$  ;  $a_2 = 0,3 L$  ;  $a_3 = 0,6 L$  ;  $a_4 = 0,7 L$  ;  $a_5 = 0,8 L$   
 $L = 4 + X/2$  (meter).  
 $X =$  Satu angka terakhir No.Stb.  
 Misal, No.Stb. 08101012, maka  $X = 2$  meter.

**Diminta** : Gambarkan bidang-bidang momen (M) dan gaya lintang (D).

**Penyelesaian** :

a). Data.

Misal  $X = -1$ , maka  $L = 4 - 1/2 = 3,5$  meter  
 (Bilangan negatif jangan ditiru).

$a_1 = 0,2 \times (3,5 \text{ m}) = 0,70 \text{ m}.$	$b_1 = 3,5 \text{ m} - 0,70 \text{ m} = 2,80 \text{ m}.$
$a_2 = 0,3 \times (3,5 \text{ m}) = 1,05 \text{ m}.$	$b_2 = 3,5 \text{ m} - 1,05 \text{ m} = 2,45 \text{ m}.$
$a_3 = 0,6 \times (3,5 \text{ m}) = 2,10 \text{ m}.$	$b_3 = 3,5 \text{ m} - 2,10 \text{ m} = 1,40 \text{ m}.$
$a_4 = 0,7 \times (3,5 \text{ m}) = 2,45 \text{ m}.$	$b_4 = 3,5 \text{ m} - 2,45 \text{ m} = 1,05 \text{ m}.$
$a_5 = 0,8 \times (3,5 \text{ m}) = 2,80 \text{ m}.$	$b_5 = 3,5 \text{ m} - 2,60 \text{ m} = 0,70 \text{ m}.$

b). Reaksi perletakan.

$$\sum M_B = 0$$

$$\begin{aligned} R_{AV} &= P_1 \cdot b_1/L + P_2 \cdot b_2/L + P_3 \cdot b_3/L + P_4 \cdot b_4/L + P_5 \cdot b_5/L \\ &= (1 \text{ t}) \cdot (2,8/3,5) + (1,5 \text{ t}) \cdot (2,45/3,5) + (4 \text{ t}) \cdot (1,4/3,5) + (3 \text{ t}) \cdot (1,05/3,5) + (2 \text{ t}) \cdot (0,7/3,5) \\ &= 0,800 \text{ t} + 1,050 \text{ t} + 1,600 \text{ t} + 0,900 \text{ t} + 0,400 \text{ t} \\ R_{AV} &= 4,750 \text{ ton}. \end{aligned}$$

$$\sum M_A = 0$$

$$\begin{aligned} R_{BV} &= P_1 \cdot a_1/L + P_2 \cdot a_2/L + P_3 \cdot a_3/L + P_4 \cdot a_4/L + P_5 \cdot a_5/L \\ &= (1 \text{ t}) \cdot (0,7/3,5) + (1,5 \text{ t}) \cdot (1,05/3,5) + (4 \text{ t}) \cdot (2,1/3,5) + (3 \text{ t}) \cdot (2,45/3,5) + (2 \text{ t}) \cdot (2,8/3,5) \\ &= 0,200 \text{ t} + 0,450 \text{ t} + 2,400 \text{ t} + 2,100 \text{ t} + 1,600 \text{ t} \\ R_{BV} &= 6,750 \text{ ton}. \end{aligned}$$

Kontrol :

$$\sum V = 0,$$

$$R_{AV} + R_{BV} - P_1 - P_2 - P_3 - P_4 - P_5 = 0$$

$$4,750 \text{ t} + 6,750 \text{ t} - 1 \text{ t} - 1,5 \text{ t} - 4 \text{ t} - 3 \text{ t} - 2 \text{ t} = 0$$

$$11,5 \text{ t} - 11,5 \text{ t} = 0 \text{ (memenuhi).}$$

c). Gaya Lintang.

$$\begin{aligned}
Da-c &= + R_{AV} = + 4,750 \text{ t.} \\
Dc-d &= + R_{AV} - P1 = 4,750 \text{ t} - 1 \text{ t} = + 3,750 \text{ t.} \\
Dd-e &= + R_{AV} - P1 - P2 = 4,750 \text{ t} - 1 \text{ t} - 1,5 \text{ t} = + 2,250 \text{ t.} \\
De-f &= + R_{AV} - P1 - P2 - P3 = 4,750 \text{ t} - 1 \text{ t} - 1,5 \text{ t} - 4,0 \text{ t} = - 1,750 \text{ t.} \\
Df-g &= + R_{AV} - P1 - P2 - P3 - P4 = 4,750 \text{ t} - 1 \text{ t} - 1,5 \text{ t} - 4,0 \text{ t} - 3,0 \text{ t} = - 4,750 \text{ t.} \\
Dg-b &= + R_{AV} - P1 - P2 - P3 - P4 - P5 \\
&= 4,750 \text{ t} - 1 \text{ t} - 1,5 \text{ t} - 4,0 \text{ t} - 3,0 \text{ t} - 2,0 \text{ t} = - 6,750 \text{ t.} \\
Dg-b &= - R_{BV}
\end{aligned}$$

d). Momen.

Perhitungan momen lentur dari kiri ke kanan, diperoleh,

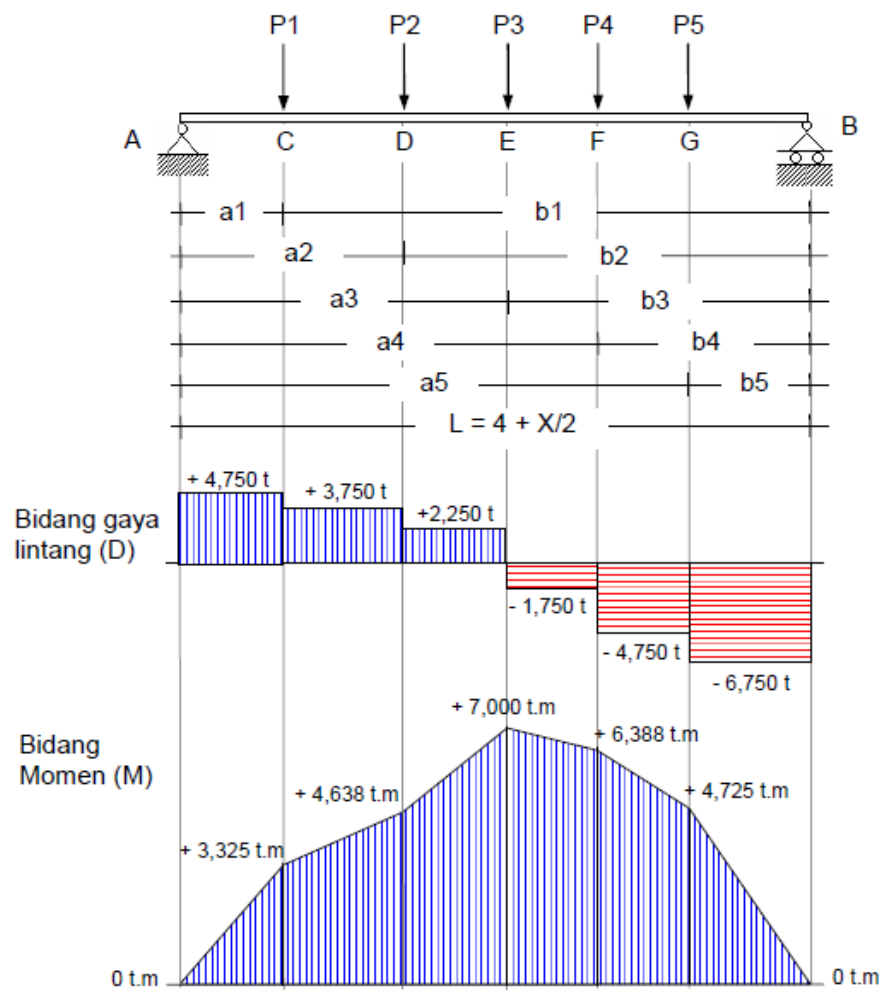
$$\begin{aligned}
Ma &= 0 \text{ t.m}' \\
Mc &= + R_{AV} \cdot a1 = + 4,750 \text{ t} \times 0,7 \text{ m} = + 3,325 \text{ t.m}' \\
Md &= + R_{AV} \cdot a2 - P1 \cdot (a2 - a1) = + 4,750 \text{ t} \times 1,05 \text{ m} - 1 \text{ t} \cdot (1,05 \text{ m} - 0,7 \text{ m}) \\
&= + 4,638 \text{ t.m}' \\
Me &= + R_{AV} \cdot a3 - P1 \cdot (a3 - a1) - P2 \cdot (a3 - a2) \\
&= + 4,750 \text{ t} \times 2,1 \text{ m} - 1 \text{ t} \cdot (2,1 \text{ m} - 0,7 \text{ m}) - 1,5 \text{ t} \cdot (2,1 \text{ m} - 1,05 \text{ m}) \\
&= + 7,000 \text{ t.m}' \\
Mf &= + R_{AV} \cdot a4 - P1 \cdot (a4 - a1) - P2 \cdot (a4 - a2) - P3 \cdot (a4 - a3) \\
&= + 4,750 \text{ t} \times 2,45 \text{ m} - 1 \text{ t} \cdot (2,45 \text{ m} - 0,7 \text{ m}) - 1,5 \text{ t} \cdot (2,45 \text{ m} - 1,05 \text{ m}) \\
&\quad - 4,0 \text{ t} \cdot (2,45 \text{ m} - 2,1 \text{ m}) \\
&= + 6,388 \text{ t.m}' \\
Mg &= + R_{AV} \cdot a5 - P1 \cdot (a5 - a1) - P2 \cdot (a5 - a2) - P3 \cdot (a5 - a3) - P4 \cdot (a5 - a4) \\
&= + 4,750 \text{ t} \times 2,8 \text{ m} - 1 \text{ t} \cdot (2,8 \text{ m} - 0,7 \text{ m}) - 1,5 \text{ t} \cdot (2,8 \text{ m} - 1,05 \text{ m}) \\
&\quad - 4,0 \text{ t} \cdot (2,8 \text{ m} - 2,1 \text{ m}) - 3,0 \text{ t} \cdot (2,8 \text{ m} - 2,45 \text{ m}) \\
&= + 4,725 \text{ t.m}' \\
Mb &= 0 \text{ t.m}'
\end{aligned}$$

Perhitungan momen lentur dari kanan ke kiri, persamaannya,

$$\begin{aligned}
Mb &= 0 \text{ t.m}' \\
Mg' &= + R_{BV} \cdot b5 \\
Mf' &= + R_{BV} \cdot b4 - P5 \cdot (b4 - b5) \\
Me' &= + R_{BV} \cdot b3 - P5 \cdot (b3 - b5) - P4 \cdot (b3 - b4) \\
Md' &= + R_{BV} \cdot b2 - P5 \cdot (b2 - b5) - P4 \cdot (b2 - b4) - P3 \cdot (b2 - b3) \\
Mc' &= + R_{BV} \cdot b1 - P5 \cdot (b1 - b5) - P4 \cdot (b1 - b4) - P3 \cdot (b1 - b3) - P2 \cdot (b1 - b2) \\
Ma &= 0 \text{ t.m}'
\end{aligned}$$

Keseimbangan mengharuskan,

$$\begin{aligned}
Ma &= Mb = 0 \\
Mc &= Mc' ; Md = Md' ; Me = Me' ; Mf = Mf' ; Mg = Mg'
\end{aligned}$$



### Kunci Jawaban

No. Stb.	P1 ton	P2 ton	P3 ton	P4 ton	P5 ton
-1	1.000	1.500	4.000	3.000	2.000
0	1.000	1.500	4.000	3.000	2.000
1	1.000	1.500	4.000	3.000	2.000
2	1.000	1.500	4.000	3.000	2.000
3	1.000	1.500	4.000	3.000	2.000
4	1.000	1.500	4.000	3.000	2.000
5	1.000	1.500	4.000	3.000	2.000
6	1.000	1.500	4.000	3.000	2.000
7	1.000	1.500	4.000	3.000	2.000
8	1.000	1.500	4.000	3.000	2.000
9	1.000	1.500	4.000	3.000	2.000



No. Stb.	L m	a1 m	a2 m	a3 m	a4 m	a5 m	b1 m	b2 m	b3 m	b4 m	b5 m
-1	3.500	0.700	1.050	2.100	2.450	2.800	2.800	2.450	1.400	1.050	0.700
0	4.000	0.800	1.200	2.400	2.800	3.200	3.200	2.800	1.600	1.200	0.800
1	4.500	0.900	1.350	2.700	3.150	3.600	3.600	3.150	1.800	1.350	0.900
2	5.000	1.000	1.500	3.000	3.500	4.000	4.000	3.500	2.000	1.500	1.000
3	5.500	1.100	1.650	3.300	3.850	4.400	4.400	3.850	2.200	1.650	1.100
4	6.000	1.200	1.800	3.600	4.200	4.800	4.800	4.200	2.400	1.800	1.200
5	6.500	1.300	1.950	3.900	4.550	5.200	5.200	4.550	2.600	1.950	1.300
6	7.000	1.400	2.100	4.200	4.900	5.600	5.600	4.900	2.800	2.100	1.400
7	7.500	1.500	2.250	4.500	5.250	6.000	6.000	5.250	3.000	2.250	1.500
8	8.000	1.600	2.400	4.800	5.600	6.400	6.400	5.600	3.200	2.400	1.600
9	8.500	1.700	2.550	5.100	5.950	6.800	6.800	5.950	3.400	2.550	1.700

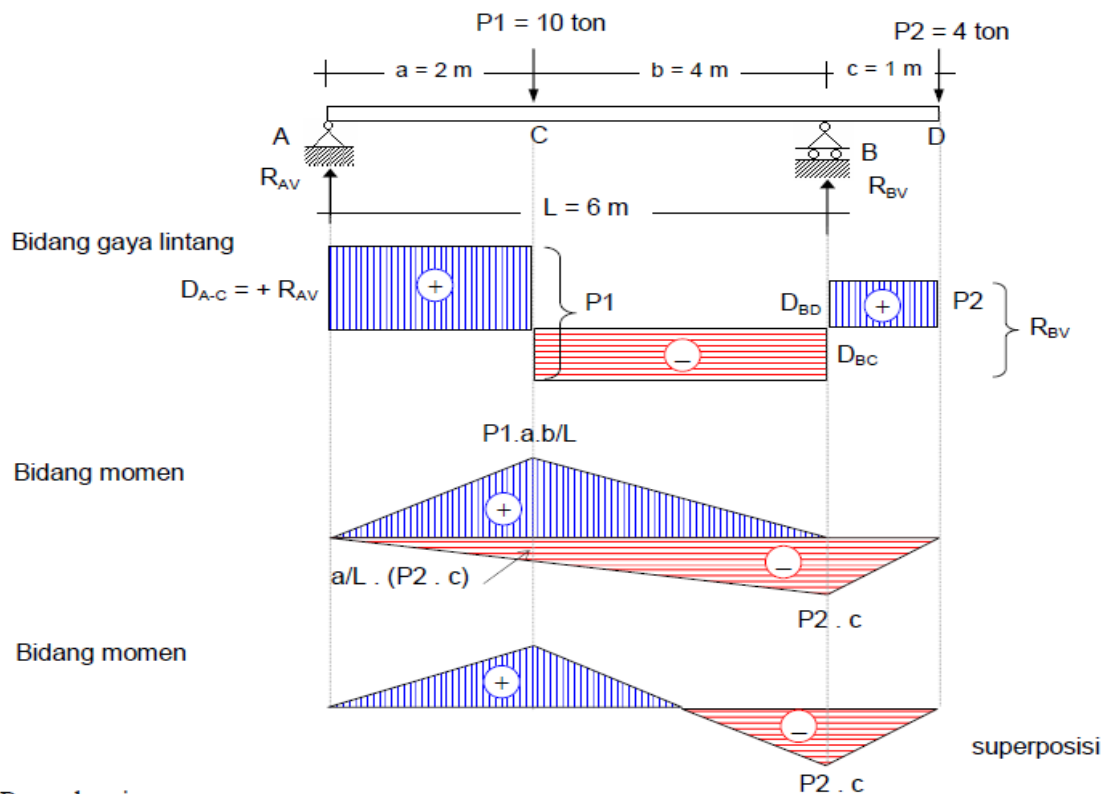
No. Stb.	RAV ton	RBV ton	Da-c ton	Dc-d ton	Dd-e ton	De-f ton	Df-g ton	Dg-b ton
-1	4.750	6.750	4.750	3.750	2.250	-1.750	-4.750	-6.750
0	4.750	6.750	4.750	3.750	2.250	-1.750	-4.750	-6.750
1	4.750	6.750	4.750	3.750	2.250	-1.750	-4.750	-6.750
2	4.750	6.750	4.750	3.750	2.250	-1.750	-4.750	-6.750
3	4.750	6.750	4.750	3.750	2.250	-1.750	-4.750	-6.750
4	4.750	6.750	4.750	3.750	2.250	-1.750	-4.750	-6.750
5	4.750	6.750	4.750	3.750	2.250	-1.750	-4.750	-6.750
6	4.750	6.750	4.750	3.750	2.250	-1.750	-4.750	-6.750
7	4.750	6.750	4.750	3.750	2.250	-1.750	-4.750	-6.750
8	4.750	6.750	4.750	3.750	2.250	-1.750	-4.750	-6.750
9	4.750	6.750	4.750	3.750	2.250	-1.750	-4.750	-6.750

No. Stb.	Mc ton.m'	Md ton.m'	Me ton.m'	Mf ton.m'	Mg ton.m'	Mg' ton.m'	Mf' ton.m'	Me' ton.m'
-1	3.325	4.638	7.000	6.388	4.725	4.725	6.388	7.000
0	3.800	5.300	8.000	7.300	5.400	5.400	7.300	8.000
1	4.275	5.963	9.000	8.213	6.075	6.075	8.213	9.000
2	4.750	6.625	10.000	9.125	6.750	6.750	9.125	10.000
3	5.225	7.288	11.000	10.038	7.425	7.425	10.038	11.000
4	5.700	7.950	12.000	10.950	8.100	8.100	10.950	12.000
5	6.175	8.613	13.000	11.863	8.775	8.775	11.863	13.000
6	6.650	9.275	14.000	12.775	9.450	9.450	12.775	14.000
7	7.125	9.938	15.000	13.688	10.125	10.125	13.688	15.000
8	7.600	10.600	16.000	14.600	10.800	10.800	14.600	16.000
9	8.075	11.263	17.000	15.513	11.475	11.475	15.513	17.000

# MODUL 6

## BALOK MENGANJUR DIATAS DUA PERLETAKAN

### 1. Balok Menganjur Sebelah Memikul Muatan Terpusat.



Penyelesaian :

a. Reaksi Perletakan.

$$\begin{aligned} \Sigma M_B &= 0, \\ R_{AV} \cdot L - P_1 \cdot b + P_2 \cdot c &= 0 \\ R_{AV} &= P_1 \cdot b/L - P_2 \cdot c/L \\ &= 10 \times 4/6 - 4 \times 1/6 \\ R_{AV} &= + 6,0 \text{ ton } (\uparrow) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_A &= 0, \\ -R_{BV} \cdot L + P_2 \cdot (c+L) + P_1 \cdot a &= 0 \\ R_{BV} &= P_1 \cdot a/L + P_2 \cdot (c+L)/L \\ R_{BV} &= 10 \times 2/6 + 4 \times (1+6)/6 \\ R_{BV} &= + 8,0 \text{ ton } (\uparrow). \end{aligned}$$

Kontrol :

$$\begin{aligned} \Sigma V &= 0, \\ R_{AV} + R_{BV} - P_1 - P_2 &= 0 \\ 6,0 \text{ t} + 8,0 \text{ t} - 10 \text{ t} - 4 \text{ t} &= 0 \\ 14 \text{ t} - 14 \text{ t} &= 0 \end{aligned} \quad \text{.....(memenuhi)}$$

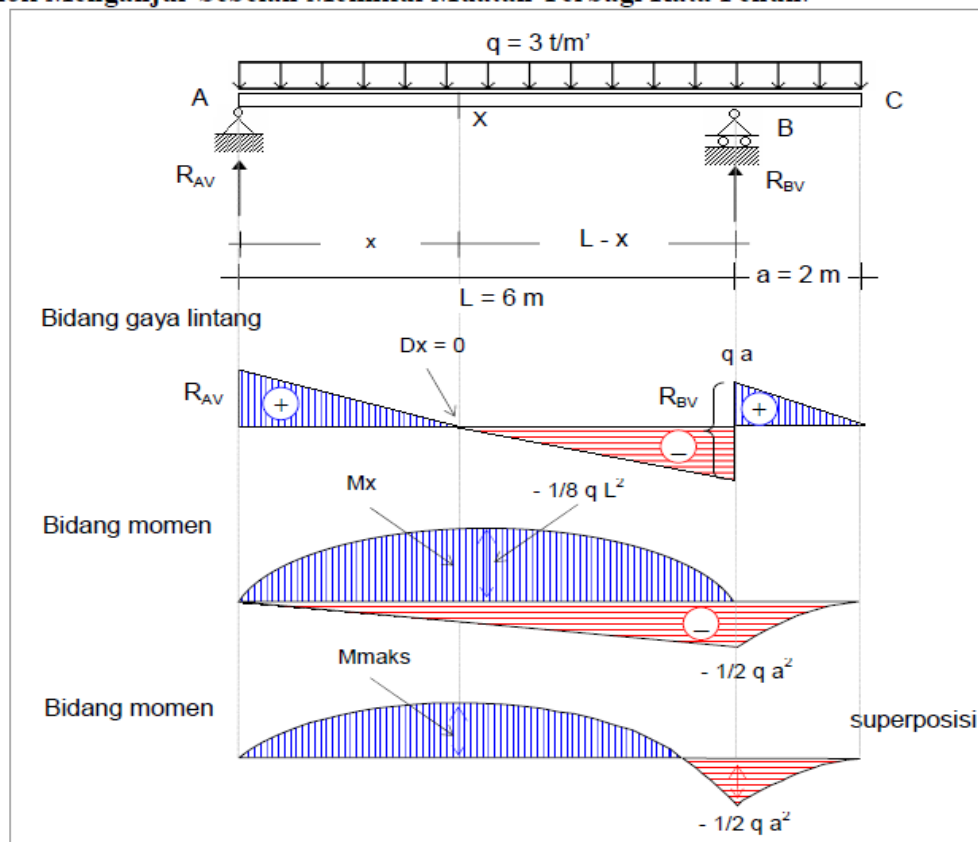
b. Gaya lintang.

$$\begin{aligned} D_{A-C} &= + R_{AV} = + 6,0 \text{ ton.} \\ D_{C-B} &= D_{C-A} - P1 = 6,0 - 10 = - 4,0 \text{ ton.} \\ D_{B-D} &= D_{C-B} + R_{BV} = - 4,0 + 8 = + 4 \text{ ton.} \\ D_{B-D} &= + P2 \end{aligned}$$

c. M o m e n .

$$\begin{aligned} M_A &= 0 \\ M_C &= + R_{AV} \cdot a = + 6,0 \text{ t} \times 2 \text{ m} = + 12,0 \text{ ton.m}' \\ M_B &= + R_{AV} \cdot L - P2 \cdot b = 6 \times 6 - 10 \times 4 = - 4 \text{ t.m}' \text{, atau} \\ M_B &= - P2 \cdot c = - 4 \times 1 = - 4 \text{ t.m}' \end{aligned}$$

## 2. Balok Menganjur Sebelah Memikul Muatan Terbagi Rata Penuh.



Penyelesaian :

a. Reaksi Perletakan.

$$\begin{aligned} \Sigma M_B &= 0, \\ R_{AV} \cdot L - q \cdot L \cdot \frac{1}{2} L + q \cdot a \cdot \frac{1}{2} a &= 0 \\ R_{AV} &= \frac{1}{2} q \cdot \frac{\{L^2 - a^2\}}{L} \\ R_{AV} &= \frac{1}{2} \cdot (3) \cdot \frac{\{6^2 - 2^2\}}{6} \\ R_{AV} &= + 8 \text{ ton } (\uparrow) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_A &= 0, \\ -R_{BV} \cdot L + q \cdot L \cdot \frac{1}{2} L + q \cdot a \cdot (\frac{1}{2} a + L) &= 0, \text{ atau} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-R_{BV} \cdot L + q \cdot (L + a) \cdot \frac{1}{2} \cdot (a + L) &= 0 \\
R_{BV} &= \frac{1}{2} q \cdot (L + a)^2 / L \\
R_{BV} &= \frac{1}{2} \cdot (3) \cdot (6 + 2)^2 / 6 \\
R_{BV} &= + 16 \text{ ton } (\uparrow)
\end{aligned}$$

Kontrol :

$$\begin{aligned}
\Sigma V &= 0, \\
R_{AV} + R_{BV} - q \cdot \{L + a\} &= 0 \\
8 + 16 - 3 \cdot \{6 + 2\} &= 0 \\
24 \text{ t} - 24 \text{ t} &= 0 \quad \dots\dots(\text{memenuhi})
\end{aligned}$$

b. Gaya lintang.

$$\begin{aligned}
D_{A-B} &= + R_{AV} = + 8 \text{ ton.} \\
D_{B-A} &= + R_{AV} - q \cdot L = 8 - 3 \times 6 = - 10 \text{ ton.} \\
D_{B-C} &= D_{B-A} + R_{BV} = - 10 + 16 = + 6 \text{ ton.}
\end{aligned}$$

c. M o m e n .

$$\begin{aligned}
M_B &= - \frac{1}{2} q \cdot a^2 = - \frac{1}{2} \cdot (3) \cdot (2)^2 \\
&= - 6 \text{ t.m'}.
\end{aligned}$$

Tinjau tampang X, terletak sejauh x dari perletakan A, besar momen pada titik ini,

$$M_X = R_{AV} \cdot x - \frac{1}{2} q \cdot x^2$$

Momen maksimum terjadi pada titik dimana gaya lintang sama dengan nol,

$$\begin{aligned}
D_X &= d(M_X)/dx = d(R_{AV} \cdot x - \frac{1}{2} q \cdot x^2)/dx \\
D_X &= R_{AV} - q \cdot x \\
D_X &= 0 \\
R_{AV} - q \cdot x &= 0 \\
x &= R_{AV}/q = (8 \text{ t})/(3 \text{ t/m'}) \\
&= 2,667 \text{ m (dari perletakan A)}.
\end{aligned}$$

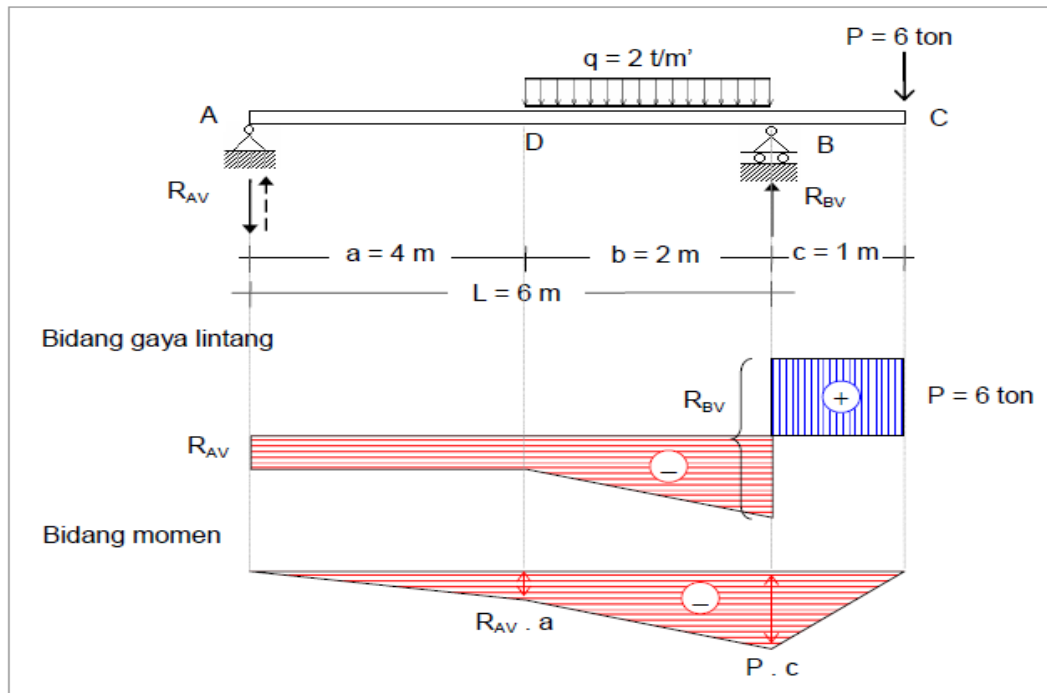
Maka momen maksimum,

$$M_{x=2,667 \text{ m}} = (8) \cdot (2,667) - \frac{1}{2} \cdot (3) \cdot (2,667)^2 = + 10,667 \text{ t.m'}.$$

Titik dimana momen sama dengan nol,

$$\begin{aligned}
M_X &= R_{AV} \cdot x - \frac{1}{2} q \cdot x^2 = 0 \\
R_{AV} - \frac{1}{2} q \cdot x &= 0 \\
x &= 2 \cdot R_{AV}/q = 2 \cdot (8)/(3) \\
&= 5,333 \text{ m (dari perletakan A)}
\end{aligned}$$

### 3. Balok Menganjur Sebelah Memikul Muatan Campuran.



Penyelesaian :

a. Reaksi Perletakan.

$$\Sigma M_B = 0,$$

$$R_{AV} \cdot L - q \cdot b \cdot \frac{1}{2} b + P \cdot c = 0$$

$$R_{AV} = \frac{1}{2} q b^2 / L - P \cdot c / L$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 / 6 - 6 \times 1 / 6 = 4/6 - 1 = -2/6$$

$$R_{AV} = -0,333 \text{ ton } (\downarrow).$$

$$\Sigma M_A = 0,$$

$$-R_{BV} \cdot L + q \cdot b \cdot (\frac{1}{2} b + a) + P \cdot (c + L) = 0$$

$$R_{BV} = q \cdot b \cdot (\frac{1}{2} b + a) / L + P \cdot (c + L) / L$$

$$R_{BV} = 2 \times 2 \times (\frac{1}{2} \times 2 + 4) / 6 + 6 \times (1 + 6) / 6 = 20/6 + 7$$

$$R_{BV} = +10,333 \text{ ton } (\uparrow).$$

Kontrol :

$$\Sigma V = 0,$$

$$R_{AV} + R_{BV} - q \cdot b - P = 0$$

$$-0,333 \text{ t} + 10,333 \text{ t} - 2 \times 2 \text{ t} - 6 \text{ t} = 0$$

$$10 \text{ t} - 10 \text{ t} = 0 \quad \dots(\text{memenuhi})$$

b. Gaya lintang.

$$D_{A-C} = -R_{AV} = -0,333 \text{ ton.}$$

$$D_{C-A} = D_{A-C} = -0,333 \text{ ton.}$$

$$D_{C-B} = D_{C-A} = -0,333 \text{ ton.}$$

$$D_{B-C} = D_{C-B} - q \cdot b = -0,333 - 2 \times 2 = -4,333 \text{ ton.}$$

$$D_{B-D} = D_{B-C} + R_{BV} = -4,333 + 10,333 = +6 \text{ ton.}$$

$$D_{B-D} = P = +6 \text{ ton.}$$

c. Momen.

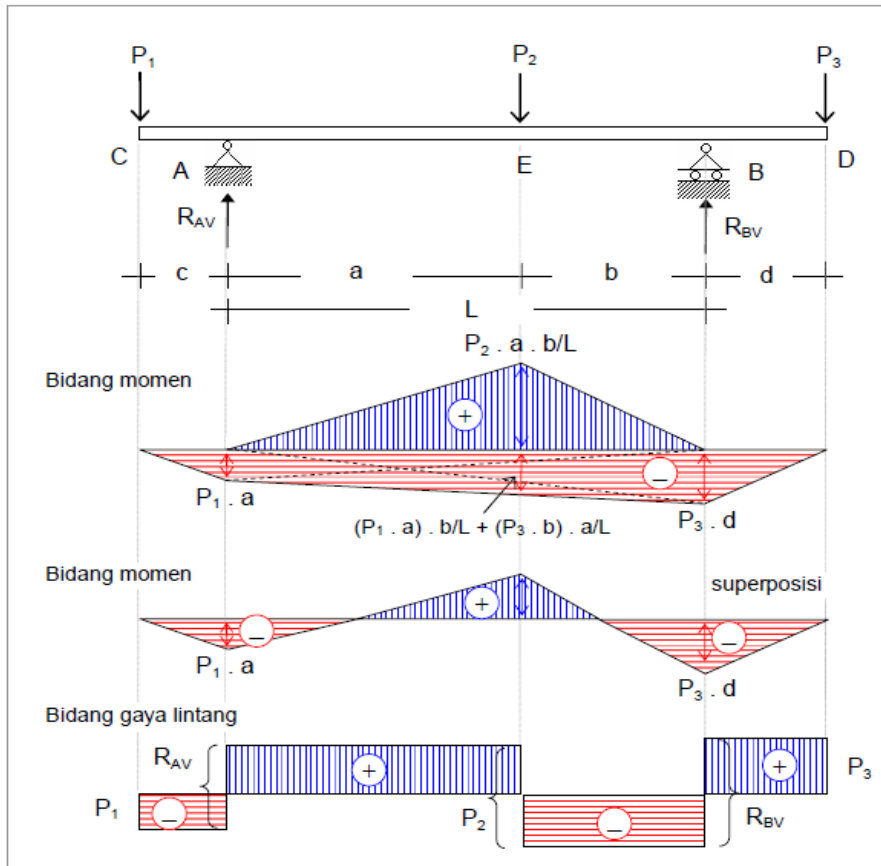
$$M_A = 0$$

$$M_C = + R_{AV} \cdot a = -0,333 \times 4 = -1,333 \text{ ton.m'}$$

$$M_B = + R_{AV} \cdot L - q \cdot b \cdot \frac{1}{2} b = -0,333 \times 6 - 2 \times 2 \times \frac{1}{2} \times 2 = -6 \text{ t.m'}$$
, atau

$$M_B = -P \cdot c = -6 \times 1 = -6 \text{ t.m'}$$

#### 4. Balok Menganjur Pada Kedua Belah Sisi Perletakan memikul Beban Terpusat.



Penyelesaian :

a. Reaksi Perletakan.

$$\Sigma M_B = 0,$$

$$R_{AV} \cdot L - P_1 \cdot (L + c) - P_2 \cdot (b) + P_3 \cdot (d) = 0$$

$$R_{AV} = P_1 \cdot \{(L + c)/L\} + P_2 \cdot (b/L) - P_3 \cdot (d/L)$$

$$\Sigma M_A = 0,$$

$$- R_{BV} \cdot L - P_1 \cdot (c) + P_2 \cdot (a) + P_3 \cdot (d + L) = 0$$

$$R_{BV} = - P_1 \cdot (c/L) + P_2 \cdot (a/L) + P_3 \cdot \{(d + L)/L\} = 0$$

Kontrol :

$$\Sigma V = 0,$$

$$R_{AV} + R_{BV} - P_1 - P_2 - P_3 = 0$$

b. Gaya lintang.

$$D_{C-A} = -P_1.$$

$$D_{A-E} = D_{C-A} + R_{AV} = -P_1 + R_{AV}.$$

$$D_{E-B} = D_{A-E} - P_2 = -P_1 + R_{AV} - P_2$$

$$D_{B-D} = D_{E-B} + R_{BV} = P_3$$

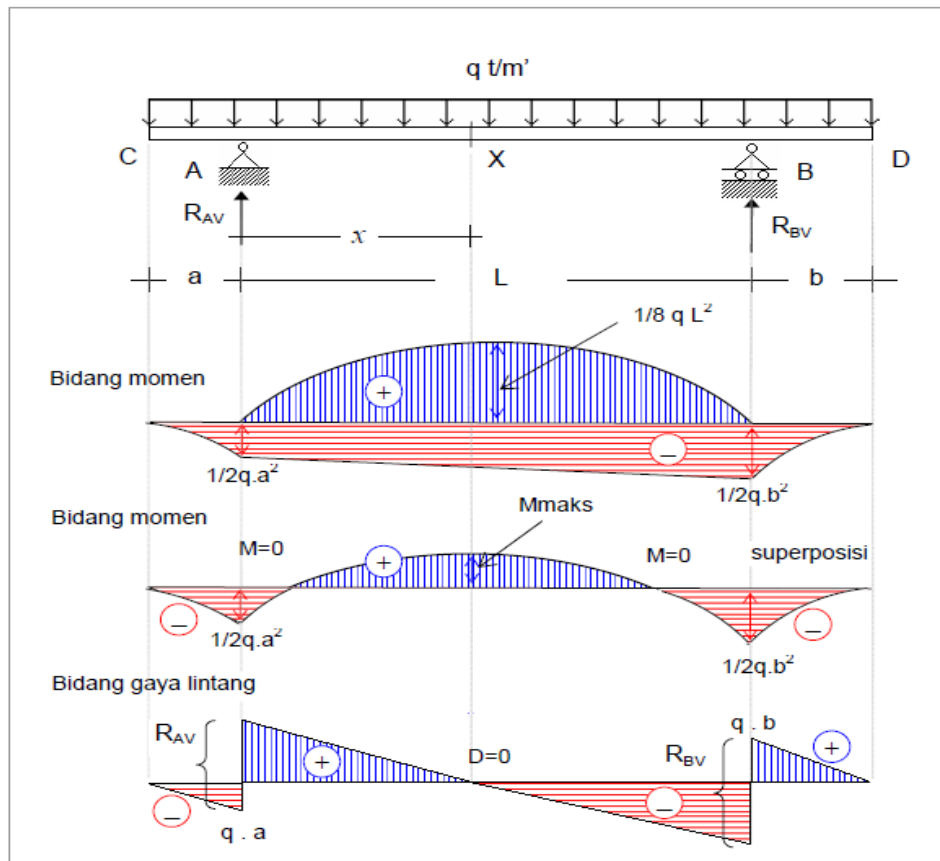
c. Momen.

$$M_A = -P_1 \cdot c$$

$$M_E = R_{AV} \cdot a - P_1 \cdot (c + a)$$

$$M_B = +R_{AV} \cdot L - P_1 \cdot (c + L) - P_2 \cdot b = -P_3 \cdot d$$

**5. Balok Menganjur Pada Kedua Belah Sisi Perletakan Memikul Beban Terbagi Rata.**



Penyelesaian :

a. Reaksi Perletakan.

$$\Sigma M_B = 0,$$

$$R_{AV} \cdot L - q \cdot (L + a) \cdot \frac{1}{2}(L + a) + q \cdot (b) \cdot \frac{1}{2}(b) = 0$$

$$R_{AV} = \frac{1}{2} q \cdot (L + a)^2/L + \frac{1}{2} q \cdot (b)^2/L$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_A &= 0, \\ -R_{AB} \cdot L + q \cdot (L + b) \cdot \frac{1}{2}(L + b) - q \cdot (a) \cdot \frac{1}{2}(a) &= 0 \\ R_{AB} &= \frac{1}{2} q \cdot (L + b)^2/L - \frac{1}{2} q \cdot (a)^2/L\end{aligned}$$

Kontrol :

$$\begin{aligned}\Sigma V &= 0, \\ R_{AV} + R_{BV} - q \cdot L &= 0\end{aligned}$$

b. Gaya lintang.

$$\begin{aligned}D_{C-A} &= -q \cdot a, \\ D_{A-B} &= D_{C-A} + R_{AV} = -q \cdot a + R_{AV}, \\ D_{B-A} &= D_{A-B} - q \cdot (L + a) \\ D_{B-D} &= D_{B-A} + R_{BV}\end{aligned}$$

c. Momen.

$$\begin{aligned}M_A &= -q \cdot (a) \cdot \frac{1}{2}(a) = -\frac{1}{2} q \cdot (a)^2, \\ M_B &= -q \cdot (b) \cdot \frac{1}{2}(b) = -\frac{1}{2} q \cdot (b)^2.\end{aligned}$$

Momen pada tampang X,

$$M_X = R_{AV} \cdot (x) - q \cdot (a + x) \cdot \frac{1}{2}(a + x) = R_{AV} \cdot (x) - \frac{1}{2} q \cdot (a + x)^2.$$

Gaya lintang pada tampang X,

$$D_X = d(M_X)/dx = R_{AV} - q \cdot (a + x).$$

Momen maksimum terdapat pada titik dimana gaya lintang sama dengan nol ( $D = 0$ ), yaitu,

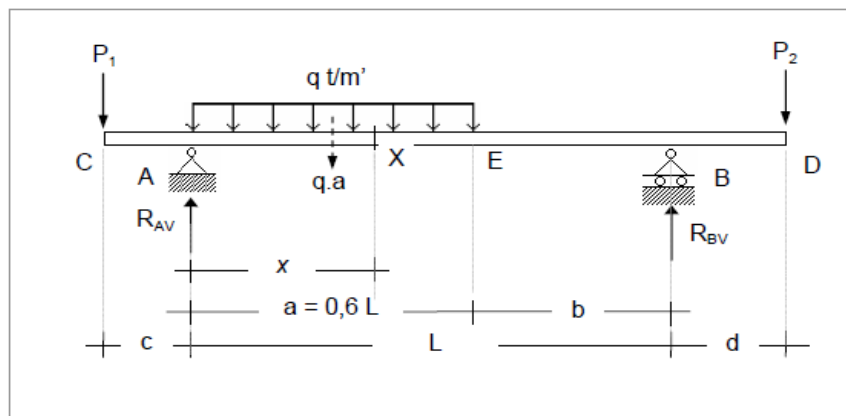
$$\begin{aligned}D_X &= R_{AV} - q \cdot (a + x) = 0, \\ x &= (R_{AV} - q \cdot a)/q\end{aligned}$$

Maka momen maksimum,

$$\begin{aligned}M_{maks} &= R_{AV} \cdot (x) - \frac{1}{2} q \cdot (a + x)^2, \\ &= R_{AV} \cdot \{(R_{AV} - q \cdot a)/q\} - \frac{1}{2} q \cdot [a + \{(R_{AV} - q \cdot a)/q\}]^2\end{aligned}$$



## WORKSHOP/PELATIHAN



Diketahui : Struktur gelagar seperti tergambar, memikul muatan terpusat dan terbagi rata dengan ukuran-ukuran sebagai berikut,  
 $P_1 = (1 + X/4)$  ton ;  $P_2 = (2 + X/4)$  ton ;  $q = (2 + X/4)$   $t/m'$ .  
 $L = (5 + X/4)$  meter ;  $c = 1$  meter ;  $d = 2$  meter.

Diminta : Gambarkanlah bidang momen dan gaya lintang pada seluruh bentang.

Penyelesaian :

a). DATA-DATA.

Misal  $X = -1$  (tanda minus jangan ditiru).

$$P_1 = 1 + (-1)/4 = 1 - 0,25 = 0,75 \text{ ton.}$$

$$P_2 = 2 + (-1)/4 = 2 - 0,25 = 1,75 \text{ ton.}$$

$$q = 2 + (-1)/4 = 2 - 0,25 = 1,75 \text{ t/m'.$$

$$L = 5 + (-1)/4 = 5 - 0,25 = 4,75 \text{ m.}$$

$$a = 0,6 L = 0,6 \cdot (4,75 \text{ m}) = 2,85 \text{ m.}$$

$$b = L - a = 4,75 - 2,85 = 1,90 \text{ m.}$$

$$c = 1 \text{ m ; } d = 2 \text{ m.}$$

b). ANALISA STRUKTUR.

b1). Reaksi perletakan.

$$\Sigma M_B = 0,$$

$$R_{AV} \cdot L - P_1 \cdot (c + L) - q \cdot a \cdot (1/2a + b) + P_2 \cdot d = 0$$

$$R_{AV} = P_1 \cdot (c + L)/L + q \cdot a \cdot (1/2a + b)/L - P_2 \cdot (d)/L$$

$$= (0,75 \text{ t}) \cdot (1 + 4,75)/(4,75) + (1,75 \text{ t/m'}) \cdot (2,85) \cdot (1/2 \cdot 2,85 + 1,90)/(4,75) - (1,75 \text{ t}) \cdot (2)/4,75$$

$$= 0,908 \text{ t} + 3,491 - 0,737$$

$$R_{AV} = +3,662 \text{ t (positip ke atas).}$$

$$\Sigma M_A = 0,$$

$$- R_{BV} \cdot L - P_1 \cdot (c) - q \cdot (a) \cdot (1/2a) + P_2 \cdot (d + L) = 0$$

$$R_{BV} = - P_1 \cdot (c)/L + 1/2 q \cdot a^2/L + P_2 \cdot (d + L)/L$$

$$= -(0,75 \text{ t}) \cdot (1/4,75) + 0,5 \cdot (1,75 \text{ t/m'}) \cdot (2,85^2)/(4,75) + (1,75 \text{ t}) \cdot (2 + 4,75)/(4,75)$$

$$= -0,158 \text{ t} + 1,496 \text{ t} + 2,488 \text{ t}$$

$$R_{BV} = +3,825 \text{ t (positip ke atas).}$$

Kontrol,

$$\Sigma V = 0,$$

$$R_{AV} + R_{BV} = P_1 + P_2 + q \cdot a$$

$$3,662 \text{ t} + 3,825 \text{ t} = 0,75 \text{ t} + 1,75 \text{ t} + (1,75 \text{ t/m}') \cdot (2,85 \text{ m})$$

$$7,488 \text{ ton} = 7,488 \text{ ton (memenuhi).}$$

b2). Gaya Lintang.

$$D_{C-A} = -P_1 = -0,75 \text{ t.}$$

$$D_{AE} = D_{C-A} + R_{AV} = -0,75 \text{ t} + 3,662 \text{ t} = +2,912 \text{ t}$$

$$D_{E-B} = D_{AE} - q \cdot a = 2,912 - (1,75 \text{ t/m}') \cdot (2,85 \text{ m}) = -2,075 \text{ t.}$$

$$D_{B-D} = D_{E-B} + R_{BV} = -2,075 \text{ t} + 3,825 \text{ t} = +1,75 \text{ t} = P_2 \text{ (memenuhi).}$$

b3). Momen.

$$M_A = -P_1 \cdot c = -(0,75 \text{ t}) \cdot (1 \text{ m}) = -0,750 \text{ t.m}'.$$

$$M_E = R_{AV} \cdot a - P_1 \cdot (c + a) - q \cdot a \cdot 1/2a$$

$$= (3,662 \text{ t}) \cdot (2,85 \text{ m}) - (0,75 \text{ t}) \cdot (1 \text{ m} + 2,85 \text{ m}) - (1,75 \text{ t/m}') \cdot 1/2 \cdot (2,85)^2$$

$$= +0,443 \text{ t.m}'.$$

$$M_B = +R_{AV} \cdot L - P_1 \cdot (c + L) - q \cdot a \cdot 1/2a = -P_2 \cdot d = -(1,75 \text{ t}) \cdot (2 \text{ m})$$

$$= -3,50 \text{ t.m}'.$$

Momen maksimum terdapat pada titik dimana gaya lintang sama dengan nol ( $D = 0$ ),  
momen pada tampang X,

$$M_x = -P_1 \cdot (c + x) + R_{AV} \cdot x - 1/2 q x^2$$

Gaya lintang pada tampang X,

$$D_x = d(M_x)/dx = -P_1 + R_{AV} - q x$$

$$D_x = 0,$$

$$-P_1 + R_{AV} - q x = 0$$

$$x = (-P_1 + R_{AV})/q = (-0,75 \text{ t} + 3,662 \text{ t})/(1,75 \text{ t/m}') = 1,664 \text{ m (dari titik A).}$$

Maka momen maksimum,

$$M_{maks} = -(0,75 \text{ t}) \cdot (1 \text{ m} + 1,664 \text{ m}) + (3,662 \text{ t}) \cdot (1,664 \text{ m}) - 1/2 \cdot (1,75 \text{ t/m}') \cdot (2,85 \text{ t})^2$$

$$M_{maks} = +1,673 \text{ t.m}'.$$

Titik dimana momen  $M_x = 0$ , dicari sebagai berikut,

$$M_x = -P_1 \cdot (c + x) + R_{AV} \cdot x - 1/2 q x^2 = 0$$

$$1/2 q x^2 + P_1 \cdot (c + x) - R_{AV} \cdot x = 0$$

$$x^2 + (P_1 - R_{AV})/(1/2 q) \cdot x + (P_1 \cdot c)/(1/2 q) = 0$$

dimana,

$$(P_1 - R_{AV})/(1/2 q) = (0,75 \text{ t} - 3,662 \text{ t})/(1/2 \cdot 1,75 \text{ t/m}') = -3,328 \text{ m}'.$$

$$(P_1 \cdot c)/(1/2 q) = (0,75 \text{ t} \cdot 1 \text{ m}')/(1/2 \cdot 1,75 \text{ t/m}') = 0,857 \text{ m}^2.$$

Maka,

$$x^2 - 3,328 \cdot x + 0,857 = 0$$

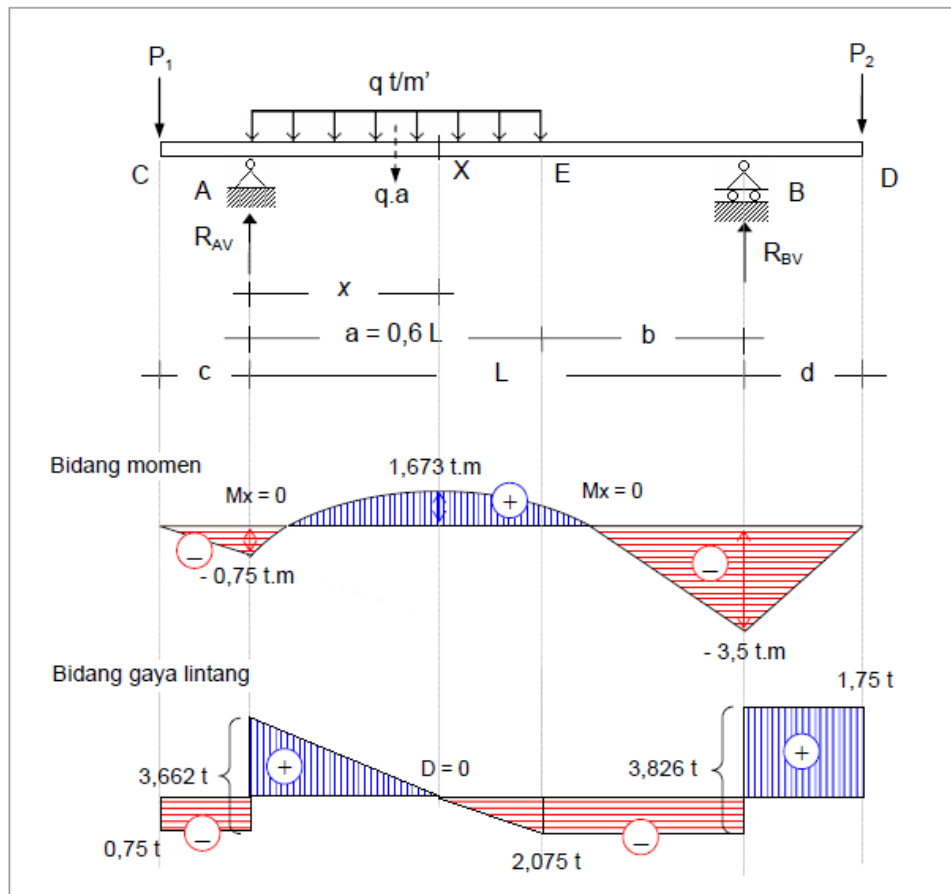
$$x_{1,2} = \frac{3,328 \pm \sqrt{(-3,328)^2 - 4 \cdot (0,857)}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 = 0,281 \text{ m dari A}$$

$$x_2 = 3,047 \text{ m dari A}$$

c). GAMBAR BIDANG MOMEN DAN GAYA LINTANG



## Kunci jawaban

NO. STB.	L m	a m	b m	c m	d m	P <sub>1</sub> ton	P <sub>2</sub> ton	q t/m	R <sub>AV</sub> ton	R <sub>BV</sub> ton	P <sub>1</sub> +P <sub>2</sub> +q ton	R <sub>AV</sub> +R <sub>BV</sub> ton
-1	4.75	2.85	1.90	1.00	2.00	0.750	1.750	1.750	3.662	3.825	7.488	7.488
0	5.00	3.00	2.00	1.00	2.00	1.000	2.000	2.000	4.600	4.400	9.000	9.000
1	5.25	3.15	2.10	1.00	2.00	1.250	2.250	2.250	5.592	4.995	10.588	10.588
2	5.50	3.30	2.20	1.00	2.00	1.500	2.500	2.500	6.639	5.611	12.250	12.250
3	5.75	3.45	2.30	1.00	2.00	1.750	2.750	2.750	7.739	6.248	13.988	13.988
4	6.00	3.60	2.40	1.00	2.00	2.000	3.000	3.000	8.893	6.907	15.800	15.800
5	6.25	3.75	2.50	1.00	2.00	2.250	3.250	3.250	10.101	7.586	17.688	17.688
6	6.50	3.90	2.60	1.00	2.00	2.500	3.500	3.500	11.363	8.287	19.650	19.650
7	6.75	4.05	2.70	1.00	2.00	2.750	3.750	3.750	12.678	9.010	21.688	21.688
8	7.00	4.20	2.80	1.00	2.00	3.000	4.000	4.000	14.046	9.754	23.800	23.800
9	7.25	4.35	2.90	1.00	2.00	3.250	4.250	4.250	15.467	10.520	25.988	25.988

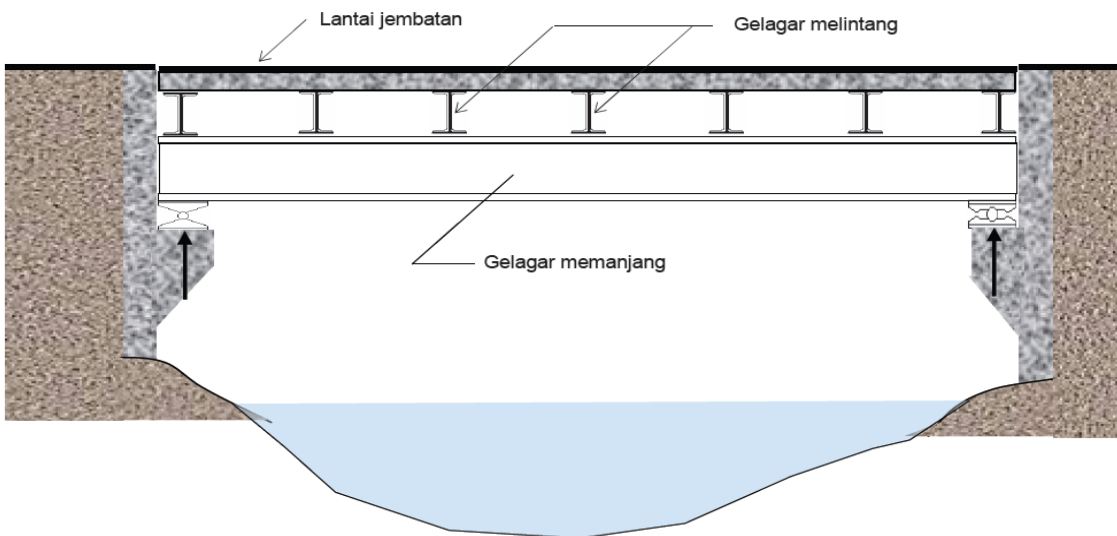
NO. STB.	D <sub>C-A</sub> ton	D <sub>AE</sub> ton	D <sub>E-B</sub> ton	D <sub>B-D</sub> ton	M <sub>A</sub> t.m'	M <sub>E</sub> t.m'	x m	Mmaks t.m'	M <sub>B</sub> t.m'	x <sub>1</sub> m	x <sub>2</sub> m
-1	-0.750	2.912	-2.075	1.750	-0.750	0.443	1.664	1.673	-3.500	0.281	3.047
0	-1.000	3.600	-2.400	2.000	-1.000	0.800	1.800	2.240	-4.000	0.303	3.297
1	-1.250	4.342	-2.745	2.250	-1.250	1.265	1.930	2.940	-4.500	0.313	3.546
2	-1.500	5.139	-3.111	2.500	-1.500	1.845	2.055	3.781	-5.000	0.316	3.795
3	-1.750	5.989	-3.498	2.750	-1.750	2.546	2.178	4.772	-5.500	0.315	4.041
4	-2.000	6.893	-3.907	3.000	-2.000	3.376	2.298	5.920	-6.000	0.311	4.284
5	-2.250	7.851	-4.336	3.250	-2.250	4.341	2.416	7.233	-6.500	0.306	4.526
6	-2.500	8.863	-4.787	3.500	-2.500	5.447	2.532	8.721	-7.000	0.300	4.765
7	-2.750	9.928	-5.260	3.750	-2.750	6.702	2.647	10.391	-7.500	0.293	5.001
8	-3.000	11.046	-5.754	4.000	-3.000	8.112	2.761	12.251	-8.000	0.286	5.236
9	-3.250	12.217	-6.270	4.250	-3.250	9.684	2.875	14.310	-8.500	0.280	5.470

# MODUL 7

## MUATAN TIDAK LANGSUNG

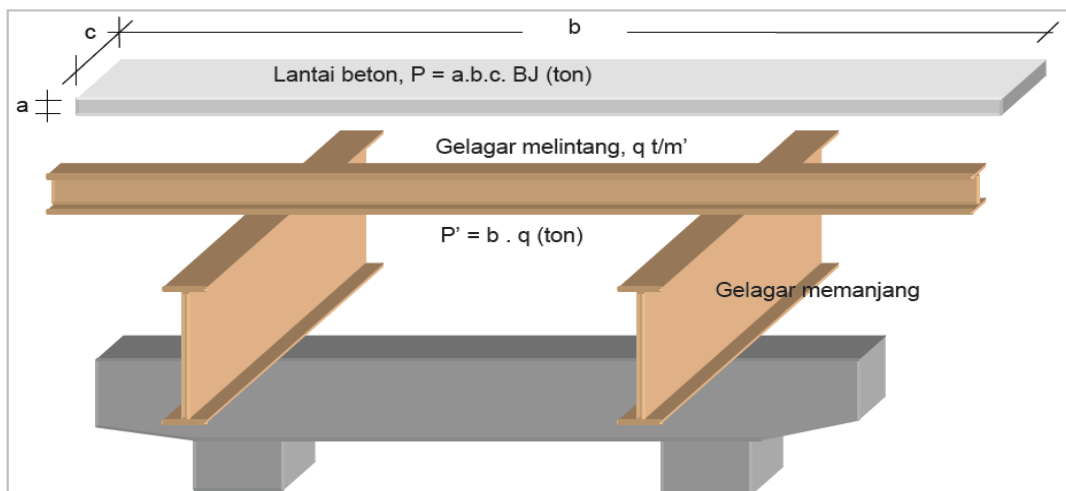
### 1). Beban Tidak Langsung.

Sistem pembebanan tidak langsung pada umumnya dijumpai pada konstruksi jembatan. Beban lalu lintas kendaraan maupun berat sendiri lantai jembatan dilimpahkan pada gelagar memanjang melalui gelagar gelagar melintang, dimana baik gelagar melintang maupun gelagar memanjang masing-masing mempunyai berat sendiri pula.



Gambar 1 : Jembatan lalu lintas, tersusun dari lantai, gelagar melintang dan gelagar memanjang.

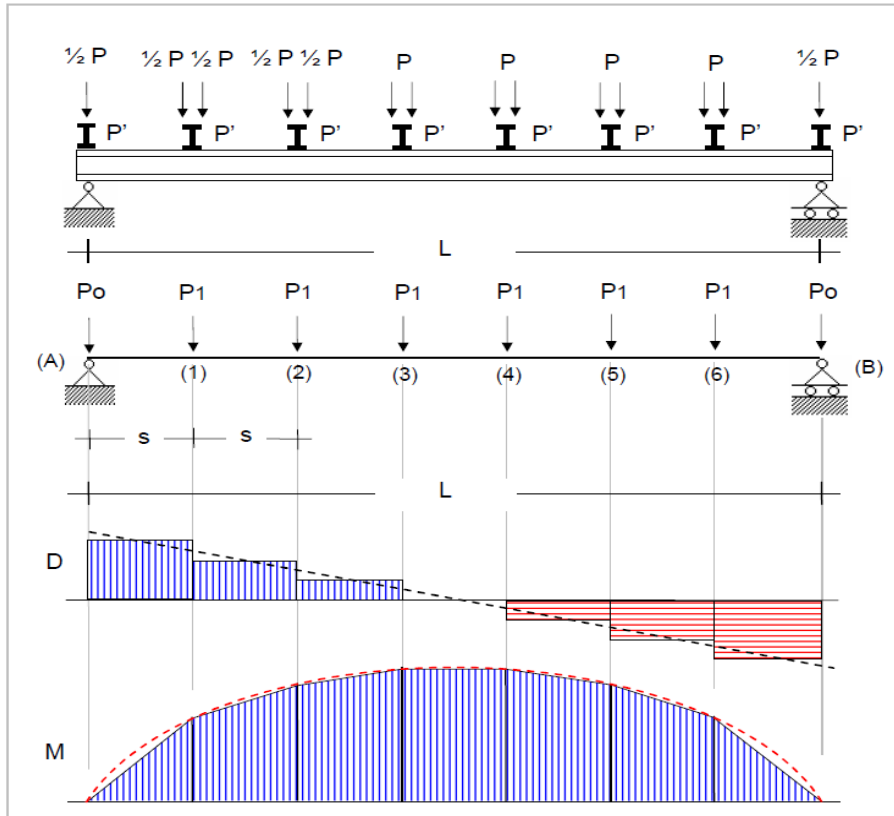
Beban dari lalu lintas dan berat sendiri lantai adalah merupakan beban tidak langsung, sedangkan berat sendiri gelagar melintang adalah beban langsung yang bekerja pada gelagar memanjang jembatan.



Gambar 2 : Cara perhitungan berat lantai dan gelagar melintang.

Beban lantai maupun beban yang berada di atasnya akan didistribusikan pada setiap gelagar melintang dengan nilai separoh dari kanan dan kiri gelagar tersebut, kemudian akan terkumpul menjadi beban terpusat pada gelagar memanjang..

Apabila dilakukan idealisasi struktur akan terlihat seperti Gambar 3 berikut,



Gambar 3 : Beban yang dipikul gelagar memanjang, terdiri berat lantai kendaraan (P), dan berat sendiri gelagar melintang (P').

Perhitungan :

Berat lantai kendaraan,  $P = a \cdot b \cdot c \cdot BJ$  (ton)

Berat gelagar melintang,  $P' = b \cdot q \text{ t/m'}$  (ton)

Beban terpusat,  $P_o = \frac{1}{2} P + P'$

$$P_1 = P + P'$$

a). Reaksi perletakan,

$$R_{AV} = R_{BV} = P_o + P_1 + P_1 + P_1 \quad (\text{ton})$$

b). Gaya lintang (D),

$$D_{A-1} = + R_{A-1} = P_o + P_1 + P_1 + P_1 - P_o = 3 P_1 \quad (\text{ton})$$

$$D_{1-2} = D_{A-1} - P_1 = + 3 P_1 - P_1 = 2 P_1 \quad (\text{ton})$$

$$D_{2-3} = D_{1-2} - P_1 = + 2 P_1 - P_1 = P_1 \quad (\text{ton})$$

$$D_{3-4} = D_{2-3} - P_1 = + P_1 - P_1 = 0 \quad (\text{ton})$$

c). Momen Lentur (M),

$$M_1 = (R_{AV} - P_o) \cdot S \quad (\text{ton.m'})$$

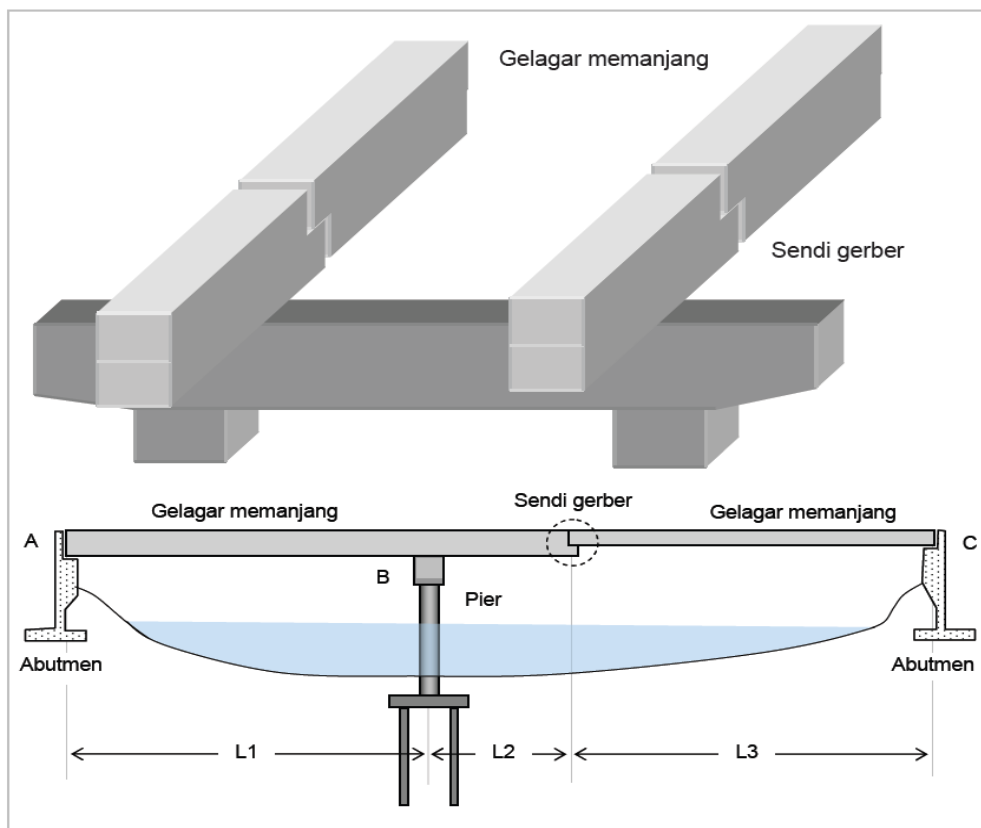
$$M_2 = (R_{AV} - P_0) \cdot 2S - P_1 \cdot S \quad (\text{ton.m}')$$

$$M_3 = (R_{AV} - P_0) \cdot 3S - P_1 \cdot 2S - P_1 \cdot S \quad (\text{ton.m}')$$

Catatan :

- Jika beban terbagi rata bekerja langsung pada gelagar memanjang akan terdapat momen maksimum  $1/8 q \cdot L^2$  yang puncaknya di tengah bentang.
- Oleh karena itu sebaiknya penempatan gelagar melintang dalam jumlah medan yang ganjil, agar momen maksimum tidak terjadi pada tengah bentang.

## 2). Sendi Gerber.



Gambar 4 : Gelagar memanjang dengan sendi gerber.

Jika balok diletakkan diatas 3 (tiga) titik tumpuan A,B, dan C, dimana *sendi* pada A dan *rol* pada B dan C maka konstruksi menjadi konstruksi *statis tidak tertentu*. Sebab syarat keseimbangan hanya menghasilkan persamaan,

$$\Sigma V = 0 \quad ; \quad \Sigma H = 0 \quad ; \quad \Sigma M = 0$$

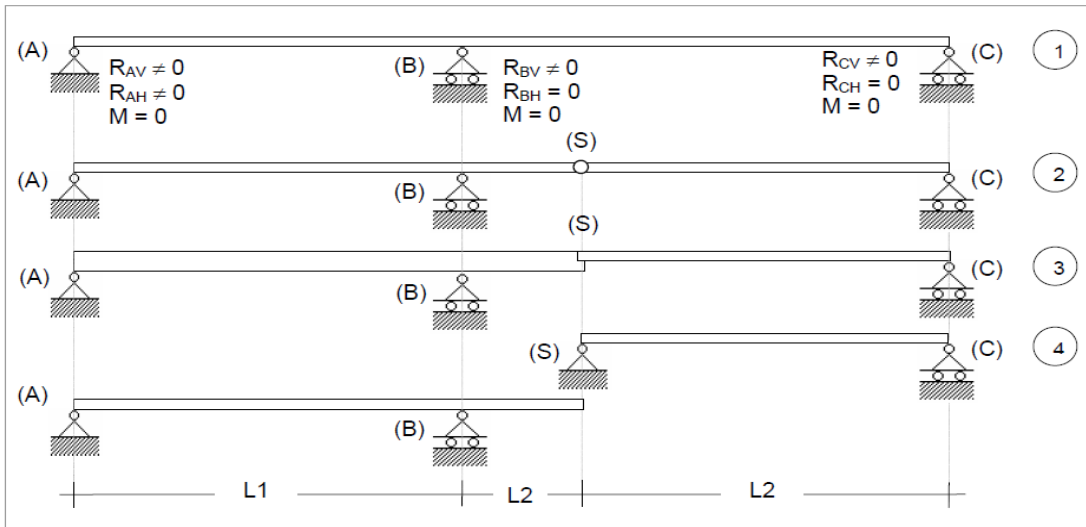
untuk mendapatkan tiga bilangan anu (tidak diketahui),

$$R_{AV} \quad ; \quad R_{AH} \quad ; \quad R_{BV}$$

Sedangkan pada konstruksi terdapat 4 (empat) bilangan anu (tidak diketahui) yaitu,

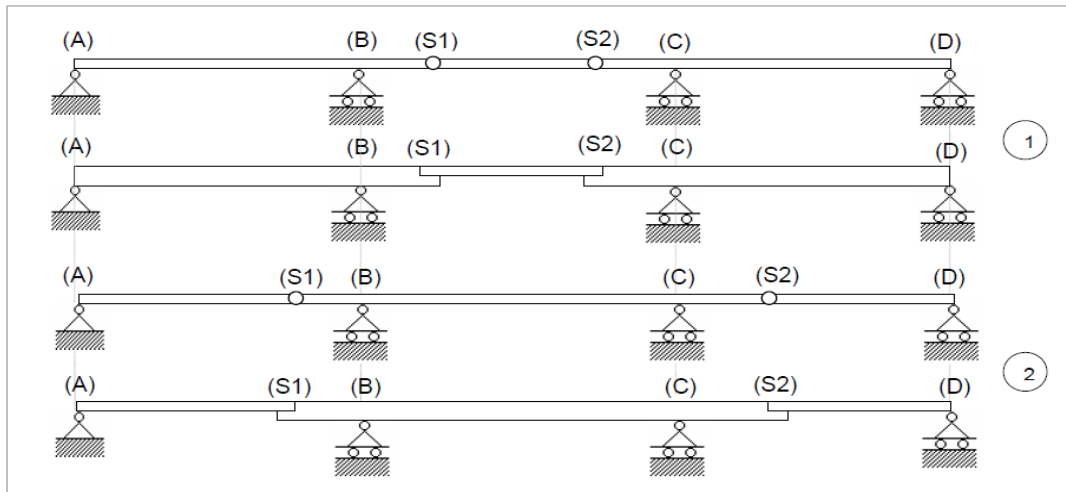
$$R_{AV} ; R_{AH} ; R_{BV} ; R_{CV}$$

Yang merupakan reaksi-reaksi pada tumpuan A, B, dan C.



Gambar 5 : Balok gerber.

Agar supaya hitungan dapat dijalankan dalam kondisi *statis tertentu*, maka harus ditambah satu persamaan lagi dengan cara menambah satu sendi (S) yang diletakkan diantara tumpuan A – B atau tumpuan B – C, dalam hal ini sendi S diletakkan diantara B – C, sehingga sendi S tidak memikul momen atau  $\sum M_s = 0$ . Hitungan ini didasarkan kepada anggapan bahwa seolah-olah balok A – B menganjur, dan diatas ujung yang menganjur tersebut diletakkan balok S – C. Dengan demikian, reaksi pada S untuk balok S – C akan merupakan beban yang bekerja pada balok A – B. Selanjutnya konstruksi balok gerber ini dapat dikembangkan lagi menjadi suatu konstruksi seperti gambar berikut,

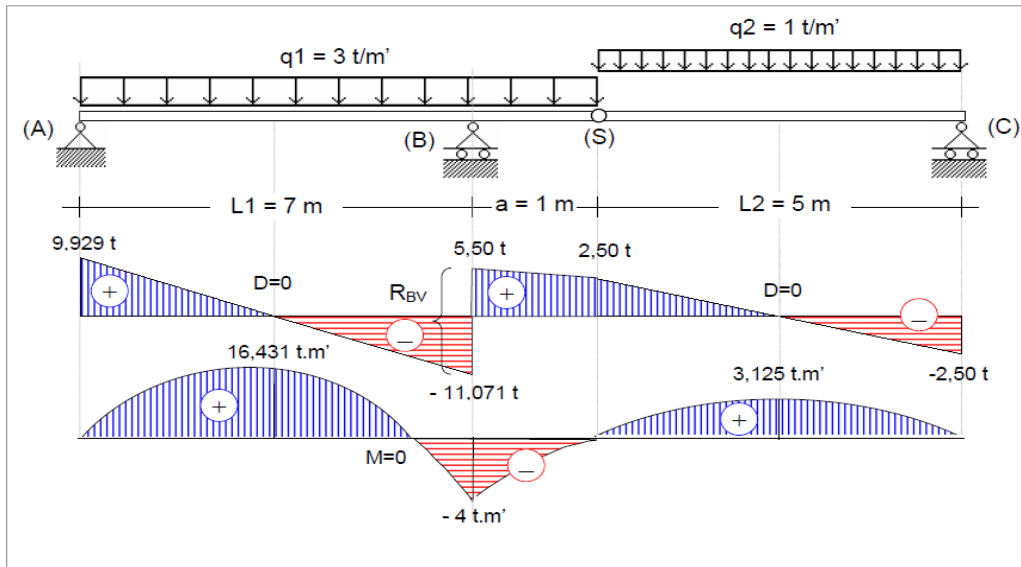


Gambar 6 : Balok gerber dengan dua sendi gerber.



CONTOH SOAL

Suatu konstruksi gerber seperti gambar berikut, memikul muatan terbagi rata  $q_1 = 3 \text{ t/m}'$  pada bentang A – B – S dan  $q_2 = 1 \text{ t/m}'$  pada bentang S – C. Hitunglah dan gambarkan bidang-bidang gaya lintang dan momen pada seluruh bentang.



Gambar 7 : Bidang gaya lintang dan momen balok gerber.

a. Bentang S – C.

a.1. Reaksi perletakan.

$$R_{SV} = R_{CV} = \frac{1}{2} q_2 \cdot L_2 = \frac{1}{2} \cdot (1 \text{ t/m}') \cdot (5 \text{ m}) = 2,50 \text{ ton.}$$

a.2. Gaya Lintang.

$$D_{SC} = R_{SV} = + 2,50 \text{ ton.}$$

$$D_{CS} = D_{SC} - q_2 \cdot L_2 = 2,50 \text{ ton} - (1 \text{ t/m}') \cdot (5 \text{ m}) = - 2,50 \text{ ton.}$$

a.3. Momen.

$$M_S = M_C = 0$$

$$M_{maks} = \frac{1}{8} q_2 \cdot L_2^2 = \frac{1}{8} \cdot (1 \text{ t/m}') \cdot (5 \text{ m})^2 = 3,125 \text{ t.m}'.$$

b. Bentang A – B – S.

b.1. Reaksi perletakan.

$$\Sigma M_B = 0,$$

$$R_{AV} \cdot L_1 - q_1 \cdot L_1 \cdot \frac{1}{2}L_1 + q_1 \cdot a \cdot \frac{1}{2}a + R_{SV} \cdot a = 0$$

$$R_{AV} = \frac{1}{2} q_1 \cdot L_1 - \frac{1}{2} q_1 \cdot \frac{a^2}{L_1} - R_{SV} \cdot \frac{a}{L_1}$$

$$R_{AV} = \frac{1}{2} \cdot (3 \text{ t/m}') \cdot (7 \text{ m}) - \frac{1}{2} \cdot (3 \text{ t/m}') \cdot \frac{(1 \text{ m})^2}{(7 \text{ m})} - (2,50 \text{ t}) \cdot \frac{(1 \text{ m})}{(7 \text{ m})}$$

$$R_{AV} = 9,929 \text{ ton (ke atas).}$$

$$\Sigma M_A = 0,$$

$$- R_{BV} \cdot L_1 + q_1 \cdot (L_1 + a) \cdot \frac{1}{2}(L_1 + a) + R_{SV} \cdot (L_1 + a) = 0$$

$$R_{BV} = \frac{1}{2} q_1 \cdot \frac{(L_1 + a)^2}{L_1} + R_{SV} \cdot \frac{(L_1 + a)}{L_1}$$

$$R_{BV} = \frac{1}{2} \cdot (3 \text{ t/m}') \cdot \frac{(7 \text{ m} + 1 \text{ m})^2}{(7 \text{ m})} + (2,50 \text{ t}) \cdot \frac{(7 \text{ m} + 1 \text{ m})}{(7 \text{ m})}$$

$$R_{BV} = 16,571 \text{ ton (ke atas).}$$

Kontrol :

$$\Sigma V = 0$$

$$R_{AV} + R_{BV} = q_1 \cdot (L_1 + a) + R_{SV}$$

$$9,929 \text{ t} + 16,571 \text{ t} = (3 \text{ t/m}') \cdot (7 \text{ m} + 1 \text{ m}) + 2,50 \text{ t}$$

$$26,50 \text{ ton} = 26,50 \text{ ton} \text{ (memenuhi).}$$

b.2. Gaya Lintang.

$$D_{AB} = + R_{AV} = 9,929 \text{ ton.}$$

Pada jarak sejauh  $x$  dari perletakan A, gaya lintang diberikan oleh persamaan,

$$D_x = R_{AV} - q_1 \cdot x$$

Untuk  $x = 7 \text{ m}$ ,

$$D_x = D_{BA} = 9,929 \text{ t} - (3 \text{ t/m}') \cdot (7 \text{ m}) = - 11,071 \text{ ton.}$$

Untuk  $D_x = 0$ ,

$$D_x = R_{AV} - q_1 \cdot x = 0$$

$$x = R_{AV}/q_1 = (9,929 \text{ t})/(3 \text{ t/m}') = 3,31 \text{ m dari perletakan A.}$$

$$D_{BS} = D_{BA} + R_{BV} = - (11,071 \text{ t}) + 16,571 = + 5,50 \text{ t.}$$

b.3. Momen.

Pada jarak sejauh  $x$  dari perletakan A, momen diberikan oleh persamaan,

$$M_x = R_{AV} \cdot x - \frac{1}{2} q_1 \cdot x^2$$

Momen maksimum terdapat pada jarak sejauh  $x = 3,31 \text{ m}$  dari A,

$$M_{\text{maks}} = (9,929 \text{ t}) \cdot (3,31 \text{ m}) - \frac{1}{2} \cdot (3 \text{ t/m}') \cdot (3,31 \text{ m})^2 = 16,431 \text{ t.m'}$$

Momen sama dengan nol ( $M_x = 0$ ), diberikan oleh persamaan,

$$M_x = R_{AV} \cdot x - \frac{1}{2} q_1 \cdot x^2 = 0$$

$$x = 2 R_{AV}/q_1 = 2 \cdot (9,929 \text{ t})/(3 \text{ t/m}') = 6,62 \text{ m dari perletakan A.}$$

Pada jarak  $7 \text{ m}$  dari perletakan A,

$$M_x = M_B = (9,929 \text{ t}) \cdot (7 \text{ m}) - \frac{1}{2} \cdot (3 \text{ t/m}') \cdot (7 \text{ m})^2 = - 4 \text{ t.m'}$$

Atau,

$$M_B = - \frac{1}{2} q_1 \cdot a^2 - R_{SV} \cdot a = - \frac{1}{2} \cdot (3 \text{ t/m}') \cdot (1 \text{ m}) - (2,50 \text{ t}) \cdot (1 \text{ m}) = - 4 \text{ t.m'}$$

## CONTOH SOAL

Suatu konstruksi seperti tergambar memikul memikul muatan terpusat  $P_1 = 2 \text{ ton}$ ,  $P_2 = 3 \text{ ton}$ ,  $P_3 = 2 \text{ ton}$ ,  $P_4 = 4 \text{ ton}$  dan  $P_5 = 3 \text{ ton}$  pada bentang A – B dan S – C. Hitung dan gambarkan bidang-bidang gaya lintang dan momen pada seluruh bentang.

Perhitungan :

a. Bentang S – C.

a.1. Reaksi Perletakan.

$$R_{SV} = P_4 \cdot (2 \text{ m}/5 \text{ m}) + P_5 \cdot (1 \text{ m}/5 \text{ m}) = + (4 \text{ t}) \cdot (2/5) + (3 \text{ t}) \cdot (1/5)$$

$$R_{SV} = + 2,20 \text{ ton (ke atas).}$$

$$R_{CV} = P_4 \cdot (3 \text{ m}/5 \text{ m}) + P_5 \cdot (4 \text{ m}/5 \text{ m}) = + (4 \text{ t}) \cdot (3/5) + (3 \text{ t}) \cdot (4/5)$$

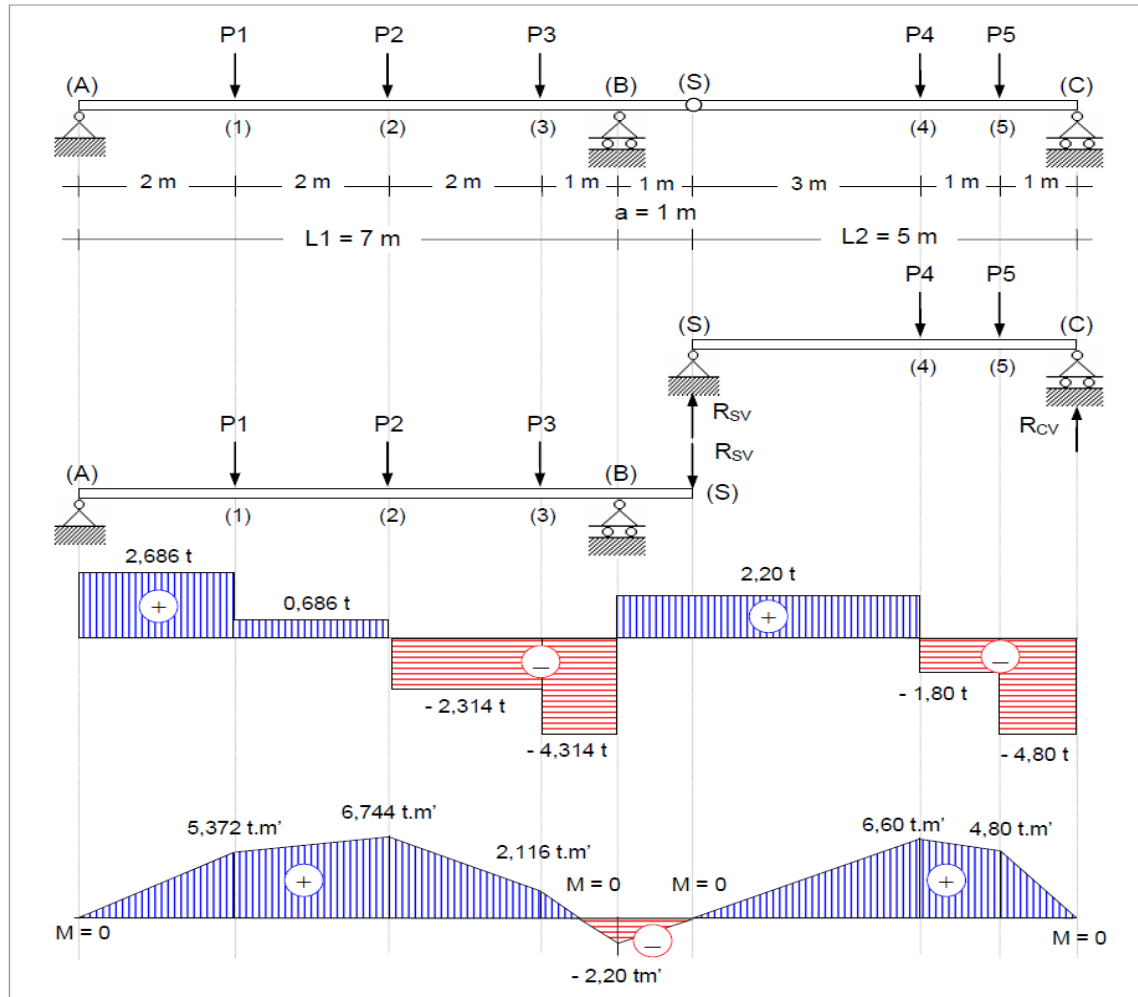
$$R_{CV} = + 4,80 \text{ ton (ke atas).}$$

Kontrol :

$$R_{SV} + R_{CV} = P_4 + P_5$$

$$2,20 \text{ t} + 4,80 \text{ t} = 4 \text{ t} + 3 \text{ t}$$

$$7 \text{ ton} = 7 \text{ ton (memenuhi).}$$



Gambar 8 : Gambar gaya lintang dan momen.

a.2. Gaya Lintang.

$$D_{S-4} = + R_{SV} = + 2,20 \text{ ton.}$$

$$D_{4-5} = D_{S-4} - P_4 = + 2,20 \text{ t} - 4 \text{ t} = - 1,80 \text{ t}$$

$$D_{5-C} = D_{4-5} - P_5 = - 1,80 \text{ t} - 3 \text{ t} = - 4,80 \text{ ton} = - R_{CV}.$$

a.3. Momen.

$$M_4 = + R_{SV} \cdot (3 \text{ m}) = + (2,20 \text{ t}) \cdot (3 \text{ m}) = + 6,60 \text{ tm}'.$$

$$M_5 = + R_{SV} \cdot (4 \text{ m}) - P_4 \cdot (1 \text{ m}) = + (2,20 \text{ t}) \cdot (4 \text{ m}) - (4 \text{ t}) \cdot (1 \text{ m}) = + 4,80 \text{ t.m}'.$$

b. Bentang A – B – S.

b.1. Reaksi Perletakan.

$$\Sigma M_B = 0$$

$$R_{AV} \cdot (7 \text{ m}) - P1 \cdot (5 \text{ m}) - P2 \cdot (3 \text{ m}) - P3 \cdot (1 \text{ m}) + R_{SV} \cdot (1 \text{ m}) = 0$$

$$R_{AV} = P1 \cdot (5 \text{ m}/7 \text{ m}) + P2 \cdot (3 \text{ m}/7 \text{ m}) + P3 \cdot (1 \text{ m}/7 \text{ m}) - R_{SV} \cdot (1 \text{ m}/7 \text{ m})$$

$$R_{AV} = (2 \text{ t}) \cdot (5/7) + (3 \text{ t}) \cdot (3/7) + (2 \text{ t}) \cdot (1/7) - (2,20 \text{ t}) \cdot (1/7)$$

$$R_{AV} = 1,439 \text{ t} + 1,286 \text{ t} + 0,286 \text{ t} - 0,314 \text{ t}$$

$$R_{AV} = 2,686 \text{ ton (ke atas).}$$

$$\Sigma M_B = 0,$$

$$- R_{BV} \cdot (7 \text{ m}) + P1 \cdot (2 \text{ m}) + P2 \cdot (4 \text{ m}) + P3 \cdot (6 \text{ m}) + R_{SV} \cdot (7 \text{ m} + 1 \text{ m}) = 0$$

$$R_{BV} = P1 \cdot (2 \text{ m}/7 \text{ m}) + P2 \cdot (4 \text{ m}/7 \text{ m}) + P3 \cdot (6 \text{ m}/7 \text{ m}) + R_{SV} \cdot (8 \text{ m}/7 \text{ m})$$

$$R_{BV} = (2 \text{ t}) \cdot (2/7) + (3 \text{ t}) \cdot (4/7) + (2 \text{ t}) \cdot (6/7) + (2,20 \text{ t}) \cdot (8/7)$$

$$R_{BV} = 0,571 \text{ t} + 1,714 \text{ t} + 1,714 \text{ t} + 2,514 \text{ t}$$

$$R_{BV} = + 6,514 \text{ ton (ke atas).}$$

Kontrol :

$$R_{AV} + R_{BV} = P1 + P2 + P3 + R_{SV}$$

$$2,686 \text{ t} + 6,514 \text{ t} = 2 \text{ t} + 3 \text{ t} + 2 \text{ t} + 2,20 \text{ t}$$

$$9,20 \text{ t} = 9,20 \text{ t (memenuhi).}$$

b.2. Gaya Lintang.

$$D_{A-1} = + R_{AV} = + 2,686 \text{ ton.}$$

$$D_{1-2} = D_{A-1} - P1 = + 2,686 \text{ t} - 2 \text{ t} = + 0,686 \text{ ton.}$$

$$D_{2-3} = D_{1-2} - P2 = + 0,686 \text{ t} - 3 \text{ t} = - 2,314 \text{ ton.}$$

$$D_{3-B} = D_{2-3} - P3 = - 2,314 \text{ t} - 2 \text{ t} = - 4,314 \text{ ton.}$$

$$D_{B-S} = D_{3-B} + R_{BV} = - 4,314 \text{ t} + 6,514 \text{ t} = + 2,20 \text{ ton} = R_{SV}$$

b.3. Momen.

$$M_1 = + R_{AV} \cdot (2 \text{ m}) = + (2,686 \text{ t}) \cdot (2 \text{ m}) = + 5,372 \text{ t.m}'.$$

$$M_2 = + R_{AV} \cdot (4 \text{ m}) - P1 \cdot (2 \text{ m}) = + (2,686 \text{ t}) \cdot (4 \text{ m}) - (2 \text{ t}) \cdot (2 \text{ m}) = + 6,744 \text{ t.m}'.$$

$$M_3 = + R_{AV} \cdot (6 \text{ m}) - P1 \cdot (4 \text{ m}) - P2 \cdot (2 \text{ m})$$

$$= + (2,686 \text{ t}) \cdot (6 \text{ m}) - (2 \text{ t}) \cdot (4 \text{ m}) - (3 \text{ t}) \cdot (2 \text{ m})$$

$$= + 16,116 \text{ t.m}' - 8 \text{ t.m}' - 6 \text{ t.m}'$$

$$M_3 = + 2,116 \text{ t.m}'.$$

$$M_B = + R_{AV} \cdot (7 \text{ m}) - P1 \cdot (5 \text{ m}) - P2 \cdot (3 \text{ m}) - P3 \cdot (1 \text{ m})$$

$$= + (2,686 \text{ t}) \cdot (7 \text{ m}) - (2 \text{ t}) \cdot (5 \text{ m}) - (3 \text{ t}) \cdot (3 \text{ m}) - (2 \text{ t}) \cdot (1 \text{ m})$$

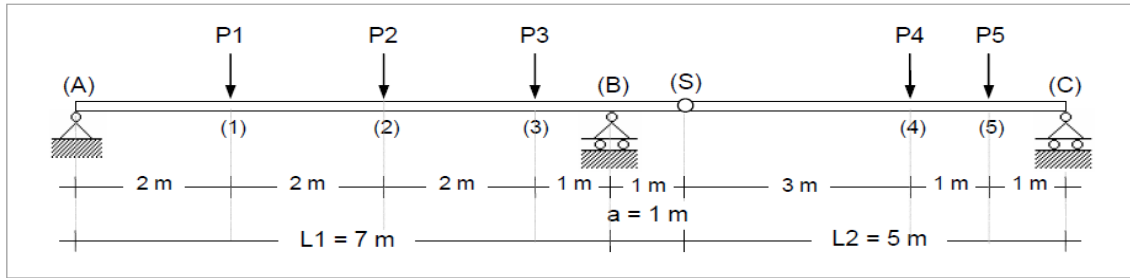
$$= + 18,802 \text{ t.m}' - 10 \text{ t.m}' - 9 \text{ t.m}' - 2 \text{ t.m}'$$

$$M_B = - 2,198 \text{ t.m}' \cong - 2,20 \text{ t.m}'.$$

Atau,

$$M_B = - R_{SV} \cdot (1 \text{ m}) = - (2,20 \text{ t}) \cdot (1 \text{ m}) = - 2,20 \text{ t.m}'.$$

## WORKSHOP/PELATIHAN



Gambar 9 : Konstruksi gelagar dengan sendi gerber.

Gambarkan bidang gaya lintang dan momen pada seluruh bentang dari struktur diatas

### DATA-DATA

No. Stb.	P1 ton	P2 ton	P3 ton	P4 ton	P5 ton
-1	2.0	3.0	2.0	4.0	3.0
0	2.2	3.2	2.2	4.2	3.2
1	2.4	3.4	2.4	4.4	3.4
2	2.6	3.6	2.6	4.6	3.6
3	2.8	3.8	2.8	4.8	3.8
4	3.0	4.0	3.0	5.0	4.0
5	3.2	4.2	3.2	5.2	4.2
6	3.4	4.4	3.4	5.4	4.4
7	3.6	4.6	3.6	5.6	4.6
8	3.8	4.8	3.8	5.8	4.8
9	4.0	5.0	4.0	6.0	5.0

### HASIL PERHITUNGAN

No. Stb.	Rsv ton	Rcv ton	Rsv+Rcv ton	P4+P5 ton	D <sub>S-4</sub> ton	D <sub>4-5</sub> ton	D <sub>5-B</sub> ton	M <sub>4</sub> t.m'	M <sub>5</sub> t.m'
-1	2.200	4.800	7.000	7.000	2.200	-1.800	-4.800	6.600	4.800
0	2.320	5.080	7.400	7.400	2.320	-1.880	-5.080	6.960	5.080
1	2.440	5.360	7.800	7.800	2.440	-1.960	-5.360	7.320	5.360
2	2.560	5.640	8.200	8.200	2.560	-2.040	-5.640	7.680	5.640
3	2.680	5.920	8.600	8.600	2.680	-2.120	-5.920	8.040	5.920
4	2.800	6.200	9.000	9.000	2.800	-2.200	-6.200	8.400	6.200
5	2.920	6.480	9.400	9.400	2.920	-2.280	-6.480	8.760	6.480
6	3.040	6.760	9.800	9.800	3.040	-2.360	-6.760	9.120	6.760
7	3.160	7.040	10.200	10.200	3.160	-2.440	-7.040	9.480	7.040
8	3.280	7.320	10.600	10.600	3.280	-2.520	-7.320	9.840	7.320
9	3.400	7.600	11.000	11.000	3.400	-2.600	-7.600	10.200	7.600

No. Stb.	R <sub>AV</sub> ton	R <sub>BV</sub> ton	R <sub>AV</sub> +R <sub>BV</sub> ton	P1+P2+P3+Rsv ton	D <sub>A-1</sub> ton	D <sub>1-2</sub> ton	D <sub>2-3</sub> ton	D <sub>3-B</sub> ton	D <sub>B-S</sub> ton
-1	2.686	6.514	9.200	9.200	2.686	0.686	-2.314	-4.314	2.200
0	2.926	6.994	9.920	9.920	2.926	0.726	-2.474	-4.674	2.320
1	3.166	7.474	10.640	10.640	3.166	0.766	-2.634	-5.034	2.440
2	3.406	7.954	11.360	11.360	3.406	0.806	-2.794	-5.394	2.560
3	3.646	8.434	12.080	12.080	3.646	0.846	-2.954	-5.754	2.680
4	3.886	8.914	12.800	12.800	3.886	0.886	-3.114	-6.114	2.800
5	4.126	9.394	13.520	13.520	4.126	0.926	-3.274	-6.474	2.920
6	4.366	9.874	14.240	14.240	4.366	0.966	-3.434	-6.834	3.040
7	4.606	10.354	14.960	14.960	4.606	1.006	-3.594	-7.194	3.160
8	4.846	10.834	15.680	15.680	4.846	1.046	-3.754	-7.554	3.280
9	5.086	11.314	16.400	16.400	5.086	1.086	-3.914	-7.914	3.400

No. Stb.	M <sub>1</sub> t.m'	M <sub>2</sub> t.m'	M <sub>3</sub> t.m'	M <sub>B</sub> t.m'
-1	5.371	6.743	2.114	-2.200
0	5.851	7.303	2.354	-2.320
1	6.331	7.863	2.594	-2.440
2	6.811	8.423	2.834	-2.560
3	7.291	8.983	3.074	-2.680
4	7.771	9.543	3.314	-2.800
5	8.251	10.103	3.554	-2.920
6	8.731	10.663	3.794	-3.040
7	9.211	11.223	4.034	-3.160
8	9.691	11.783	4.274	-3.280
9	10.171	12.343	4.514	-3.400

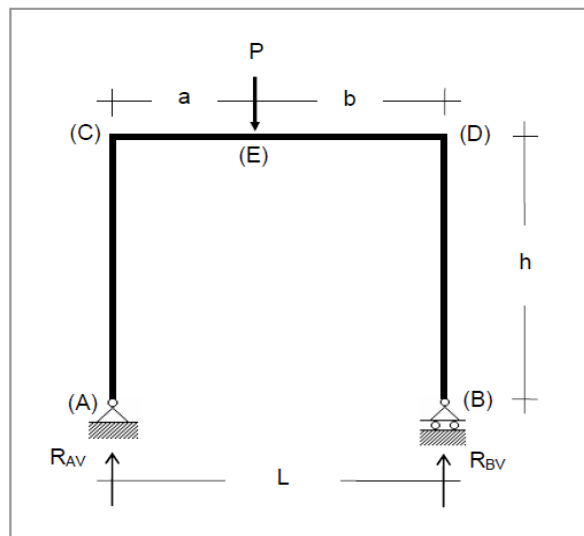
# MODUL 8

## BANGUNAN PORTAL

Bangunan portal banyak dijumpai sebagai konstruksi bangunan gudang, hangar dan jembatan. Prinsip perhitungan tetap sama dengan balok diatas dua perletakan selagi masih dalam bentuk statis tertentu, yaitu  $\Sigma V = 0$ ,  $\Sigma H = 0$  dan  $\Sigma M = 0$ .

### 1. PORTAL SIMETRIS.

#### a). Memikul muatan terpusat tunggal.



Gambar 1 : Bangunan portal simettris, memikul beban terpusat P

Penyelesaian :

#### a. Reaksi Perletakan.

$$\begin{aligned} \Sigma M_B &= 0, \\ R_{AV} \cdot L - P \cdot b &= 0 \\ R_{AV} &= P \cdot b/L \text{ (ton)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_A &= 0, \\ -R_{BV} \cdot L + P \cdot a &= 0 \\ R_{BV} &= P \cdot a/L \text{ (ton)}. \end{aligned}$$

Kontrol :

$$\begin{aligned} \Sigma V &= 0, \\ R_{AV} + R_{BV} - P &= 0 \end{aligned}$$

#### b. Gaya lintang.

$$\begin{aligned} D_{A-C} &= 0 \\ D_{C-E} &= + R_{AV} \text{ (ton)}. \\ D_{E-D} &= + R_{AV} - P \text{ (ton)}. \\ D_{D-B} &= 0 \end{aligned}$$

c. Momen .

$$M_A = 0$$

$$M_C = 0$$

$$M_E = R_{AV} \cdot a = P \cdot a \cdot b / L$$

$$M_D = R_{AV} \cdot L - P \cdot b = + P \cdot b / L \cdot L - P \cdot b = 0$$

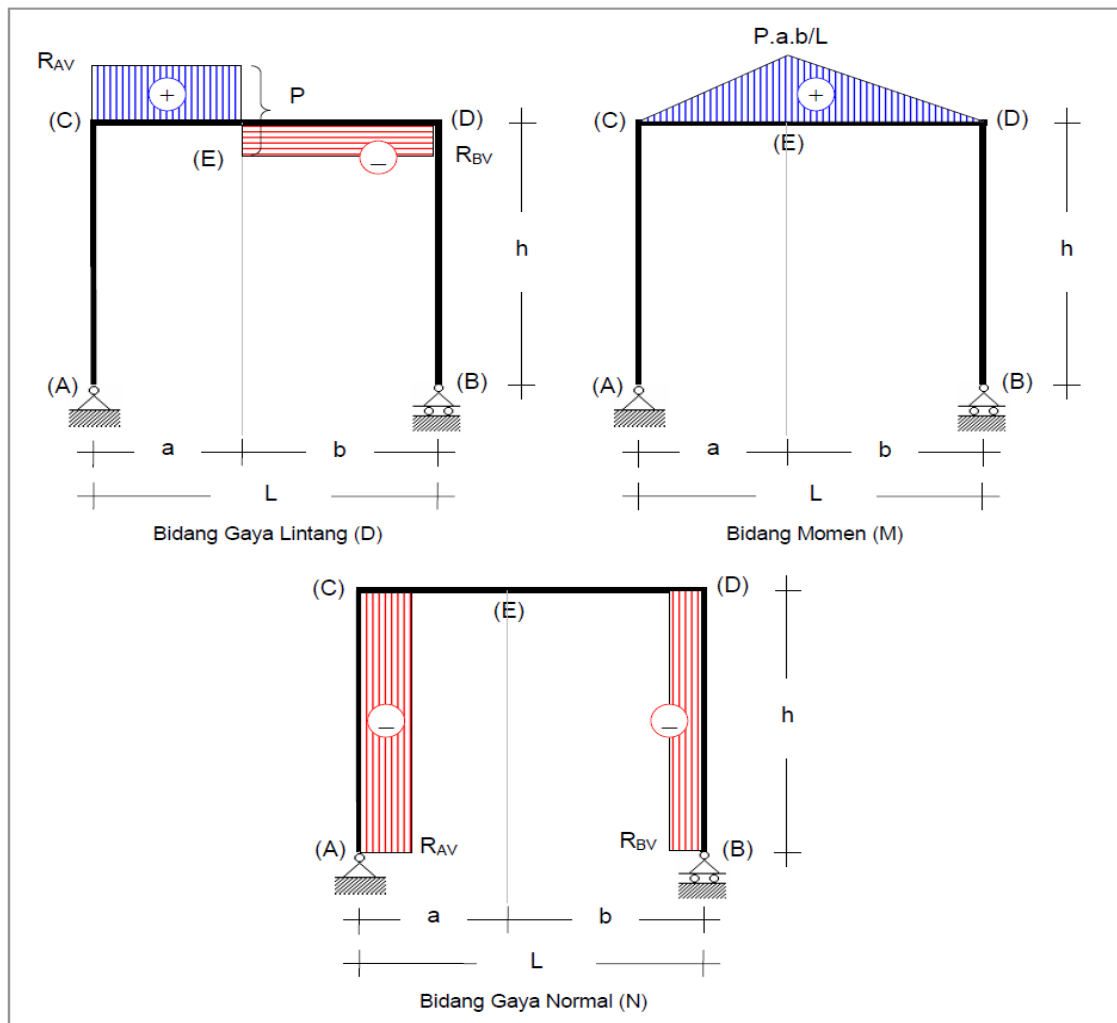
$$M_B = 0$$

d. Gaya Normal.

$$N_{A-C} = - R_{AV} \text{ (ton).}$$

$$N_{C-D} = 0$$

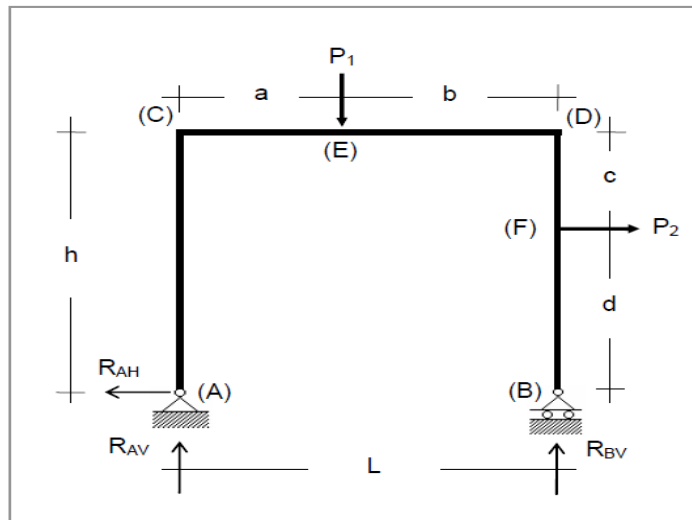
$$N_{B-D} = - R_{BV} \text{ (ton).}$$



Gambar 2 : Bidang gaya lintang, momen dan gaya normal.



b). Memikul muatan terpusat vertikal dan horisontal.



Gambar 3 : Bangunan portal simetris, memikul beban terpusat vertikal  $P_1$  dan beban horisontal  $P_2$ .

Penyelesaian :

a. Reaksi Perletakan.

$$\begin{aligned} \sum M_B &= 0, \\ R_{AV} \cdot L - R_{AH} \cdot 0 - P_1 \cdot b + P_2 \cdot d &= 0 \\ R_{AV} &= P_1 \cdot b/L - P_2 \cdot d/L \text{ (ton)}. \\ \sum M_A &= 0, \\ -R_{BV} \cdot L + P_1 \cdot a + P_2 \cdot d &= 0 \\ R_{BV} &= P_1 \cdot a/L + P_2 \cdot d/L \text{ (ton)}. \\ \sum H &= 0, \\ -R_{AH} + P_2 &= 0 \\ R_{AH} &= P_2 \text{ (ton, kekiri)}. \end{aligned}$$

Kontrol :

$$\begin{aligned} \sum V &= 0, \\ R_{AV} + R_{BV} - P_1 &= 0 \end{aligned}$$

b. Gaya lintang.

$$\begin{aligned} D_{A-C} &= + R_{AH} \text{ (ton)}. \\ D_{C-E} &= + R_{AV} \text{ (ton)}. \\ D_{E-D} &= + R_{AV} - P_1 \text{ (ton)}. \\ D_{D-F} &= - R_{AH} \text{ (ton)}. \\ D_{F-B} &= - R_{AH} + P_2 = 0 \text{ (ton)}. \end{aligned}$$

c. Momen.

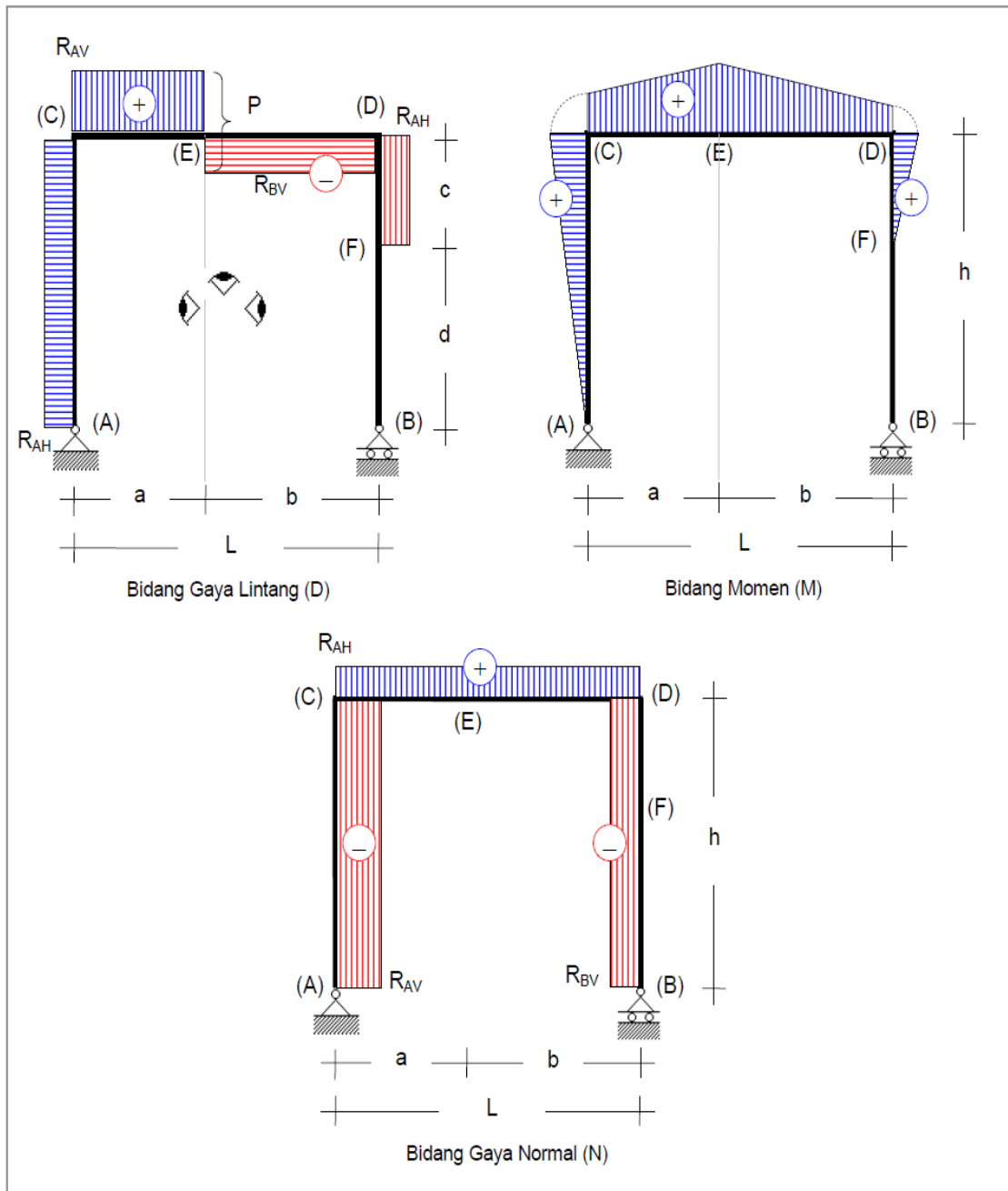
$$\begin{aligned} M_A &= 0 \\ M_C &= + R_{AH} \cdot h \text{ (t.m')}. \\ M_E &= R_{AV} \cdot a + R_{AH} \cdot h \text{ (t.m')}. \\ M_D &= R_{AV} \cdot L + R_{AH} \cdot h - P_1 \cdot b \text{ (t.m')}. \\ M_F &= R_{AV} \cdot L + R_{AH} \cdot d - P_1 \cdot b \text{ (t.m')} = 0. \\ M_B &= 0 \end{aligned}$$

d. Gaya Normal.

$$N_{A-C} = -R_{AV} \text{ ton (tekan, kalau reaksi } R_{AV} \text{ keatas).}$$

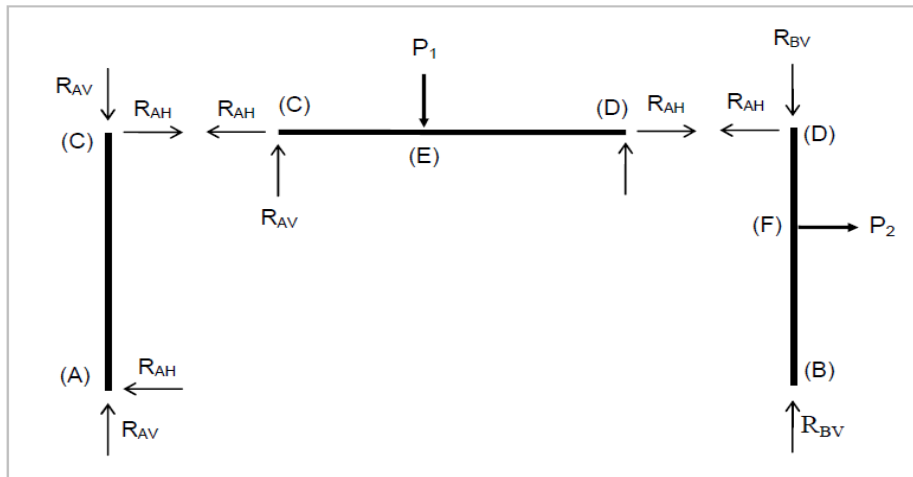
$$N_{C-D} = +R_{AH} \text{ ton (tarik).}$$

$$N_{B-D} = -R_{BV} \text{ ton (tekan).}$$



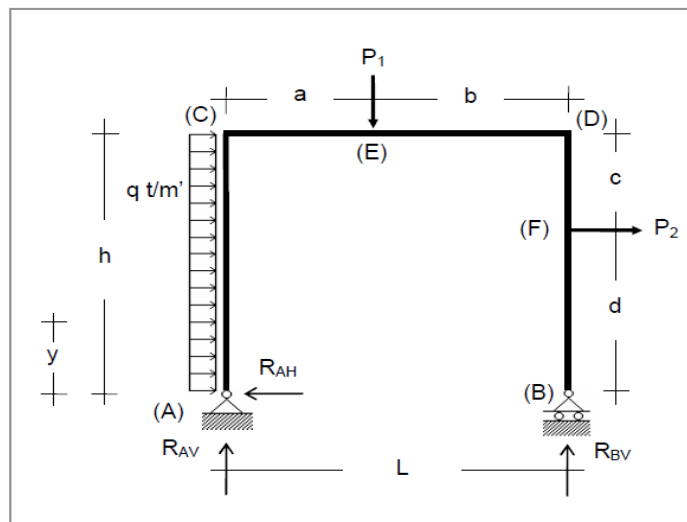
Gambar 4 : Bidang gaya lintang (D), momen (M) dan gaya normal (N).

◊ = mata, cara penglihatan, untuk menggambarkan gaya-gaya dalam dan menetapkan tanda negatif/positif.



Gambar 5 : Distribusi gaya-gaya pada elemen struktur (balok/kolom) dengan cara freebody.

c). **Memikul muatan campuran.**



Gambar 6 : Bangunan portal simetris, memikul beban terpusat vertikal  $P_1$ , beban horisontal  $P_2$  dan  $q$  t/m'.

Diketahui : Konstruksi seperti tergambar.

$$L = 10 \text{ m}, h = 5 \text{ m}, a = 4 \text{ m}, b = 6 \text{ m}, c = 2 \text{ m}, d = 3 \text{ m}.$$

$$P_1 = 5 \text{ ton}, P_2 = 2 \text{ ton}, q = 1 \text{ t/m'}$$

Diminta : Hitung dan gambarkan M, D dan N pada seluruh bentang.

Penyelesaian :

a. Reaksi Perletakan.

$$\sum M_B = 0,$$

$$R_{AV} \cdot L - R_{AH} \cdot 0 + q \cdot h \cdot \frac{1}{2} h - P_1 \cdot b + P_2 \cdot d = 0$$

$$R_{AV} = P_1 \cdot b/L - P_2 \cdot d/L - \frac{1}{2} q \cdot h^2/L = 5 \cdot 6/10 - 2 \cdot 3/10 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5^2/10$$

$$= 3 - 0,6 - 1,25$$

$$R_{AV} = + 1,15 \text{ ton (keatas)}.$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_A &= 0, \\ -R_{BV} \cdot L + P_1 \cdot a + P_2 \cdot d + q \cdot h \cdot \frac{1}{2} h &= 0 \\ R_{BV} &= P_1 \cdot a/L + P_2 \cdot d/L + \frac{1}{2} q \cdot h^2/L = 5 \cdot 4/10 + 2 \cdot 3/10 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5^2/10 \\ &= 2 + 0,6 + 1,25 \\ R_{BV} &= + 3,85 \text{ ton (keatas)}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma H &= 0, \\ -R_{AH} + q \cdot h + P_2 &= 0 \\ R_{AH} &= P_2 + q \cdot h = 2 + 1 \cdot 5 \\ R_{AH} &= + 7 \text{ ton (kekiri)}.\end{aligned}$$

Kontrol :

$$\begin{aligned}\Sigma V &= 0, \\ R_{AV} + R_{BV} - P_1 &= 0 \\ 1,15 + 3,85 - 5 &= 0 \quad (\text{memenuhi}).\end{aligned}$$

b. Gaya lintang.

$$\begin{aligned}D_{AC} &= + R_{AH} = + 7 \text{ (ton)}. \\ D_y &= + R_{AH} - q \cdot y \\ D_{y=5m} &= D_{CA} = + R_{AH} - q \cdot h = + 7 - 1 \cdot 5 = + 2 \text{ (ton)}. \\ D_{C-E} &= + R_{AV} = + 1,15 \text{ (ton)}. \\ D_{E-D} &= + R_{AV} - P_1 = 1,15 - 5 = - 3,85 \text{ (ton)}. \\ D_{D-F} &= - R_{AH} + q \cdot h = - 7 + 1 \cdot 5 = - 2 \text{ (ton)}, \text{ atau} \\ D_{D-F} &= - P_2 = - 2 \text{ (ton)}\end{aligned}$$

c. Momen.

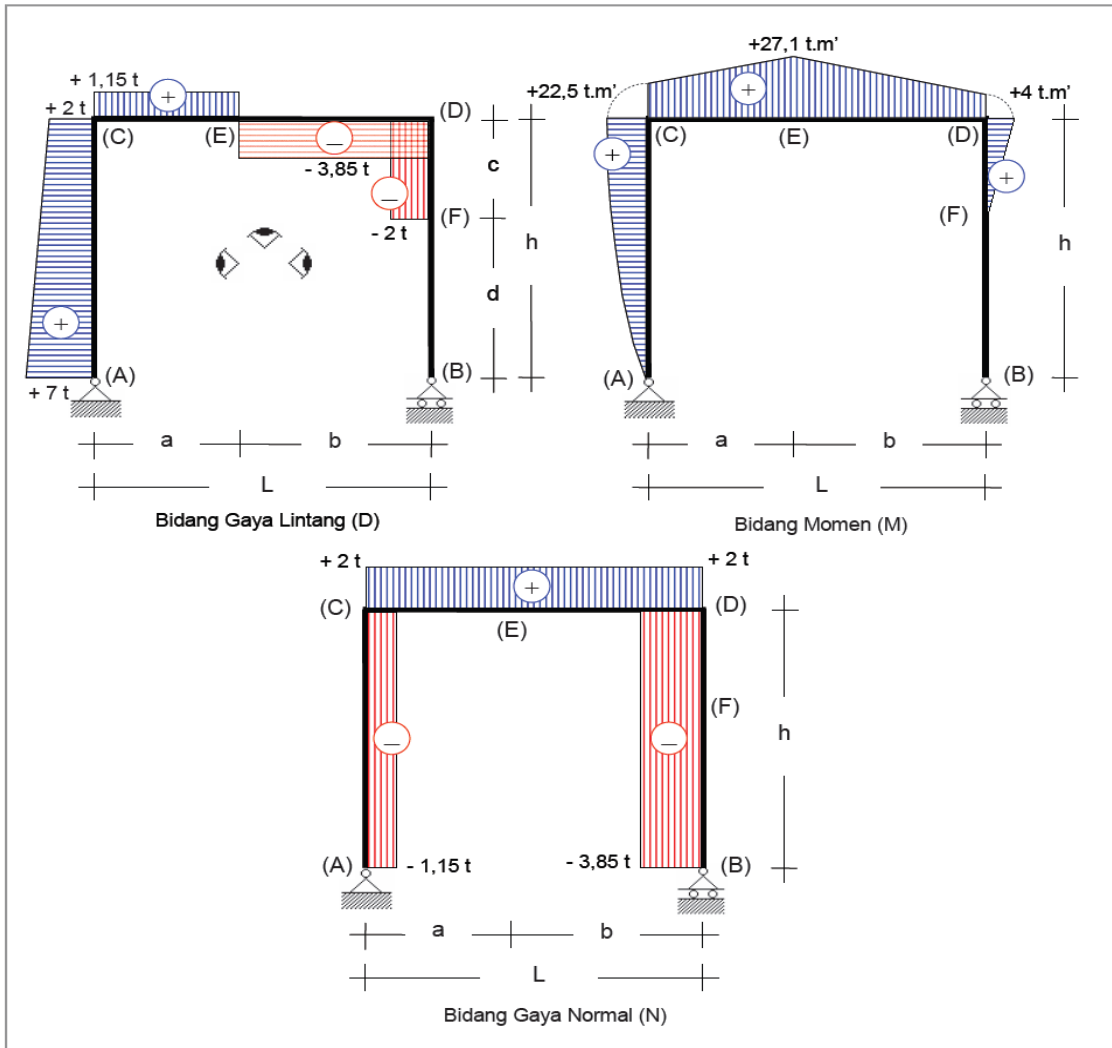
$$\begin{aligned}M_A &= 0 \\ M_y &= + R_{AH} \cdot y - \frac{1}{2} \cdot q \cdot y^2 \\ M_C &= + R_{AH} \cdot h - \frac{1}{2} q \cdot h^2 = 7 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5^2 = 35 - 12,5 = + 22,5 \text{ (t.m')}. \\ M_E &= + R_{AH} \cdot h - \frac{1}{2} q \cdot h^2 + R_{AV} \cdot a = + 7 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5^2 + 1,15 \cdot 4 \\ &= 35 - 12,5 + 4,6 \\ M_E &= + 27,1 \text{ (t.m')}. \\ M_D &= + R_{AH} \cdot h - \frac{1}{2} q \cdot h^2 + R_{AV} \cdot L - P_1 \cdot b \\ &= + 7 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5^2 + 1,15 \cdot 10 - 5 \cdot 6 = 35 - 12,5 + 11,5 - 30 \\ M_D &= + 4 \text{ (t.m')}. \end{aligned}$$

Atau,

$$\begin{aligned}M_D &= + P_2 \cdot c = + 2 \cdot 2 = + 4 \text{ (t.m')}. \\ M_F &= + R_{AH} \cdot d - q \cdot h \cdot (d - \frac{1}{2} h) + R_{AV} \cdot L - P_1 \cdot b \\ &= + 7 \cdot 3 - 1 \cdot 5 \cdot (3 - \frac{1}{2} \cdot 5) + 1,15 \cdot 10 - 5 \cdot 6 \\ &= 21 - 2,5 + 11,5 - 30 \\ M_F &= 0 \\ M_B &= 0\end{aligned}$$

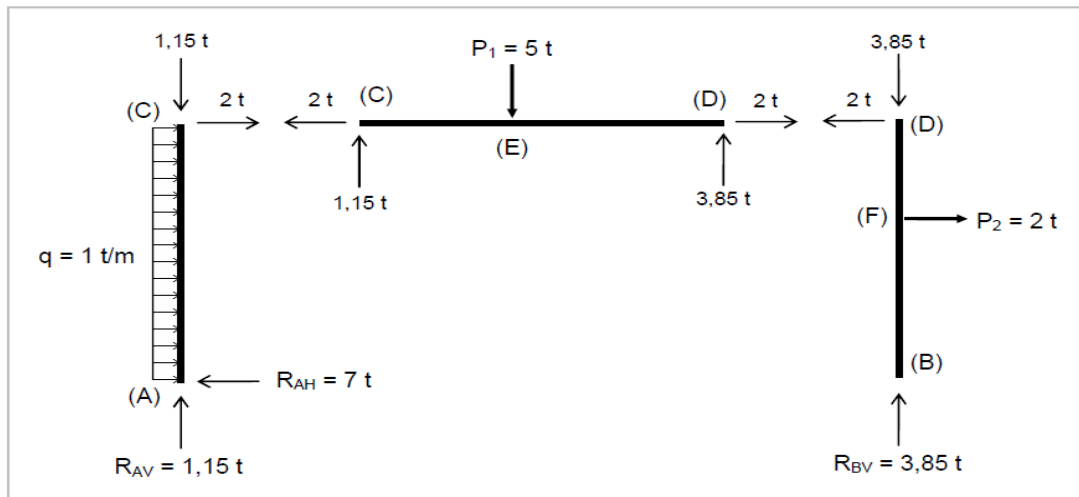
d. Gaya Normal.

$$\begin{aligned}N_{A-C} &= - R_{AV} = - 1,15 \text{ ton (tekan)}. \\ N_{C-D} &= + R_{AH} - q \cdot h = 7 - 1 \cdot 5 = + 2 \text{ ton (tarik)}. \\ N_{B-D} &= - R_{BV} = - 3,85 \text{ ton (tekan)}.\end{aligned}$$



Gambar 7 : Bidang gaya lintang (D), momen (M) dan gaya normal (N).

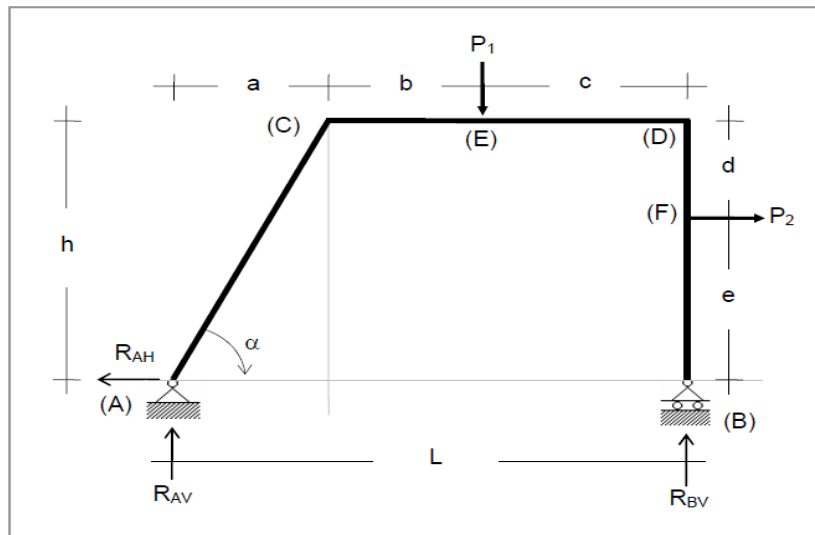
◊ = mata, cara penglihatan, untuk menggambarkan gaya-gaya dalam dan menetapkan tanda negatif/positip.



Gambar 8 : Distribusi gaya-gaya pada elemen struktur (balok/kolom) dengan cara freebody.

## 2. PORTAL TIDAK SIMETRIS.

a). Kolom miring sebelah, memikul muatan terpusat vertikal dan horisontal.



Gambar 9 : Bangunan portal tidak simetris, memikul beban terpusat vertikal  $P_1$ , beban horisontal  $P_2$ .

Diketahui : Konstruksi seperti tergambar.  
 $L = 10 \text{ m}$ ,  $h = 5 \text{ m}$ ,  $a = 2 \text{ m}$ ,  $b = 2 \text{ m}$ ,  $c = 6 \text{ m}$ ,  $d = 2 \text{ m}$ ,  $e = 3 \text{ m}$ .  
 $P_1 = 5 \text{ ton}$ ,  $P_2 = 2 \text{ ton}$ .

Diminta : Hitung dan gambarkan M, D dan N pada seluruh bentang.

Penyelesaian :

a. Reaksi Perletakan.

$$\sum M_B = 0,$$

$$R_{AV} \cdot L - R_{AH} \cdot 0 - P_1 \cdot c + P_2 \cdot e = 0$$

$$R_{AV} = P_1 \cdot c/L - P_2 \cdot e/L = 5 \cdot 6/10 - 2 \cdot 3/10 = 3 - 0,6$$

$$R_{AV} = +2,4 \text{ ton (keatas).}$$

$$\Sigma M_A = 0,$$

$$-R_{BV} \cdot L + P_1 \cdot (a+b) + P_2 \cdot e = 0$$

$$R_{BV} = P_1 \cdot (a+b)/L + P_2 \cdot e/L = 5 \cdot (2+2)/10 + 2 \cdot 3/10 = 2 + 0,6$$

$$R_{BV} = +2,6 \text{ ton (keatas).}$$

$$\Sigma H = 0,$$

$$-R_{AH} + P_2 = 0$$

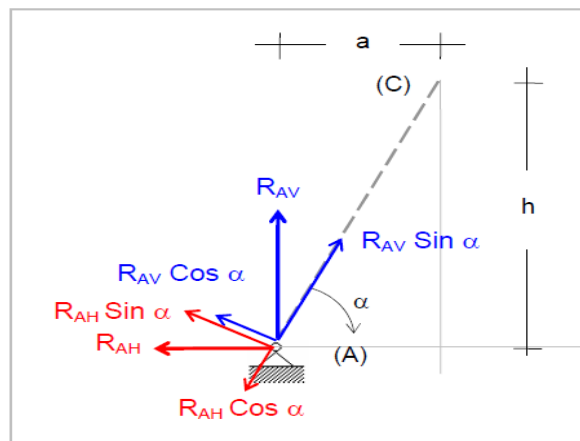
$$R_{AH} = P_2 = +2 \text{ ton (kekiri).}$$

Kontrol :

$$\Sigma V = 0,$$

$$R_{AV} + R_{BV} - P_1 = 0$$

$$2,4 + 2,6 - 5 = 0 \quad (\text{memenuhi}).$$



Gambar 10 : Komponen reaksi vertikal dan horizontal.

b. Gaya lintang.

$$\alpha = \text{arc tan } (h/a) = \text{arc tan } (5/2)$$

$$= 68^\circ 11' 55''$$

$$D_{A-C} = +R_{AH} \sin \alpha + R_{AV} \cos \alpha = 2 \cdot \sin(68^\circ 11' 55'') + 2,4 \cdot \cos(68^\circ 11' 55'')$$

$$= +1,857 + 0,891 = +2,748 \text{ (ton).}$$

$$D_{C-E} = +R_{AV} = +2,4 \text{ (ton).}$$

$$D_{E-D} = +R_{AV} - P_1 = 2,4 - 5 = -2,6 \text{ (ton)} = -R_{BV}.$$

$$D_{D-F} = -R_{AH} = -2 \text{ (ton).}$$

c. Momen.

$$M_A = 0$$

$$M_C = +R_{AH} \cdot h + R_{AV} \cdot a = 2 \cdot 5 + 2,4 \cdot 2 = +14,8 \text{ (t.m')}.$$

$$M_E = R_{AH} \cdot h + R_{AV} \cdot (a+b) = 2 \cdot 5 + 2,4 \cdot (2+2) = +19,6 \text{ (t.m')}.$$

$$M_D = R_{AH} \cdot h + R_{AV} \cdot L - P_1 \cdot c = 2 \cdot 5 + 2,4 \cdot 10 - 5 \cdot 6 = +4 \text{ (t.m')}.$$

Atau,

$$M_D = +P_2 \cdot d = +2 \cdot 2 = +4 \text{ (t.m')}.$$

$$M_F = R_{AH} \cdot e + R_{AV} \cdot L - P_1 \cdot c = 2 \cdot 3 + 2,4 \cdot 10 - 5 \cdot 6 = 0 + P')$$

$$M_B = 0$$

d. Gaya Normal.

$$\alpha = 68^\circ 11' 55''$$

$$N_{A-C} = + R_{AH} \cos \alpha + R_{AV} \sin \alpha$$

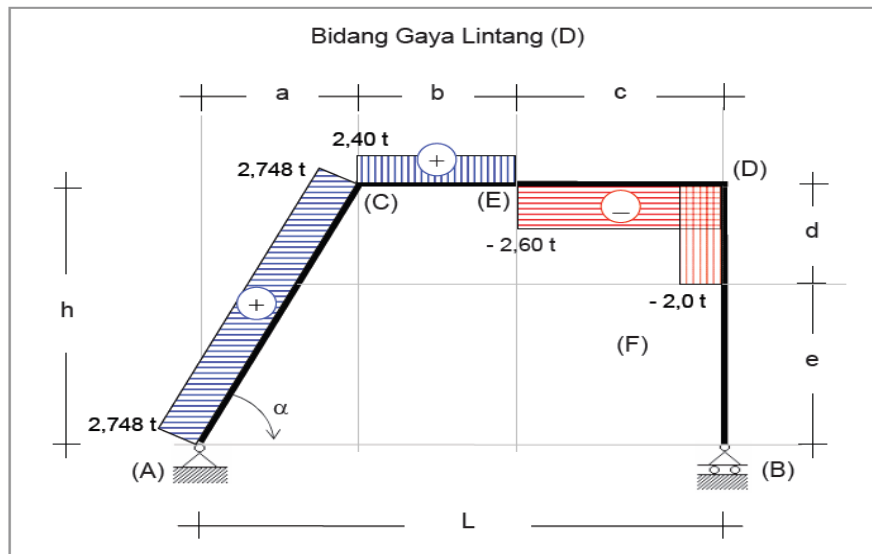
$$= 2 \cdot \cos(68^\circ 11' 55'') - 2,4 \cdot \sin(68^\circ 11' 55'')$$

$$= + 0,743 - 2,228$$

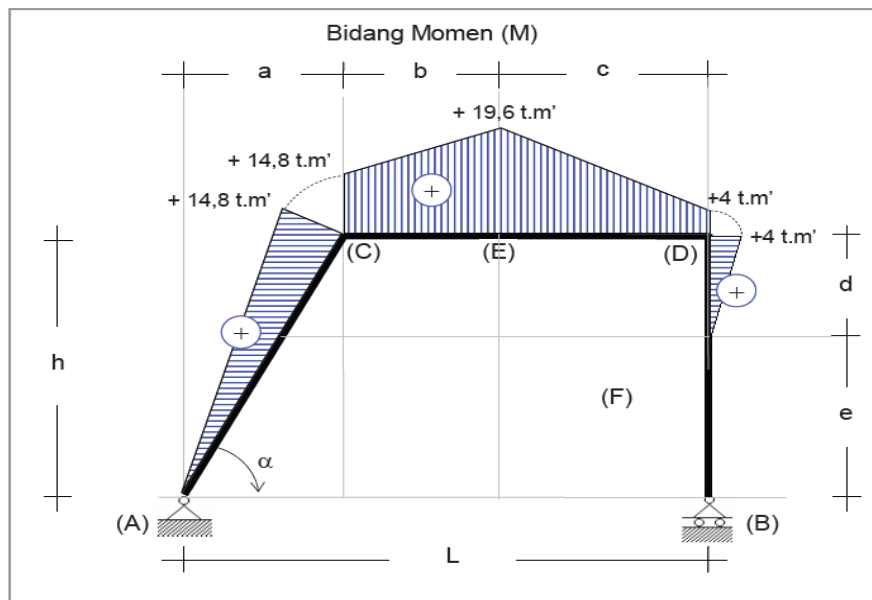
$$= - 1,485 \text{ ton (tekan).}$$

$$N_{C-D} = + R_{AH} = + 2 \text{ ton (tarik).}$$

$$N_{B-D} = - R_{BV} = - 2,6 \text{ ton (tekan).}$$

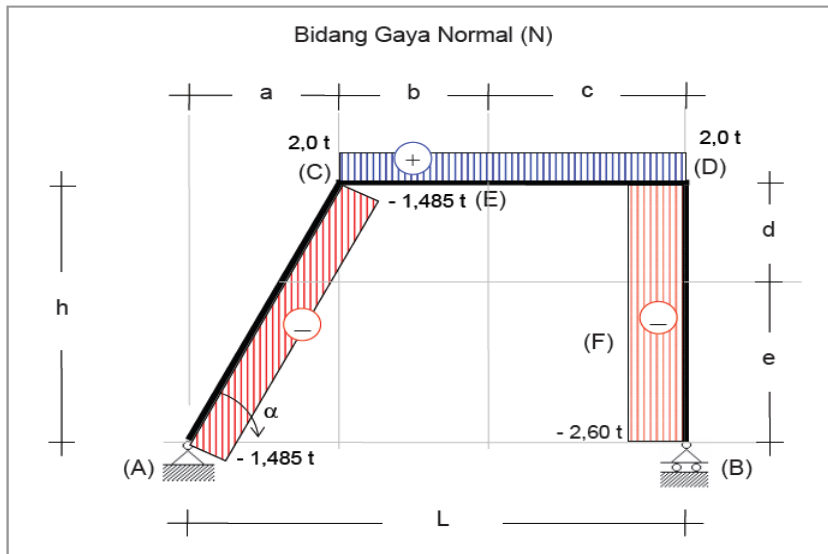


Gambar 11.a. : Bidang gaya lintang.

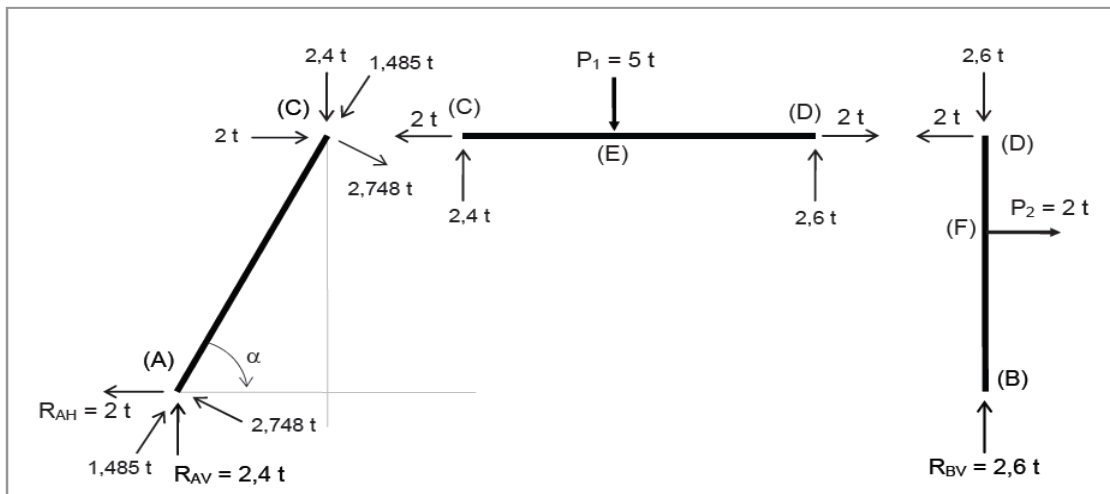


Gambar 11.b. : Bidang momen.



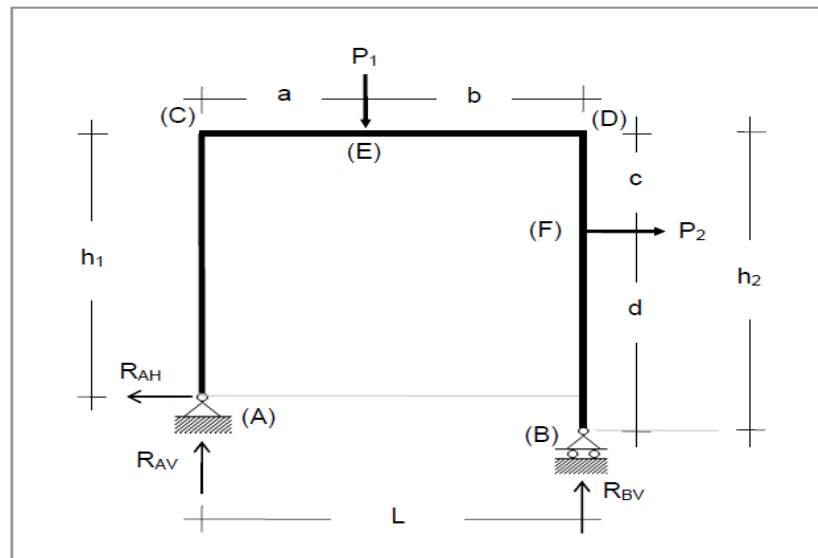


Gambar 11.c. : Bidang gaya normal.



Gambar 12 : Distribusi gaya-gaya pada elemen struktur (balok/kolom) dengan cara freebody.

b). Kolom tinggi sebelah, memikul muatan terpusat vertikal dan horisontal.



Gambar 13 : Portal dengan kaki tinggi sebelah.

Diketahui : Konstruksi seperti tergambar.

$L = 10 \text{ m}$ ,  $h_1 = 5 \text{ m}$ ,  $h_2 = 6 \text{ m}$ ,  $a = 4 \text{ m}$ ,  $b = 6 \text{ m}$ ,  $c = 2 \text{ m}$ ,  $d = 4 \text{ m}$ .

$P_1 = 5 \text{ ton}$ ,  $P_2 = 2 \text{ ton}$ .

Diminta : Hitung dan gambarkan  $M$ ,  $D$  dan  $N$  pada seluruh bentang.

Penyelesaian :

a. Reaksi Perletakan.

$$\sum H = 0,$$

$$-R_{AH} + P_2 = 0$$

$$R_{AH} = + P_2 = + 2 \text{ ton (kekiri)}.$$

$$\sum M_B = 0,$$

$$R_{AV} \cdot L - R_{AH} \cdot (h_2 - h_1) - P_1 \cdot b + P_2 \cdot d = 0$$

$$R_{AV} = P_1 \cdot b/L + R_{AH} \cdot (h_2 - h_1)/L - P_2 \cdot d/L \text{ (ton)}.$$

$$= 5 \cdot 6/10 + 2 \cdot (6 - 5)/10 - 2 \cdot 4/10 = 3 + 0,2 - 0,8$$

$$R_{AV} = + 2,4 \text{ ton (keatas)}.$$

$$\sum M_A = 0,$$

$$-R_{BV} \cdot L + P_1 \cdot a + P_2 \cdot (h_1 - c) = 0$$

$$R_{BV} = P_1 \cdot a/L + P_2 \cdot (h_1 - c)/L$$

$$= 5 \cdot 4/10 + 2 \cdot (5 - 2)/10 = 2 + 0,6$$

$$R_{BV} = + 2,6 \text{ ton (keatas)}.$$

Kontrol :

$$\sum V = 0,$$

$$R_{AV} + R_{BV} - P_1 = 0$$

$$2,4 + 2,6 - 5 = 0 \text{ .....(memenuhi)}.$$

b. Gaya lintang.

$$\begin{aligned}
 D_{A-C} &= + R_{AH} = + 2 \text{ ton.} \\
 D_{C-E} &= + R_{AV} = + 2,4 \text{ ton.} \\
 D_{E-D} &= + R_{AV} - P_1 = + 2,4 - 5 = - 2,6 \text{ ton.} \\
 D_{D-F} &= - R_{AH} = - 2 \text{ ton, atau} \\
 D_{D-F} &= - P_2 = - 2 \text{ ton.}
 \end{aligned}$$

c. Momen.

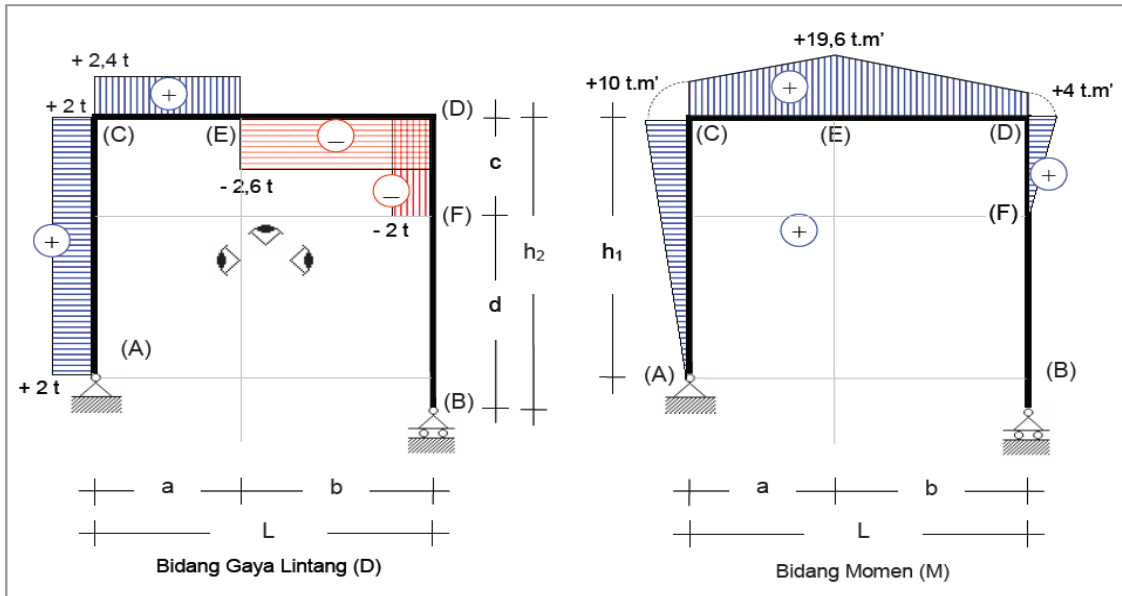
$$\begin{aligned}
 M_A &= 0 \\
 M_C &= + R_{AH} \cdot h = + 2 \cdot 5 = + 10 \text{ t.m}^{\prime}. \\
 M_E &= + R_{AV} \cdot a + R_{AH} \cdot h = + 2,4 \cdot 4 + 2 \cdot 5 = 19,6 \text{ t.m}^{\prime}. \\
 M_D &= + R_{AV} \cdot L + R_{AH} \cdot h - P_1 \cdot b = 2,4 \cdot 10 + 2 \cdot 5 - 5 \cdot 6 \\
 &= 24 + 10 - 30 \\
 M_D &= + 4 \text{ t.m}^{\prime}.
 \end{aligned}$$

Atau,

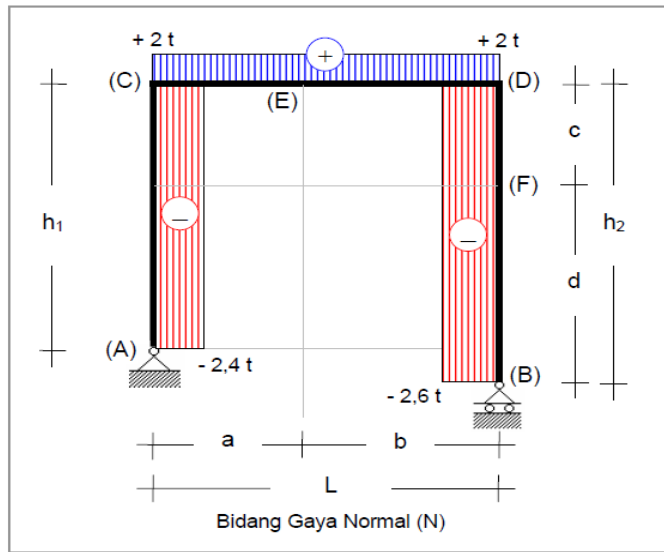
$$\begin{aligned}
 M_D &= + P_2 \cdot c = + 2 \cdot 2 = + 4 \text{ t.m}^{\prime}. \\
 M_F &= + R_{AV} \cdot L + R_{AH} \cdot (h_1 - c) - P_1 \cdot b \text{ (dari kiri)} \\
 &= + 2,4 \cdot 10 + 2 \cdot (5 - 2) - 5 \cdot 6 = 24 + 6 - 30 \\
 M_F &= 0 \\
 M_B &= 0
 \end{aligned}$$

d. Gaya Normal.

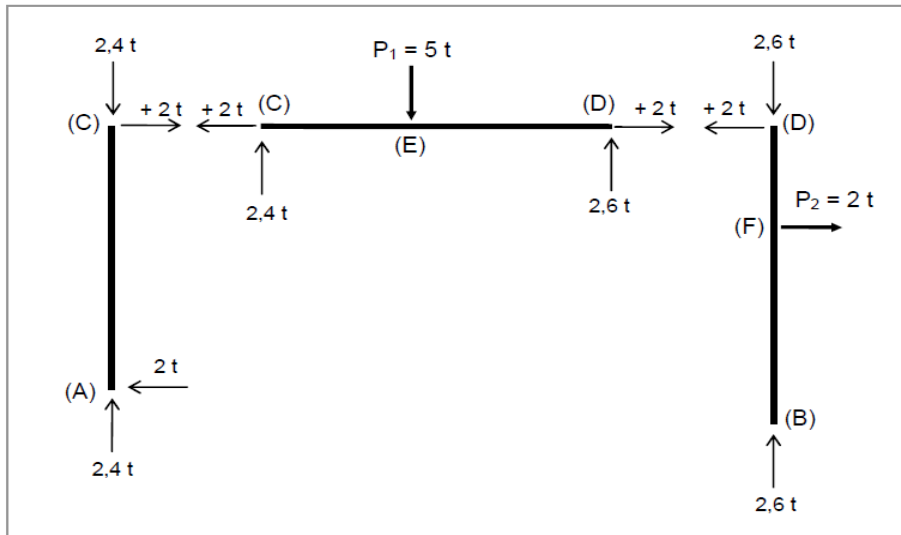
$$\begin{aligned}
 N_{A-C} &= - R_{AV} = - 2,4 \text{ ton (tekan).} \\
 N_{C-D} &= + R_{AH} = + 2 \text{ ton (tarik).} \\
 N_{B-D} &= - R_{BV} = - 2,6 \text{ ton (tekan).}
 \end{aligned}$$



Gambar 14.a : Bidang gaya lintang dan momen.

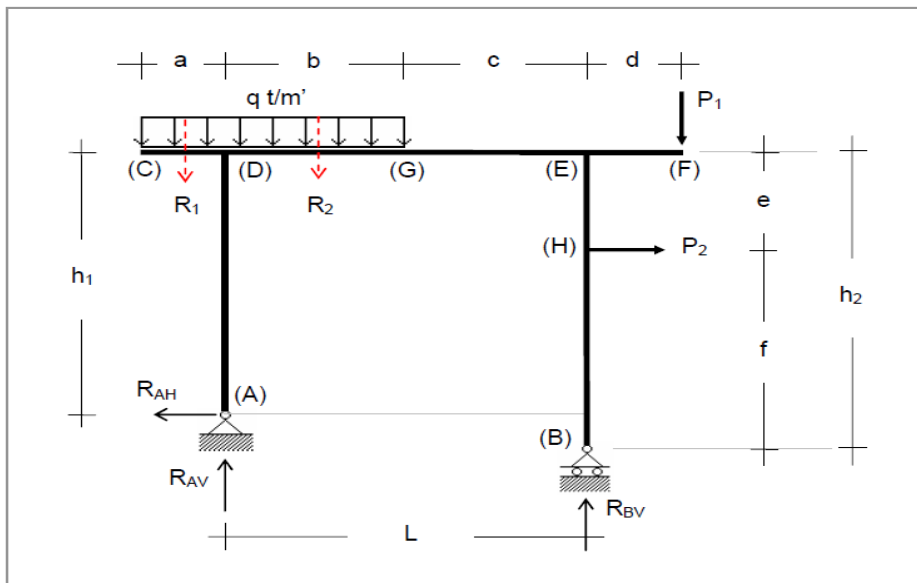


Gambar 14.b : Bidang gaya normal.



Gambar 15 : Distribusi gaya-gaya pada elemen struktur (balok/kolom) dengan cara freebody.

c). Kolom tinggi sebelah, balok overhang, memikul muatan terbagi rata, terpusat vertikal dan horizontal.



Gambar 16 : Portal dengan overhang pada kiri kanan.

Diketahui : Konstruksi seperti tergambar.

$L = 10 \text{ m}$ ,  $h_1 = 5 \text{ m}$ ,  $h_2 = 6 \text{ m}$ ,  $a = 1 \text{ m}$ ,  $b = 4 \text{ m}$ ,  $c = 6 \text{ m}$ ,  $d = 2 \text{ m}$ ,  
 $e = 2 \text{ m}$ ,  $f = 4 \text{ m}$ ,  $q = 1 \text{ t/m'}$ ,  $P_1 = 5 \text{ ton}$ ,  $P_2 = 2 \text{ ton}$ .

Diminta : Hitung dan gambarkan M, D dan N pada seluruh bentang.

Penyelesaian :

a. Reaksi Perletakan.

$$R_1 = q \cdot a = 1 \cdot 1 = 1 \text{ ton.}$$

$$R_2 = q \cdot b = 1 \cdot 4 = 4 \text{ ton.}$$

$$\Sigma H = 0,$$

$$-R_{AH} + P_2 = 0$$

$$R_{AH} = +P_2 = 2 \text{ ton (kekiri).}$$

$$\Sigma M_B = 0,$$

$$R_{AV} \cdot L - R_{AH} \cdot (h_2 - h_1) - R_1 \cdot (L + \frac{1}{2}a) - R_2 \cdot (L - \frac{1}{2}b) + P_1 \cdot d + P_2 \cdot f = 0$$

$$R_{AV} = \frac{R_{AH} \cdot (h_2 - h_1) + R_1 \cdot (L + \frac{1}{2}a) + R_2 \cdot (L - \frac{1}{2}b) - P_1 \cdot d - P_2 \cdot f}{L}$$

$$= \frac{2 \cdot (6 - 5) + 1 \cdot (10 + \frac{1}{2} \cdot 1) + 4 \cdot (10 - \frac{1}{2} \cdot 4) - 5 \cdot 2 - 2 \cdot 4}{10}$$

$$= \frac{2 + 10,5 + 3,2 - 10 - 8}{10}$$

$$= \frac{0,2 + 1,05 + 3,2 - 10}{10} = -0,8$$

$$R_{AV} = +2,65 \text{ ton (keatas).}$$

$$\Sigma M_A = 0,$$

$$-R_{BV} \cdot L + P_1 \cdot (L + d) + P_2 \cdot (h_1 - e) - R_1 \cdot \frac{1}{2}a + R_2 \cdot \frac{1}{2}b = 0$$

$$R_{BV} = \frac{P_1 \cdot (L + d) + P_2 \cdot (h_1 - e) - R_1 \cdot \frac{1}{2}a + R_2 \cdot \frac{1}{2}b}{L}$$

$$= \frac{5 \cdot (10 + 2) + 2 \cdot (5 - 2) - 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4}{10}$$

$$= \frac{60 + 6 - 0,5 + 8}{10} = 7,35$$

$$R_{BV} = + 7,35 \text{ ton (keatas).}$$

Kontrol :

$$\begin{aligned} \Sigma V &= 0, \\ R_{AV} + R_{BV} - R_1 - R_2 - P_1 &= 0 \\ 2,65 + 7,35 - 1 - 4 - 5 &= 0 \quad \dots(\text{memenuhi}). \end{aligned}$$

b. Gaya lintang.

$$\begin{aligned} D_{A-D} &= + R_{AH} = + 2 \text{ ton.} \\ D_{D-A} &= D_{A-D} = + 2 \text{ ton.} \\ D_{DC} &= - q \cdot a = - 1 \cdot 1 = - 1 \text{ ton.} \\ D_{DG} &= + R_{AV} + D_{DC} = + R_{AV} - q \cdot a = + 2,65 - 1 = + 1,65 \text{ ton.} \\ D_{G-E} &= D_{DG} - q \cdot b = + R_{AV} - q \cdot (a + b) = + 2,65 - 1 \cdot (1 + 4) = - 2,35 \text{ ton.} \\ D_{E-G} &= D_{G-E} = - 2,35 \text{ ton.} \\ D_{E-F} &= D_{E-G} + R_{BV} = + R_{AV} - q \cdot (a + b) + R_{BV} = - 2,35 + 7,35 = + 5 \text{ ton.} \end{aligned}$$

Atau,

$$\begin{aligned} D_{E-F} &= + P_1 = + 5 \text{ ton.} \\ D_{E-G} &= - R_{AH} = - 2 \text{ ton.} \end{aligned}$$

Atau,

$$D_{E-G} = - 2 \text{ ton.}$$

c. M o m e n .

$$\begin{aligned} M_A &= 0 \\ M_{DA} &= + R_{AH} \cdot h = + 2 \cdot 5 = + 10 \text{ t.m}^{\prime} \\ M_{DC} &= - \frac{1}{2} q \cdot a^2 = - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1^2 = - 0,50 \text{ t.m}^{\prime} \\ M_{DG} &= + R_{AH} \cdot h - \frac{1}{2} q \cdot a^2 = + 2 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = + 9,50 \text{ t.m}^{\prime} \\ M_G &= + R_{AV} \cdot b + R_{AH} \cdot h - \frac{1}{2} q \cdot (a + b)^2 \\ &= + 2,65 \cdot 4 + 2 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (1+4)^2 = + 10,60 + 10 - 12,50 \\ M_G &= + 8,10 \text{ t.m}^{\prime} \\ M_{EG} &= + R_{AV} \cdot L + R_{AH} \cdot h_1 - R_1 \cdot (L + \frac{1}{2} a) - R_2 \cdot (L - \frac{1}{2} b) \\ &= + 2,65 \cdot 10 + 2 \cdot 5 - 1 \cdot (10 + \frac{1}{2} \cdot 1) - 4 \cdot (10 - \frac{1}{2} \cdot 4) \\ &= + 26,5 + 10 - 10,5 - 32 \\ M_{EG} &= - 6 \text{ t.m}^{\prime} \\ M_{EF} &= - P_1 \cdot d = - 5 \cdot 2 = - 10 \text{ t.m}^{\prime} \\ M_{EB} &= + R_{AV} \cdot L + R_{AH} \cdot h_1 - R_1 \cdot (L + \frac{1}{2} a) - R_2 \cdot (L - \frac{1}{2} b) + P_1 \cdot d \\ &= + 2,65 \cdot 10 + 2 \cdot 5 - 1 \cdot (10 + \frac{1}{2} \cdot 1) - 4 \cdot (10 - \frac{1}{2} \cdot 4) + 5 \cdot 2 \\ &= + 26,5 + 10 - 10,5 - 32 + 10 \\ M_{EB} &= + 4 \text{ t.m}^{\prime} \end{aligned}$$

Atau,

$$\begin{aligned} M_{EB} &= + P_2 \cdot e = + 2 \cdot 2 = + 4 \text{ t.m}^{\prime} \\ M_H &= + R_{AV} \cdot L + R_{AH} \cdot (h_1 - e) - R_1 \cdot (L + \frac{1}{2} a) - R_2 \cdot (L - \frac{1}{2} b) + P_1 \cdot d \\ &= + 2,65 \cdot 10 + 2 \cdot (5 - 2) - 1 \cdot (10 + \frac{1}{2} \cdot 1) - 4 \cdot (10 - \frac{1}{2} \cdot 4) + 5 \cdot 2 \\ &= + 26,5 + 6 - 10,5 - 32 + 10 \\ M_H &= 0 \text{ t.m}^{\prime} \\ M_F &= 0 \text{ t.m}^{\prime} ; \\ M_B &= 0 \text{ t.m}^{\prime} \end{aligned}$$

Momen maksimum positif pada daerah D-E,

$$\begin{aligned} M_{X1} &= R_{AV} \cdot x_1 + R_{AH} \cdot h_1 - R_1 \cdot (a + x_1) - \frac{1}{2} \cdot q \cdot x_1^2 \\ D_{X1} &= dM_{X1}/dx_1 = 0 \\ R_{AV} - R_1 - q \cdot x_1 &= 0 \\ x_1 &= (R_{AV} - R_1)/q \end{aligned}$$

$$x_1 = (2,65 - 1)/1$$

$$x_1 = 1,65 \text{ m (dari D)}$$

$$M_{\text{maks}} = 2,65 \cdot 1,65 + 2 \cdot 5 - 1 \cdot (1 + 1,65) - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (1,65)^2$$

$$= + 10,36125 \text{ t.m'}$$

Letak titik dimana momen sama dengan nol (dari kiri),

$$M_{X_2} = R_{AV} \cdot (b + x_2) + R_{AH} \cdot h_1 - R_1 \cdot (\frac{1}{2} \cdot a + b + x_2) - R_2 \cdot (\frac{1}{2} \cdot b + x_2) = 0$$

$$2,65 \cdot (4 + x_2) + 2 \cdot 5 - 1 \cdot (\frac{1}{2} \cdot 1 + 4 + x_2) - 4 \cdot (\frac{1}{2} \cdot 4 + x_2) = 0$$

$$2,65 x_2 - x_2 - 4 x_2 + 2,65 \cdot 4 + 2 \cdot 5 - 1 \cdot 4,5 - 4 \cdot 2 = 0$$

$$- 2,35 x_2 + 10,6 + 10 - 4,5 - 8 = 0$$

$$x_2 = (20,6 - 12,5)/2,35$$

$$= 3,45 \text{ m (dari G)}$$

Maka letak momen sama dengan nol dari titik D,

$$x_3 = b + x_2 = 4 + 3,45 = 7,45 \text{ m}$$

Apabila letak momen sama dengan nol ini dihitung dari kanan ke kiri,

$$M_{X_4} = R_{BV} \cdot x_4 + P_2 \cdot e - P_1 \cdot (d + x_4) = 0$$

$$7,35 \cdot x_4 + 2 \cdot 2 - 5 \cdot (2 + x_4) = 0$$

$$7,35 x_4 - 5 x_4 + 4 - 10 = 0$$

$$2,35 x_4 - 6 = 0$$

$$x_4 = 6/2,35 = 2,55 \text{ m (dari E)}$$

$$(L - x_4) = 10 - 2,55 = 7,45 \text{ m (dari D)} \quad \dots(\text{memenuhi})$$

d. Gaya Normal.

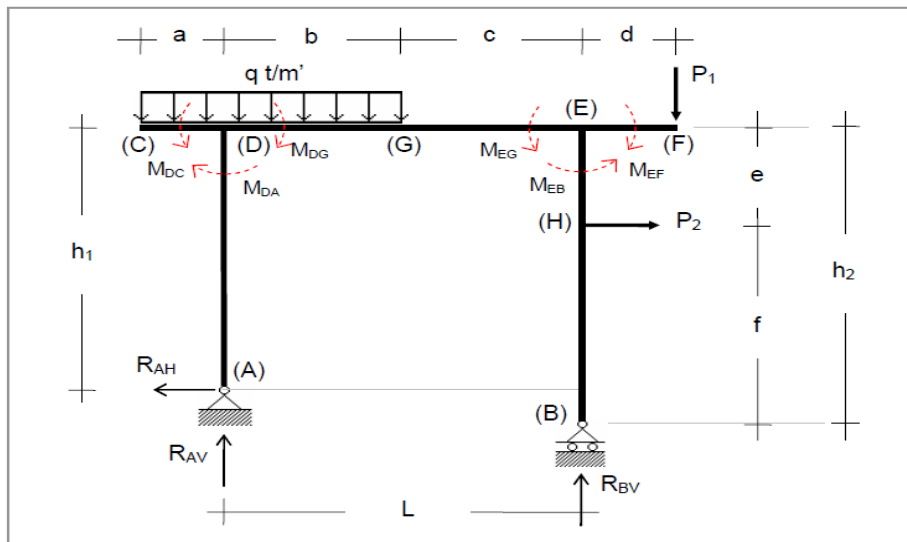
$$N_{A-D} = - R_{AV} = - 2,65 \text{ ton (tekan)}$$

$$N_{C-D} = 0$$

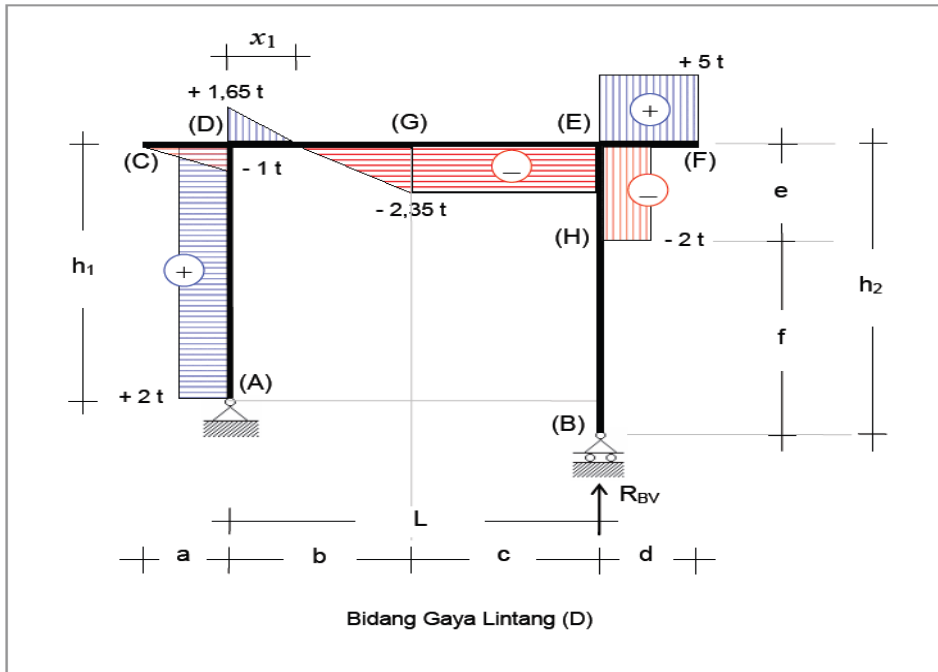
$$N_{D-E} = + R_{AH} = + 2 \text{ ton (tarik)}$$

$$N_{E-B} = - R_{BV} = - 7,35 \text{ ton (tekan)}$$

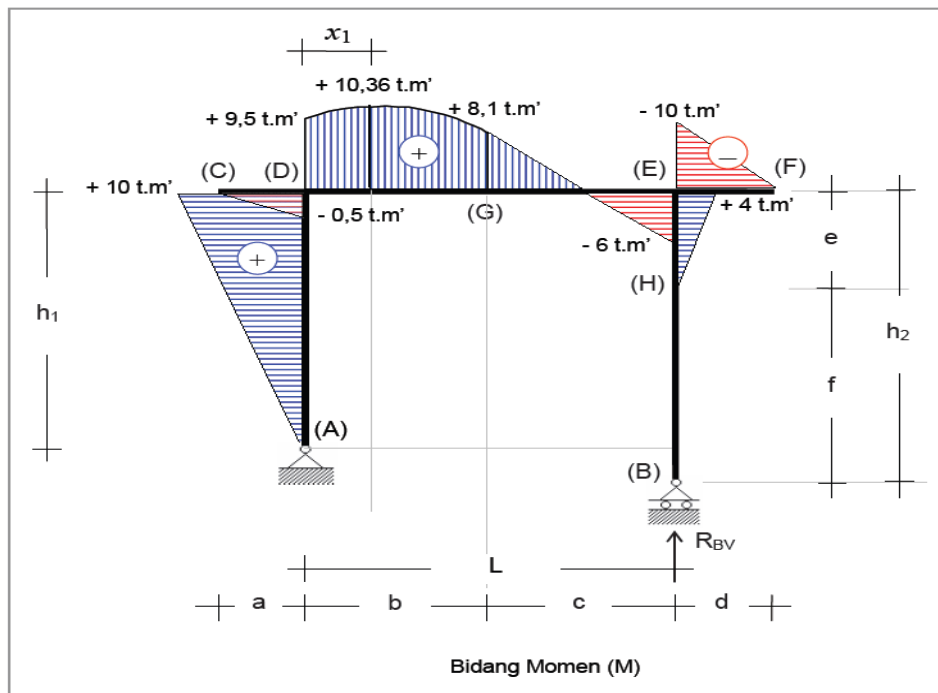
$$N_{E-F} = 0$$



Gambar 17 : Putaran momen pada titik D dan titik E.

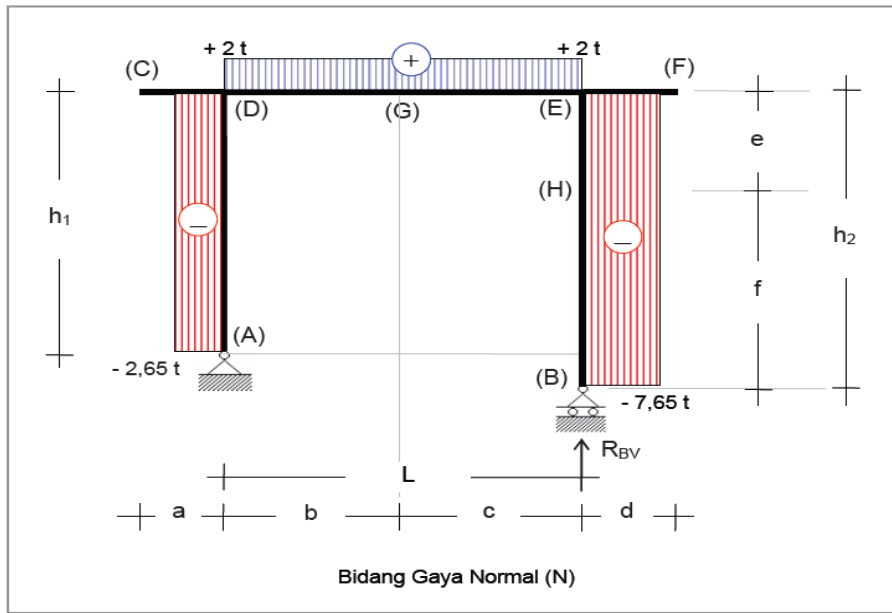


Gambar 18.a : Bidang gaya lintang.

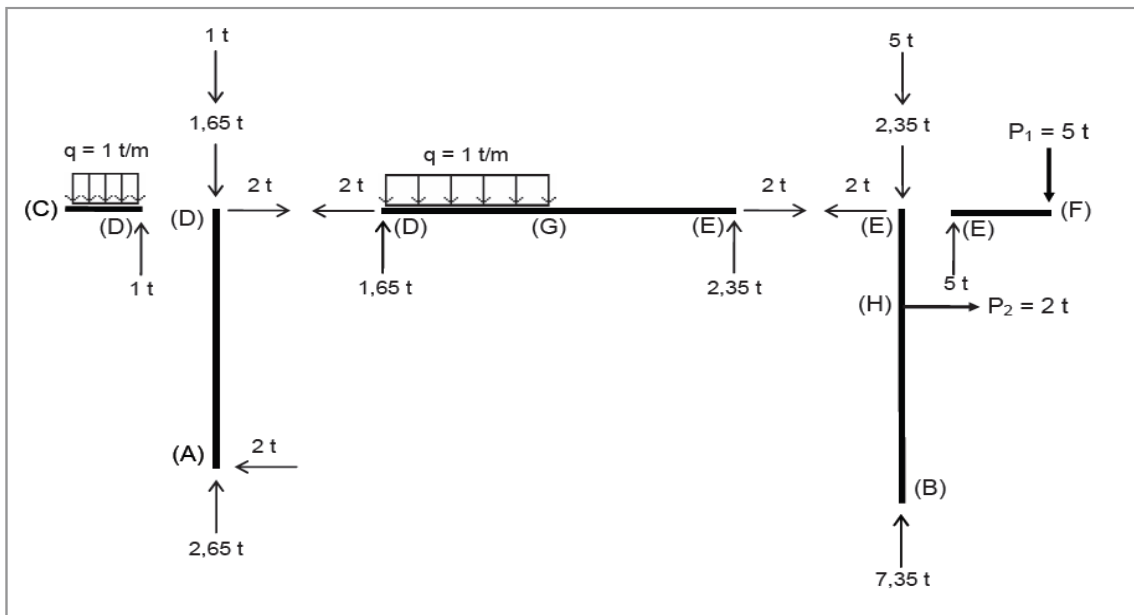


Gambar 18.b : Bidang momen.



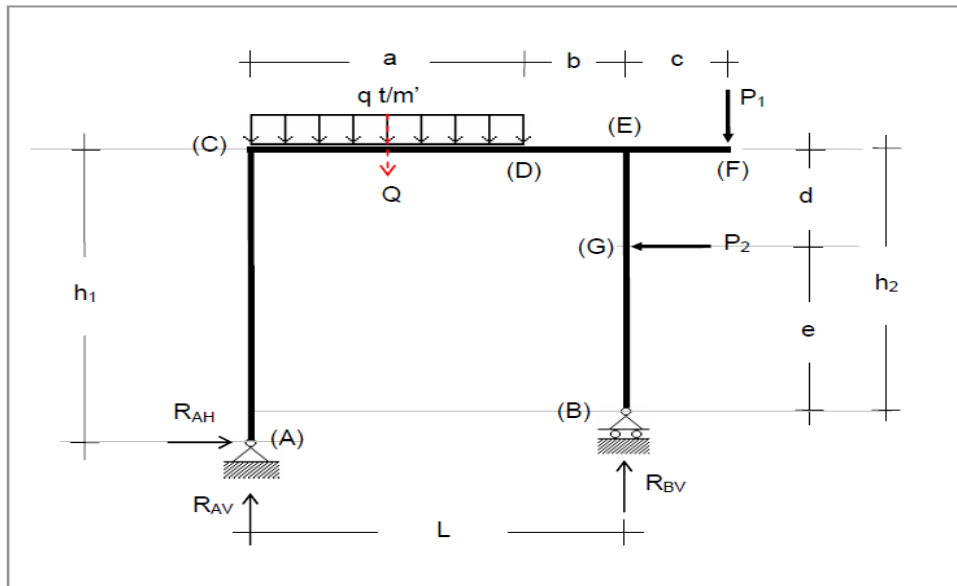


Gambar 18.c : Bidang gaya normal.



Gambar 19 : Distribusi gaya-gaya pada elemen struktur (balok/kolom) dengan cara freebody.

## WORKSHOP/PELATIHAN



Diketahui : Struktur portal seperti tergambar.  
Data-data,

### PANJANG DAN TINGGI

L m	a m	b m	c m	d m	e m	h <sub>1</sub> m	h <sub>2</sub> m
12	10	2	2	3	4	8	7

### BEBAN KERJA

No. Stb.	q t/m'	Q ton	P <sub>1</sub> ton	P <sub>2</sub> ton	Q + P <sub>1</sub> ton
-1	1.0	10.0	2.0	2.0	12.000
0	1.2	12.0	2.2	2.1	14.200
1	1.4	14.0	2.4	2.2	16.400
2	1.6	16.0	2.6	2.3	18.600
3	1.8	18.0	2.8	2.4	20.800
4	2.0	20.0	3.0	2.5	23.000
5	2.2	22.0	3.2	2.6	25.200
6	2.4	24.0	3.4	2.7	27.400
7	2.6	26.0	3.6	2.8	29.600
8	2.8	28.0	3.8	2.9	31.800
9	3.0	30.0	4.0	3.0	34.000

Diminta : Gambarkan bidang-bidang gaya lintang, momen dan gaya normal pada seluruh bentang.

Penyelesaian :

a. Reaksi Perletakan.

$$Q = q \cdot a = (1 \text{ t/m}') \cdot (10 \text{ m}) = 10 \text{ ton.}$$

$$\Sigma H = 0,$$

$$R_{AH} - P_2 = 0$$

$$R_{AH} = P_2 = 2 \text{ ton (ke kanan).}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_B &= 0, \\ R_{AV} \cdot L - R_{AH} \cdot (h_1 - h_2) - Q \cdot (1/2a + b) + P_1 \cdot c - P_2 \cdot e &= 0 \\ R_{AV} &= R_{AH} \cdot (h_1 - h_2)/L + Q \cdot (1/2a + b)/L - P_1 \cdot c/L + P_2 \cdot e/L \\ R_{AV} &= 2 \cdot (8 - 7)/12 + 10 \cdot (1/2 \cdot 10 + 2)/12 - 2 \cdot 2/12 + 2 \cdot 4/12 \\ R_{AV} &= 0,167 + 5,833 - 0,333 + 0,667 \\ R_{AV} &= 6,333 \text{ ton (ke atas)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_A &= 0, \\ -R_{BV} \cdot L - P_2 \cdot (h_1 - d) + P_1 \cdot (L + c) + Q \cdot (1/2a) &= 0 \\ R_{BV} &= -P_2 \cdot (h_1 - d)/L + P_1 \cdot (L + c)/L + Q \cdot (1/2a)/L \\ R_{BV} &= -2 \cdot (8 - 3)/12 + 2 \cdot (12 + 2)/12 + 10 \cdot (1/2 \cdot 10)/12 \\ R_{BV} &= -0,833 + 2,333 + 4,167 \\ R_{BV} &= 5,667 \text{ ton (ke atas)}. \end{aligned}$$

Kontrol :

$$\begin{aligned} \Sigma V &= 0, \\ R_{AV} + R_{BV} &= Q + P_1 \\ 6,333 \text{ t} + 5,667 \text{ t} &= 10 \text{ t} + 2 \text{ t} \\ 12 \text{ ton} &= 12 \text{ ton (memenuhi)}. \end{aligned}$$

b. Gaya lintang.

$$\begin{aligned} D_{A-C} &= -R_{AH} = -2 \text{ ton.} \\ D_{C-D} &= R_{AV} = +6,333 \text{ ton} \\ D_{D-E} &= R_{AV} - Q = 6,333 - 10 = -3,667 \text{ ton.} \\ D_{E-F} &= R_{AV} - Q + R_{BV} = +6,333 - 10 + 5,667 = +2 \text{ ton} = P_1. \\ D_{E-G} &= +R_{AH} = +2 \text{ ton} \end{aligned}$$

c. Momen .

$$\begin{aligned} M_A &= 0 \\ M_{CA} &= -R_{AH} \cdot h_1 = -2 \cdot 8 = -16 \text{ t.m}' \\ M_C &= -R_{AH} \cdot h_1 = -2 \cdot 8 = -16 \text{ t.m}' \\ M_D &= -R_{AH} \cdot h_1 + R_{AV} \cdot a - Q \cdot 1/2a = -2 \cdot 8 + 6,333 \cdot 10 - 10 \cdot 1/2 \cdot 10 \\ &= -16 + 63,33 - 50 \\ M_D &= -2,67 \text{ t.m}' \\ M_{ED} &= -R_{AH} \cdot h_1 + R_{AV} \cdot L - Q \cdot (1/2a + b) \\ &= -2 \cdot 8 + 6,333 \cdot 12 - 10 \cdot (1/2 \cdot 10 + 2) \\ &= -16 + 76 - 70 \\ M_{ED} &= -10,0 \text{ t.m}' \\ M_{EG} &= -P_2 \cdot d = -2 \cdot 3 = -6 \text{ t.m}' \\ M_{EF} &= -P_1 \cdot c = -2 \cdot 2 = -4 \text{ t.m}' \\ \text{Atau,} \\ M_{ED} &= M_{EG} + M_{EF} = -6 + (-4) = -10 \text{ t.m}' \end{aligned}$$

Letak titik dimana terdapat momen maksimum positif pada C-D,

$$M_x = R_{AV} \cdot x - R_{AH} \cdot h_1 - 1/2 q \cdot x^2$$

$$d(M_x)/dx = D_x = 0,$$

$$R_{AV} - q \cdot x = 0$$

$$x = R_{AV} / q = 6,333/1 = 6,333 \text{ m (dari titik C).}$$

$$\begin{aligned} M_{\text{maks}} &= 6,333 \cdot (6,333 \text{ m}) - 2 \cdot (8 \text{ m}) - 1/2 \cdot (1 \text{ t/m}') \cdot (6,333 \text{ m})^2 \\ &= +4,053 \text{ t.m}' \end{aligned}$$

Letak titik dimana momen sama dengan nol pada bentang C-E,

$$M_x = R_{AV} \cdot x - R_{AH} \cdot h_1 - 1/2 q \cdot x^2 = 0$$

$$x^2 - (R_{AV}/1/2q) \cdot x + R_{AH} \cdot h_1/1/2q = 0$$

$$x^2 - (6,333/0,5) \cdot x + 2 \cdot 8/0,5 = 0$$

$$x^2 - 12,667 \cdot x + 32 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{12,667 \pm \sqrt{(-12,667)^2 - 4.(1).(32)}}{2.(1)}$$

$$x_{1,2} = 6,333 \pm 2,848$$

$$x_1 = 6,333 + 2,848 = 9,181 \text{ m (dari C).}$$

$$x_2 = 6,333 - 2,848 = 3,485 \text{ m (dari C).}$$

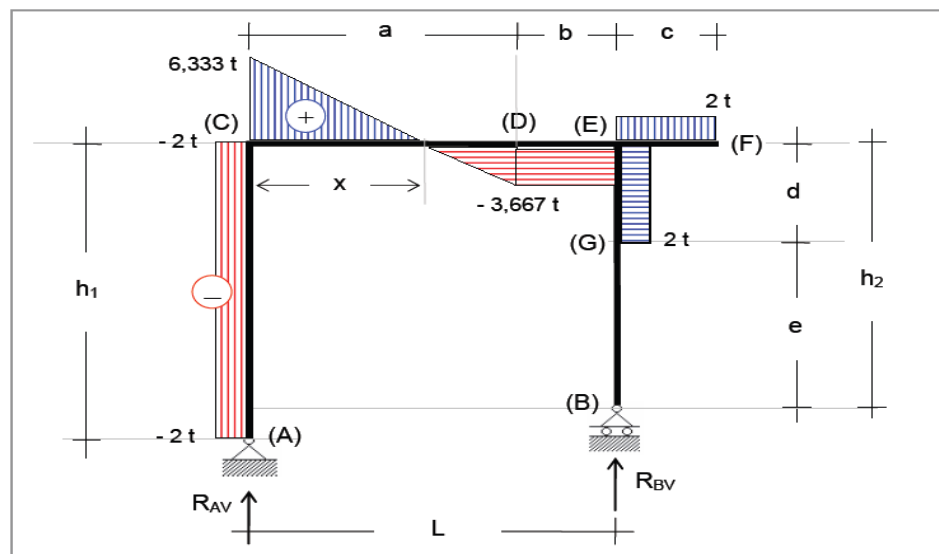
d. Gaya normal.

$$N_{A-C} = -R_{AV} = -6,333 \text{ ton (tekan).}$$

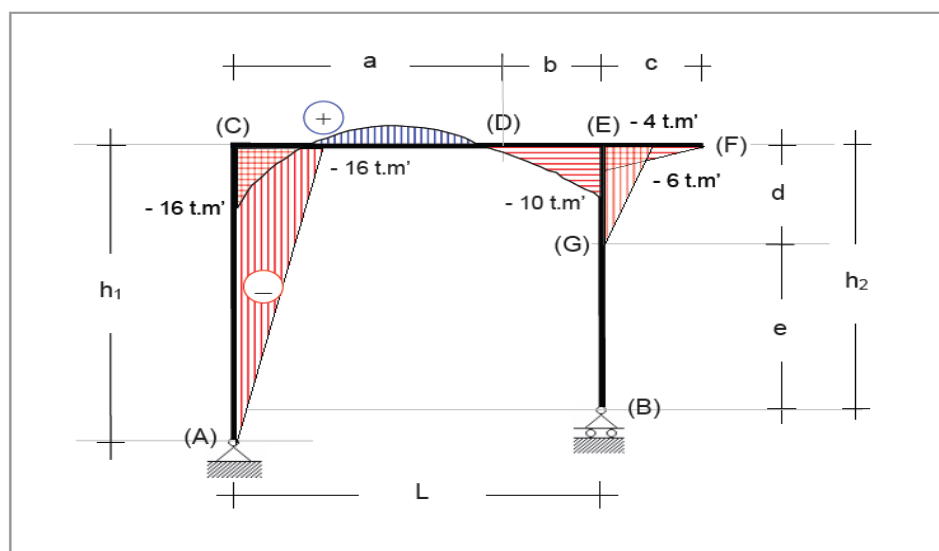
$$N_{C-E} = -R_{AH} = -2 \text{ ton (tekan).}$$

$$N_{E-B} = -R_{BV} = -5,667 \text{ ton (tekan).}$$

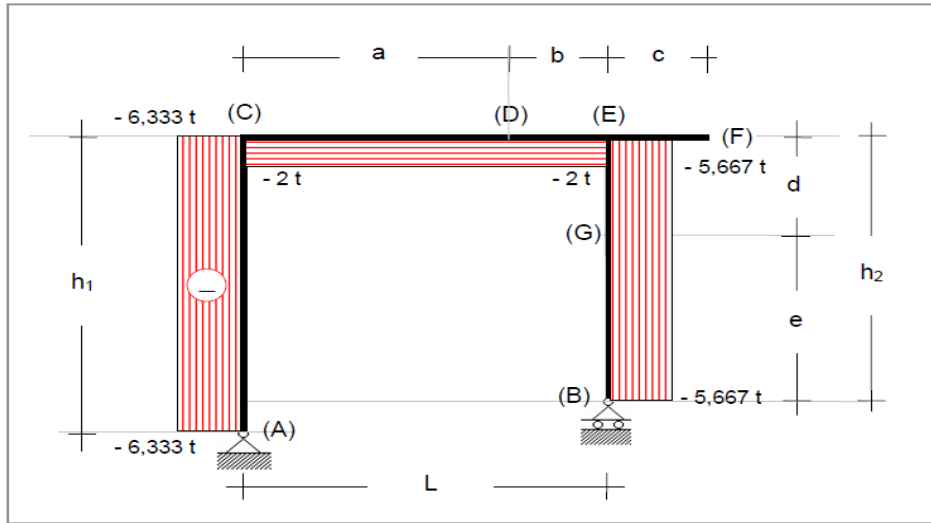
e. Gambar Bidang Gaya Lintang.



f. Gambar Bidang Momen.



g. Gambar Bidang Gaya Normal.



## KUNCI JAWABAN

### REAKSI PERLETAKAN

No. Stb.	$R_{AH}$ ton	$R_{AV}$ ton	$R_{BV}$ ton	$R_{AV} + R_{BV}$ ton
-1	2.0	6.333	5.667	12.000
0	2.1	7.508	6.692	14.200
1	2.2	8.683	7.717	16.400
2	2.3	9.858	8.742	18.600
3	2.4	11.033	9.767	20.800
4	2.5	12.208	10.792	23.000
5	2.6	13.383	11.817	25.200
6	2.7	14.558	12.842	27.400
7	2.8	15.733	13.867	29.600
8	2.9	16.908	14.892	31.800
9	3.0	18.083	15.917	34.000

### GAYA LINTANG

No. Stb.	$D_{A-C}$ ton	$D_{CD}$ ton	$D_{D-E}$ ton	$D_{E-F}$ ton	$D_{E-G}$ ton
-1	-2.000	6.333	-3.667	2.000	2.000
0	-2.100	7.508	-4.492	2.200	2.100
1	-2.200	8.683	-5.317	2.400	2.200
2	-2.300	9.858	-6.142	2.600	2.300
3	-2.400	11.033	-6.967	2.800	2.400
4	-2.500	12.208	-7.792	3.000	2.500
5	-2.600	13.383	-8.617	3.200	2.600
6	-2.700	14.558	-9.442	3.400	2.700
7	-2.800	15.733	-10.267	3.600	2.800
8	-2.900	16.908	-11.092	3.800	2.900
9	-3.000	18.083	-11.917	4.000	3.000

### MOMEN

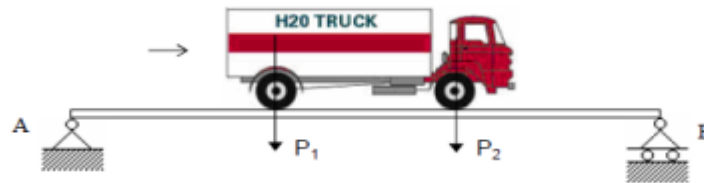
No. Stb.	M <sub>CA</sub> t.m'	M <sub>D</sub> t.m'	M <sub>ED</sub> t.m'	M <sub>EG</sub> t.m'	M <sub>EF</sub> t.m'	M <sub>EG+MEF</sub> t.m'	x m	M <sub>maks</sub> t.m'
-1	-16.000	-2.667	-10.000	-6.000	-4.000	-10.000	6.333	4.056
0	-16.800	-1.717	-10.700	-6.300	-4.400	-10.700	6.257	6.690
1	-17.600	-0.767	-11.400	-6.600	-4.800	-11.400	6.202	9.329
2	-18.400	0.183	-12.100	-6.900	-5.200	-12.100	6.161	11.971
3	-19.200	1.133	-12.800	-7.200	-5.600	-12.800	6.130	14.615
4	-20.000	2.083	-13.500	-7.500	-6.000	-13.500	6.104	17.261
5	-20.800	3.033	-14.200	-7.800	-6.400	-14.200	6.083	19.908
6	-21.600	3.983	-14.900	-8.100	-6.800	-14.900	6.066	22.555
7	-22.400	4.933	-15.600	-8.400	-7.200	-15.600	6.051	25.203
8	-23.200	5.883	-16.300	-8.700	-7.600	-16.300	6.039	27.852
9	-24.000	6.833	-17.000	-9.000	-8.000	-17.000	6.028	30.501

### GAYA NORMAL

No. Stb.	N <sub>A-D</sub> ton	N <sub>C-E</sub> ton	N <sub>E-B</sub> ton
-1	-6.333	-2.000	-5.667
0	-7.508	-2.100	-6.692
1	-8.683	-2.200	-7.717
2	-9.858	-2.300	-8.742
3	-11.033	-2.400	-9.767
4	-12.208	-2.500	-10.792
5	-13.383	-2.600	-11.817
6	-14.558	-2.700	-12.842
7	-15.733	-2.800	-13.867
8	-16.908	-2.900	-14.892
9	-18.083	-3.000	-15.917

# GARIS PENGARUH

Apabila suatu konstruksi jembatan dilalui oleh kendaraan maka pada suatu titik tertentu (misal titik C) pada gelagar memanjang akan terdapat gaya-gaya dalam seperti gaya lintang dan momen yang berubah besarnya sesuai dengan letak kendaraan pada saat itu, lihat gambar berikut.



Untuk mengetahui berapa sebenarnya besar gaya lintang maksimum dan momen maksimum yang mungkin terjadi pada titik C apabila dilalui oleh kendaraan, maka diperlukan suatu diagram yang disebut *Garis Pengaruh*. Untuk menggambarkan diagram ini digunakan beban bergerak terpusat tunggal dengan nilai  $P = 1$  ton, yang diletakkan pada beberapa titik secara bergantian seperti berikut.

## 1). BALOK DIATAS DUA PERLETAKAN.

Keterangan :

### a. Garis pengaruh R<sub>A</sub>.

$P = 1$  t berada di A,

$$R_A = + P = + 1 \text{ (ton)}$$

$P = 1$  t berada di C,

$$M_B = 0$$

$$R_A = + P \cdot (L-a)/L = + 1 \cdot (L-a)/L \text{ (ton)}$$

$P = 1$  t berada di B,

$$R_A = 0 \text{ (ton)}$$

### b. Garis pengaruh R<sub>B</sub>

$P = 1$  t berada di A,

$$R_B = 0 \text{ (ton)}$$

$P = 1$  t berada di C,

$$M_A = 0$$

$$R_B = + P \cdot a/L = + 1 \cdot a/L \text{ (ton)}$$

$P = 1$  t berada di B,

$$R_B = + P = + 1 \text{ (ton)}$$

### c. Garis pengaruh Gaya lintang pada titik C.

$P = 1$  t berada di A,  $R_A = + P = + 1$  t,  $D_c = R_A - P = 0$

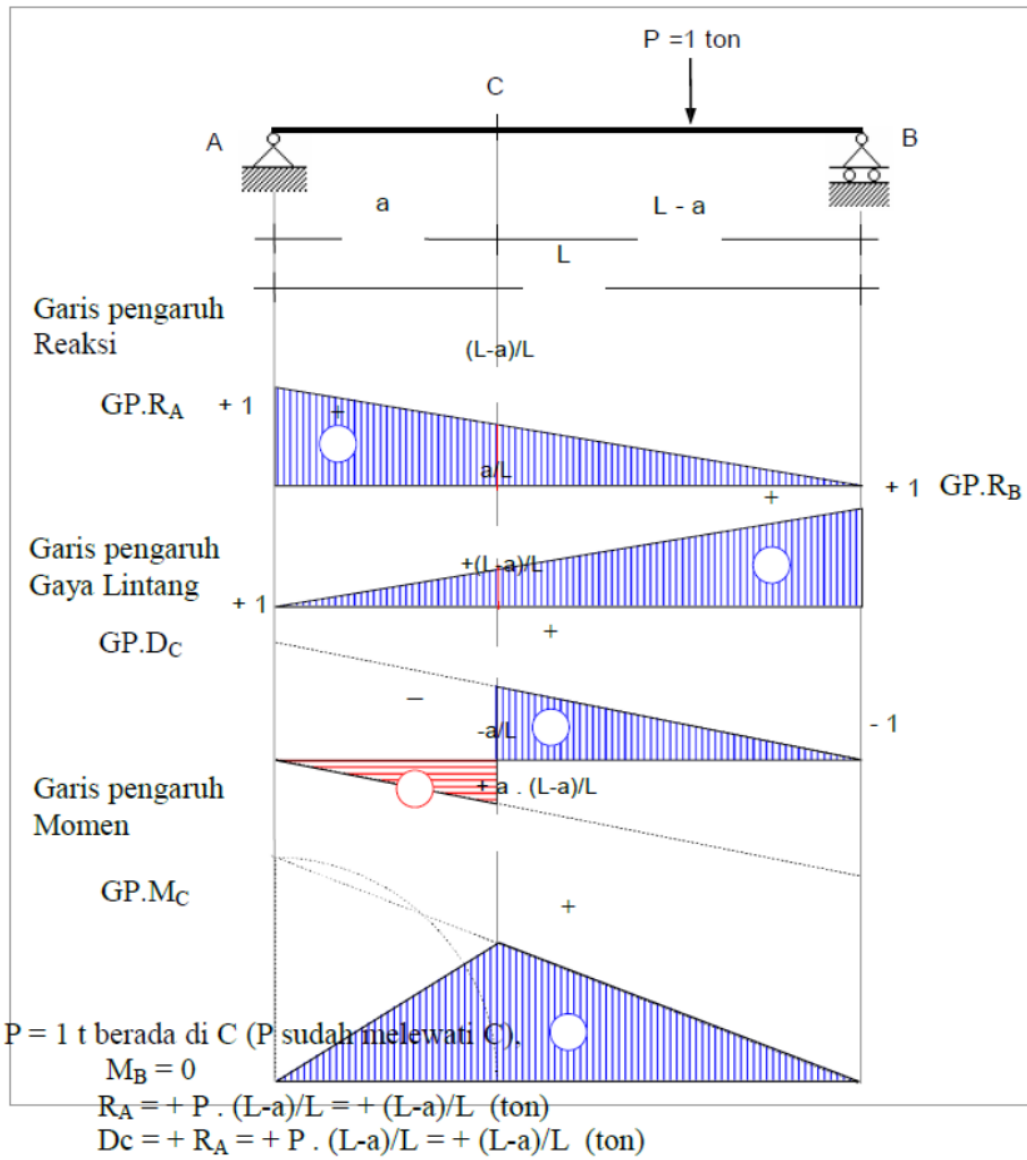
$P = 1$  t berada di C (P belum melewati C),

$$M_B = 0$$

$$R_A = + P \cdot (L-a)/L = + (L-a)/L \text{ (ton)}$$

$$D_c = R_A - P = P \cdot (L-a)/L - P = P \cdot (L-a)/L - P \cdot L/L = - P \cdot a/L$$

$$D_c = - a/L \text{ (ton)}$$



d. Garis pengaruh Momen pada titik C.

$P = 1 \text{ t}$  berada di C,

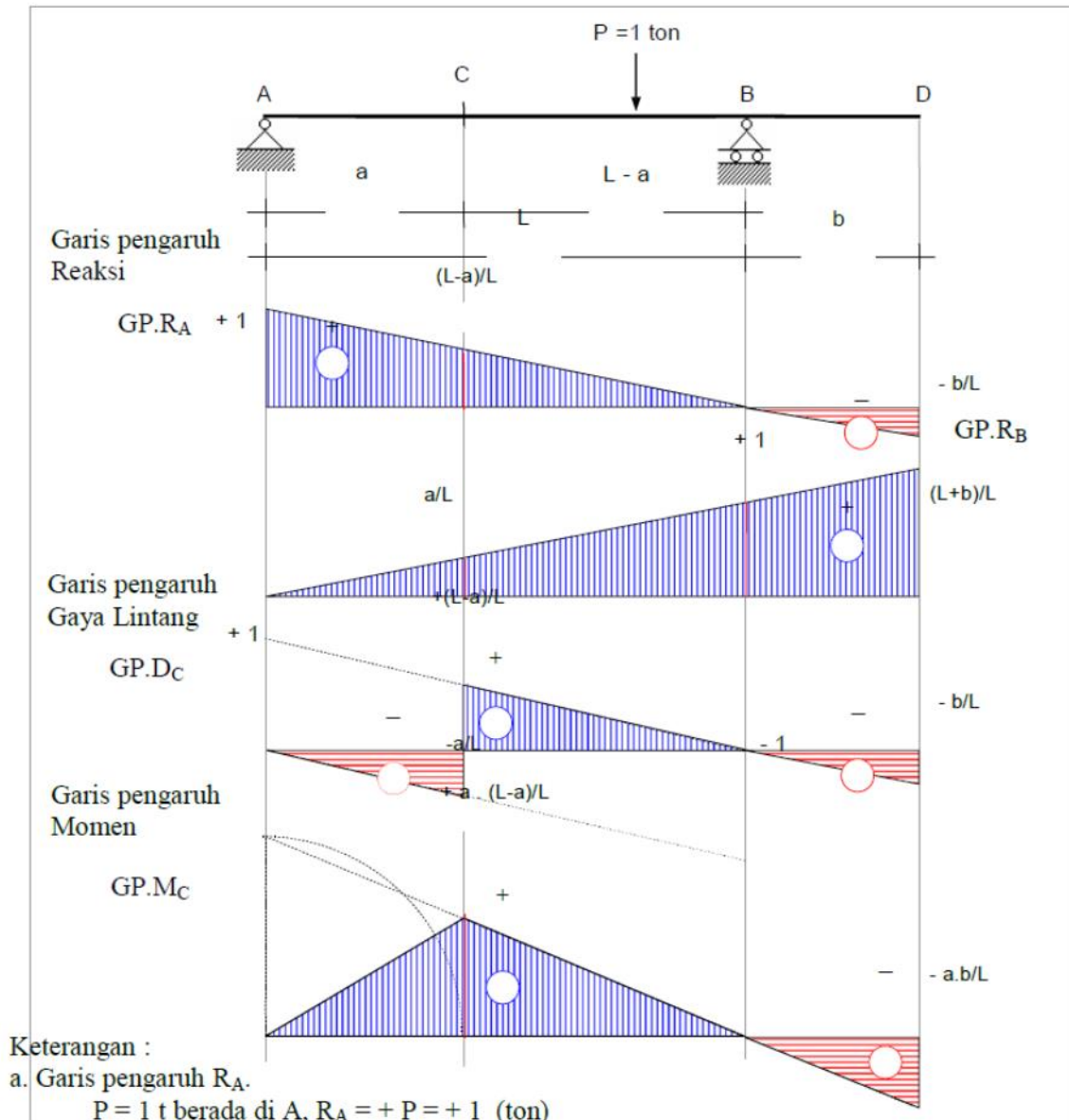
$$M_B = 0$$

$$R_a = + P \cdot (L-a)/L = + (L-a)/L \text{ (ton)}$$

$$M_c = R_A \cdot a = P \cdot (L-a)/L \cdot a = a \cdot (L-a)/L \text{ (t.m.)}$$



2). BALOK MENGANJUR (OVERHANG).



$$R_A = - P \cdot b/L = - b/L \text{ (ton)}$$

b. Garis pengaruh  $R_B$

$$P = 1 \text{ t berada di A, } R_B = 0 \text{ (ton)}$$

$$P = 1 \text{ t berada di C,}$$

$$M_A = 0$$

$$R_B = + P \cdot a/L = + a/L \text{ (ton)}$$

$$P = 1 \text{ t berada di B, } R_B = + P = + 1 \text{ (ton)}$$

$$P = 1 \text{ t berada di D,}$$

$$M_A = 0$$

$$- R_B \cdot L + P \cdot (L + b) = 0$$

$$R_B = + P \cdot (L + b)/L = + (L + b)/L \text{ (ton)}$$

c. Garis pengaruh Gaya lintang pada titik C.

$$P = 1 \text{ t berada di A,}$$

$$R_A = + P = + 1 \text{ t,}$$

$$D_c = R_A - P = 0$$

$$P = 1 \text{ t berada di C (P belum melewati C),}$$

$$M_B = 0$$

$$R_A = + P \cdot (L-a)/L = + (L-a)/L \text{ (ton)}$$

$$D_c = R_A - P = P \cdot (L-a)/L - P = P \cdot (L-a)/L - P \cdot L/L = - P \cdot a/L$$

$$D_c = - a/L \text{ (ton)}$$

$$P = 1 \text{ t berada di C (P sudah melewati C),}$$

$$M_B = 0$$

$$R_A = + P \cdot (L-a)/L = + (L-a)/L \text{ (ton)}$$

$$D_c = + R_A = + P \cdot (L-a)/L = + (L-a)/L \text{ (ton)}$$

$$P = 1 \text{ t berada di D,}$$

$$M_B = 0$$

$$R_A \cdot L + P \cdot b = 0$$

$$R_A = - P \cdot b/L = - b/L \text{ (ton)}$$

$$D_c = - b/L \text{ (ton)}$$

d. Garis pengaruh Momen pada titik C.

$$P = 1 \text{ t berada di C,}$$

$$M_B = 0$$

$$R_A = + P \cdot (L-a)/L = + (L-a)/L \text{ (ton)}$$

$$M_c = R_A \cdot a = P \cdot (L-a)/L \cdot a = a \cdot (L-a)/L \text{ (t.m.)}$$

$$P = 1 \text{ t berada di D,}$$

$$M_B = 0$$

$$R_A \cdot L + P \cdot b = 0$$

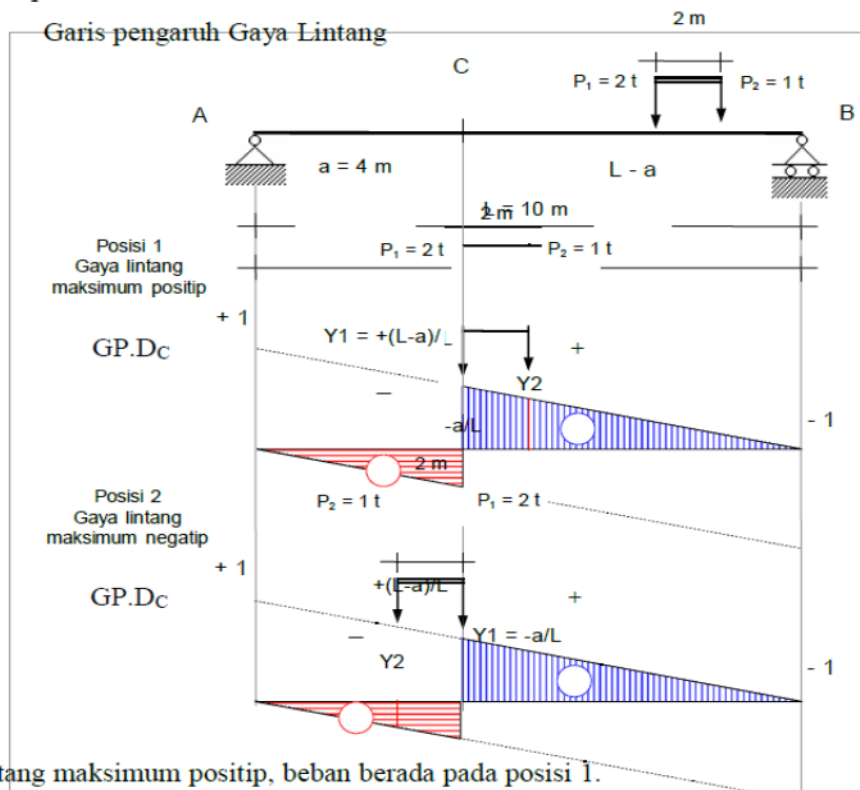
$$R_A = - P \cdot b/L = - P \cdot b/L \text{ (ton)}$$

$$M_c = R_A \cdot a = - P \cdot b/L \cdot a = - a \cdot b/L \text{ (t.m.)}$$

### 3). RANGKAIAN MUATAN.

Besar gaya lintang maksimum positif/negatif dan momen maksimum untuk muatan bergerak terpusat (P) dan terbagi rata (q) pada titik C.

A. Muatan terpusat.



a. Gaya lintang maksimum positif, beban berada pada posisi 1.

Lihat gambar G.P.Dc posisi 1. Karena  $P_1 > P_2$ , maka  $P_1$  ditempatkan pada ordinat terbesar.

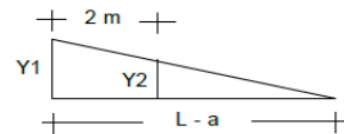
- Ordinat-ordinat,

$$Y1 = + (L - a) / L = (10 - 4) / 10 = + 0,6$$

$$Y2 = + Y1 \cdot \{(L - a) - 2\} / (L - a)$$

$$= + 0,6 \cdot \{(10 - 4) - 2\} / (10 - 4)$$

$$= + 0,4$$



- Gaya lintang maksimum positif,

$$D_{C \text{ maks } +} = + P_1 \cdot Y1 + P_2 \cdot Y2$$

$$= + 2 (t) \cdot 0,6 + 1 (t) \cdot 0,4$$

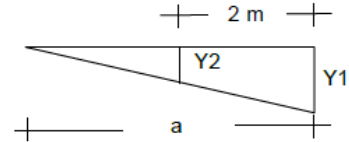
$$= + 1,6 \text{ ton.}$$

b. Gaya lintang maksimum negatif, beban berada pada posisi 2.

Lihat gambar G.P.Dc posisi 2.

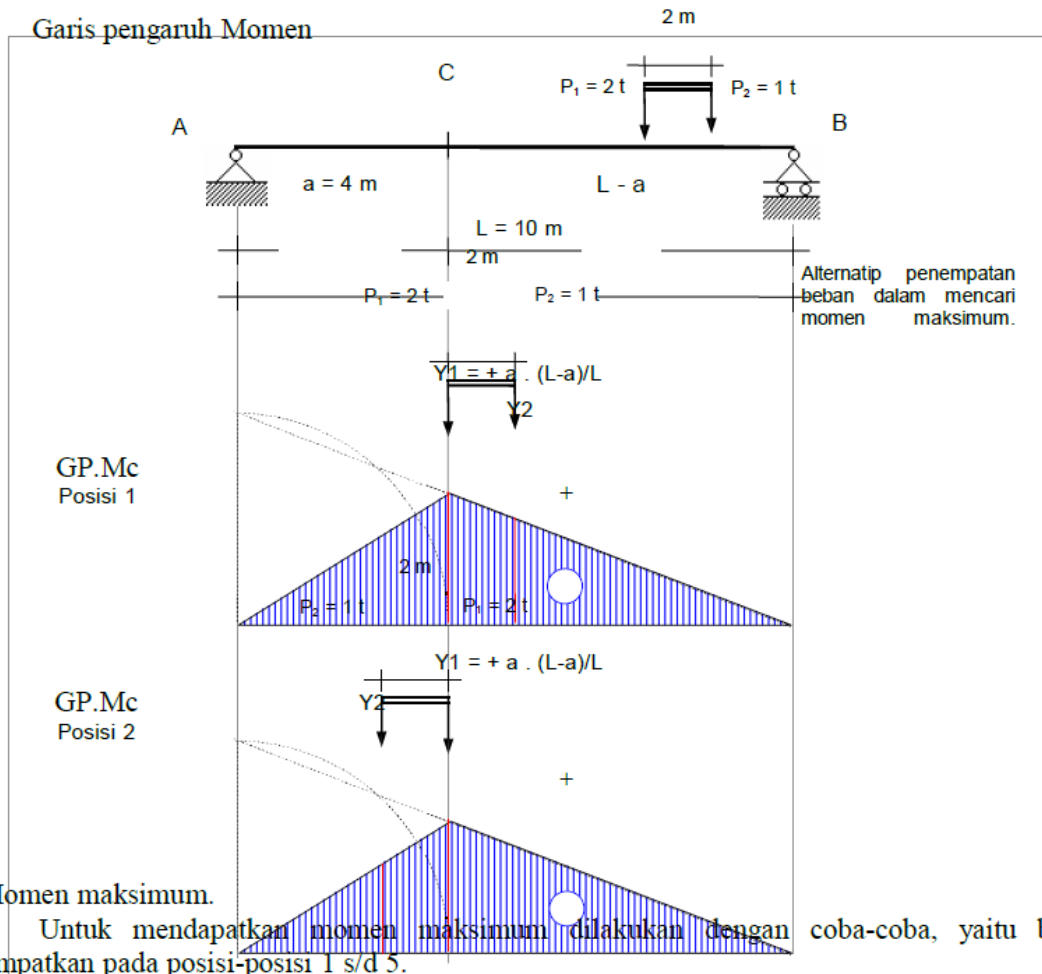
- Ordinat-ordinat,

$$\begin{aligned}
 Y1 &= -a/L = -4/10 = -0,4 \\
 Y2 &= -Y1 \cdot (a-2)/a \\
 &= -0,4 \cdot (4-2)/4 \\
 &= -0,2
 \end{aligned}$$



- Gaya lintang maksimum negatif,

$$\begin{aligned}
 D_{C \text{ maks}} &= -P_1 \cdot Y1 - P_2 \cdot Y2 \\
 &= -2(t) \cdot 0,4 - 1(t) \cdot 0,2 \\
 &= -1,0 \text{ ton.}
 \end{aligned}$$



- Pada posisi 1.

Lihat gambar G.P.Mc posisi 1, karena  $P_1 > P_2$ , maka  $P_1$  ditempatkan pada ordinat terbesar, ordinat-ordinat tersebut,

$$Y1 = +a \cdot (L-a)/L = +4 \cdot (10-4)/10 = +6 \text{ m.}$$

$$Y2 = +Y1 \cdot \{(L-a)-2\}/(L-a) = +6 \cdot \{(10-4)-2\}/(10-4) = +4 \text{ m.}$$

Momen,

$$M_c = + P_1 \cdot Y_1 + P_2 \cdot Y_2 = + 2 \cdot 6 + 1 \cdot 4 = + 16 \text{ t.m.}$$

- Pada posisi 2.

Lihat gambar G.P.Mc posisi 2, karena  $P_1 > P_2$ , maka  $P_1$  ditempatkan pada ordinat terbesar ordinat-ordinat tersebut,

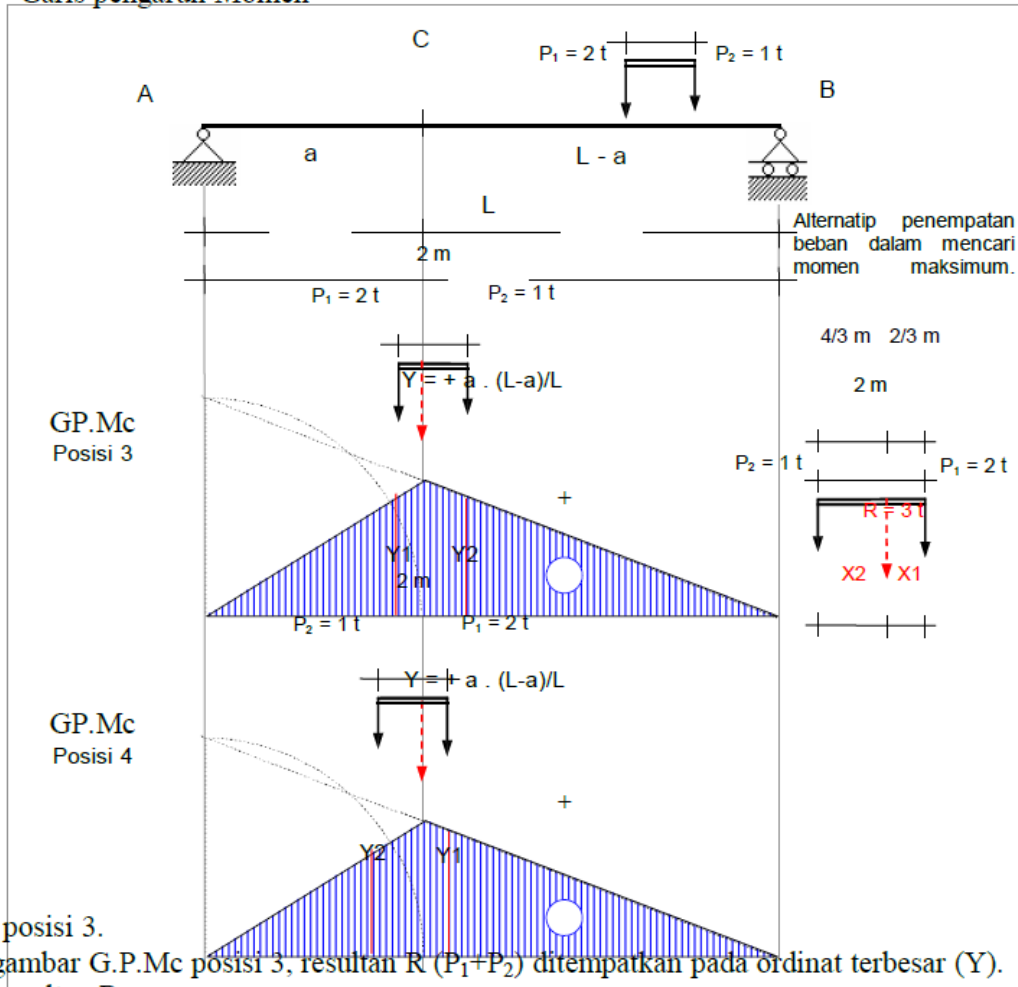
$$Y_1 = + a \cdot (L - a)/L = + 4 \cdot (10 - 4)/10 = + 6 \text{ m.}$$

$$Y_2 = + Y_1 \cdot (a - 2)/a = + 6 \cdot (4 - 2)/4 = + 3 \text{ m.}$$

Momen,

$$M_c = + P_1 \cdot Y_1 + P_2 \cdot Y_2 = + 2 \cdot 6 + 1 \cdot 3 = + 15 \text{ t.m.}$$

Garis pengaruh Momen



- Pada posisi 3.

Lihat gambar G.P.Mc posisi 3, resultan  $R$  ( $P_1 + P_2$ ) ditempatkan pada ordinat terbesar ( $Y$ ). Letak resultan  $R$ ,

$$X_2 \cdot (P_1 + P_2) = P_1 \cdot (2 \text{ m})$$

$$X_2 = 2/(2 + 1) \cdot (2 \text{ m}) = 4/3 \text{ m} = 1,33 \text{ m.}$$

$$X_1 \cdot (P_1 + P_2) = P_2 \cdot (2 \text{ m})$$

$$X_1 + X_2 = 2 \text{ m}$$

$$X1 = 1/(2 + 1) \cdot (2 \text{ m}) = 2/3 \text{ m} = 0,67 \text{ m}.$$

Ordinat-ordinat,

$$Y = + a \cdot (L - a)/L = + 4 \cdot (10 - 4)/10 = + 6 \text{ m}.$$

$$Y1 = + Y \cdot (a - 0,67)/a = + 6 \cdot (4 - 0,67)/4 = + 5 \text{ m}.$$

$$Y2 = + Y \cdot \{(L - a) - 1,33\}/(L - a) = + 6 \cdot \{(10 - 4) - 1,33\}/(10 - 4) = + 4,67 \text{ m}$$

Momen,

$$M_c = + P_1 \cdot Y1 + P_2 \cdot Y2 = + 2 \cdot 5 + 1 \cdot 4,67 = + 14,67 \text{ t.m}.$$

- Pada posisi 4.

Lihat gambar G.P.Mc posisi 4, resultan R ( $P_1+P_2$ ) ditempatkan pada ordinat terbesar (Y) tetapi posisi terbalik dari posisi 3.

Ordinat-ordinat,

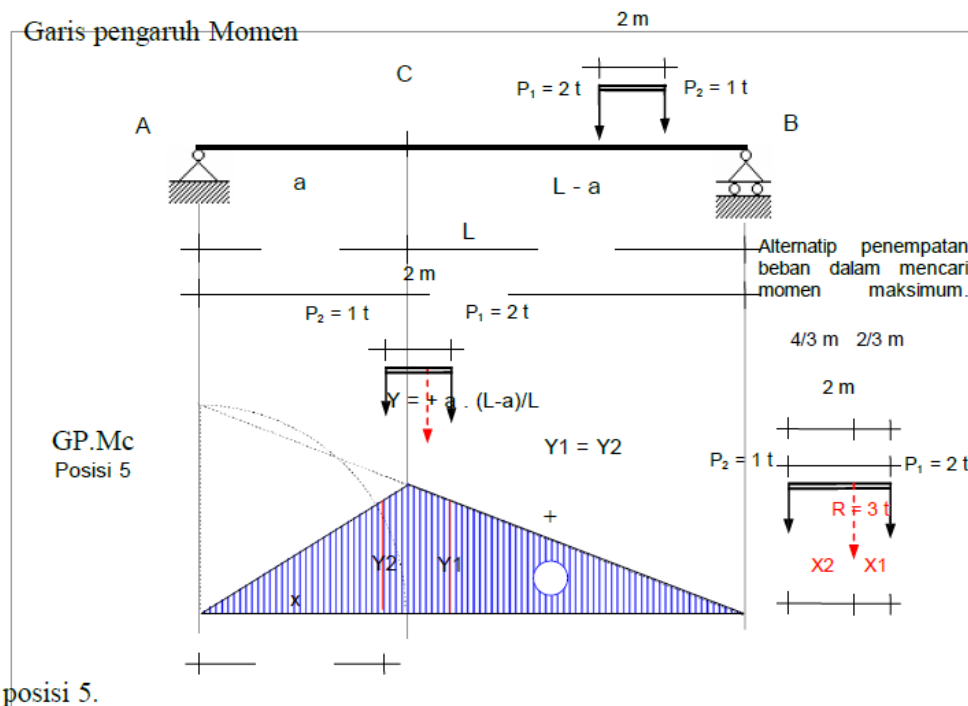
$$Y = + a \cdot (L - a)/L = + 4 \cdot (10 - 4)/10 = + 6 \text{ m}.$$

$$Y1 = + Y \cdot \{(L - a) - 0,67\}/(L - a) = + 6 \cdot \{(10 - 4) - 0,67\}/(10 - 4) = + 5,33 \text{ m}.$$

$$Y2 = + Y \cdot (a - 1,33)/a = + 6 \cdot (4 - 1,33)/4 = + 4 \text{ m}.$$

Momen,

$$M_c = + P_1 \cdot Y1 + P_2 \cdot Y2 = + 2 \cdot 5,33 + 1 \cdot 4 = + 14,67 \text{ t.m}.$$



- Pada posisi 5.

Lihat gambar G.P.Mc posisi 5,  $P_1$  dan  $P_2$  ditempatkan pada posisi dimana ordinat  $Y1$  dan  $Y2$  besarnya sama.

Ordinat-ordinat,

$$Y = + a \cdot (L - a)/L = + 4 \cdot (10 - 4)/10 = + 6 \text{ m}.$$

$$Y1 = + Y \cdot \{L - (x + 2)\}/(L - a) \dots\dots\dots(2)$$

$$Y2 = + Y \cdot x/(a) \dots\dots\dots(1)$$

Dari (1) dan (2),

$$Y_1 = Y_2$$

$$\cancel{Y} \cdot \{L - (x + 2)\} / (L - a) = \cancel{Y} \cdot x / (a)$$

$$\{L - (x + 2)\} \cdot (a) = x \cdot (L - a)$$

$$a \cdot L - \cancel{x} \cdot \cancel{a} - 2 \cdot a = x \cdot L - \cancel{x} \cdot \cancel{a}$$

$$x \cdot L = a \cdot L - 2 \cdot a$$

$$x = a \cdot (L - 2) / L = 4 \cdot (10 - 2) / 10$$

$$x = 3,2 \text{ m (dari kiri).}$$

Maka,

$$Y_1 = + Y \cdot \{L - (x + 2)\} / (L - a) = + 6 \cdot \{10 - (3,2 + 2)\} / (10 - 4) = + 4,8 \text{ m}$$

$$Y_2 = + Y \cdot x / (a) = 6 \cdot 3,2 / 4 = 4,8 \text{ m}$$

$$Y_1 = Y_2 \text{ (memenuhi).}$$

Momen,

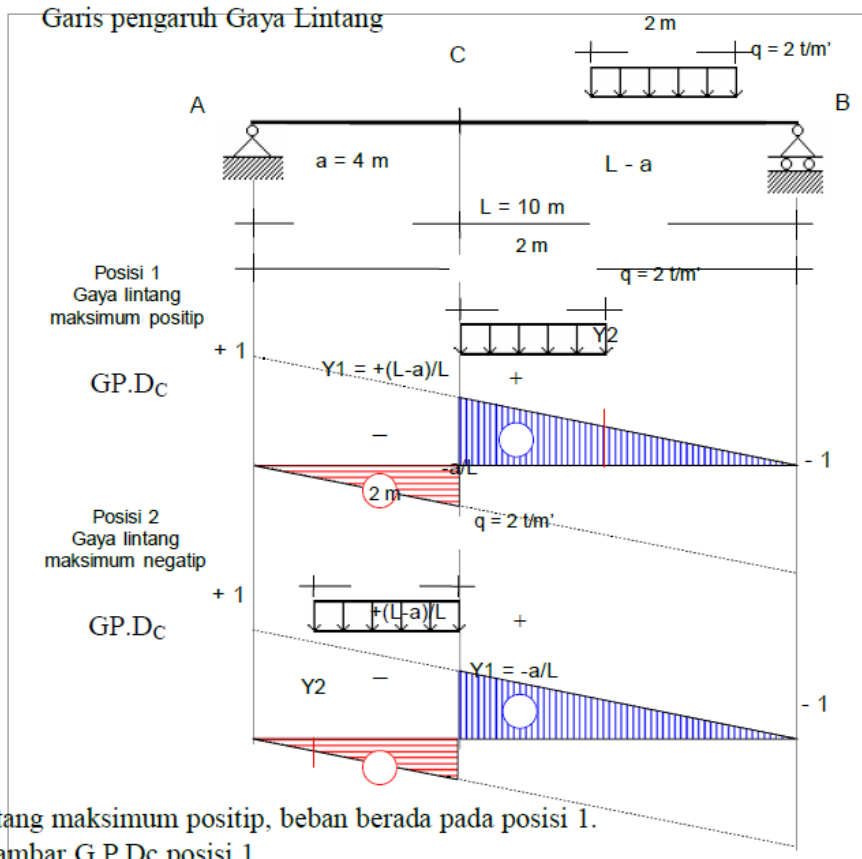
$$M_c = + P_1 \cdot Y_1 + P_2 \cdot Y_2 = + 2 \cdot 4,8 + 1 \cdot 4,8 = + 14,4 \text{ t.m.}$$

Perhatikan tabel berikut ini yang menggambarkan besar momen berdasarkan letak beban bergerak,

Posisi	Momen (t.m')
<b>1</b>	<b>16,00</b>
2	15,00
3	14,67
4	14,67
5	14,40

Momen maksimum terjadi pada pembebanan posisi 1.

B. Muatan terbagi rata.



a. Gaya lintang maksimum positif, beban berada pada posisi 1.

Lihat gambar G.P.Dc posisi 1.

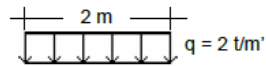
- Ordinat-ordinat,

$$Y1 = + (L - a) / L = (10 - 4) / 10 = + 0,6$$

$$Y2 = + Y1 \cdot \{(L - a) - 2\} / (L - a)$$

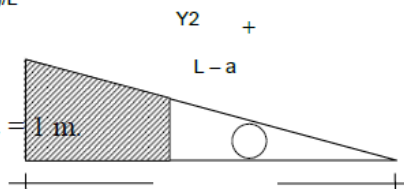
$$= + 0,6 \cdot \{(10 - 4) - 2\} / (10 - 4) \quad Y1 = (L - a) / L$$

$$= + 0,4$$



- Luas bidang antara Y1 dan Y2,

$$F = (2 \text{ m}) \cdot (Y1 + Y2) / 2 = (2 \text{ m}) \cdot (0,6 + 0,4) / 2 = 1 \text{ m}$$



- Gaya lintang maksimum positif,

$$D_{C \text{ maks}} = + q \cdot F$$

$$= + (2 \text{ t/m}') \cdot (1 \text{ m})$$

$$= + 2 \text{ ton}$$



b. Gaya lintang maksimum negatif, beban berada pada posisi 2.

Lihat gambar G.P.Dc posisi 2.

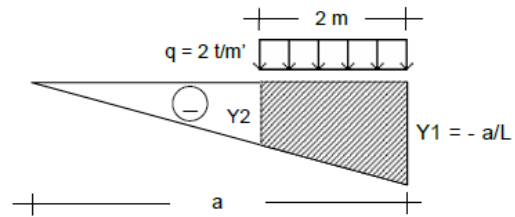
- Ordinat-ordinat,

$$Y1 = -a/L = -4/10 = -0,4$$

$$Y2 = -Y1 \cdot (a-2)/a$$

$$= -0,4 \cdot (4-2)/4$$

$$= -0,2$$



- Luas bidang yang diarsir,

$$F = - (2 \text{ m}) \cdot (Y1 + Y2)/2 = - (2 \text{ m}) \cdot (0,4 + 0,2)/2 = 0,6 \text{ m.}$$

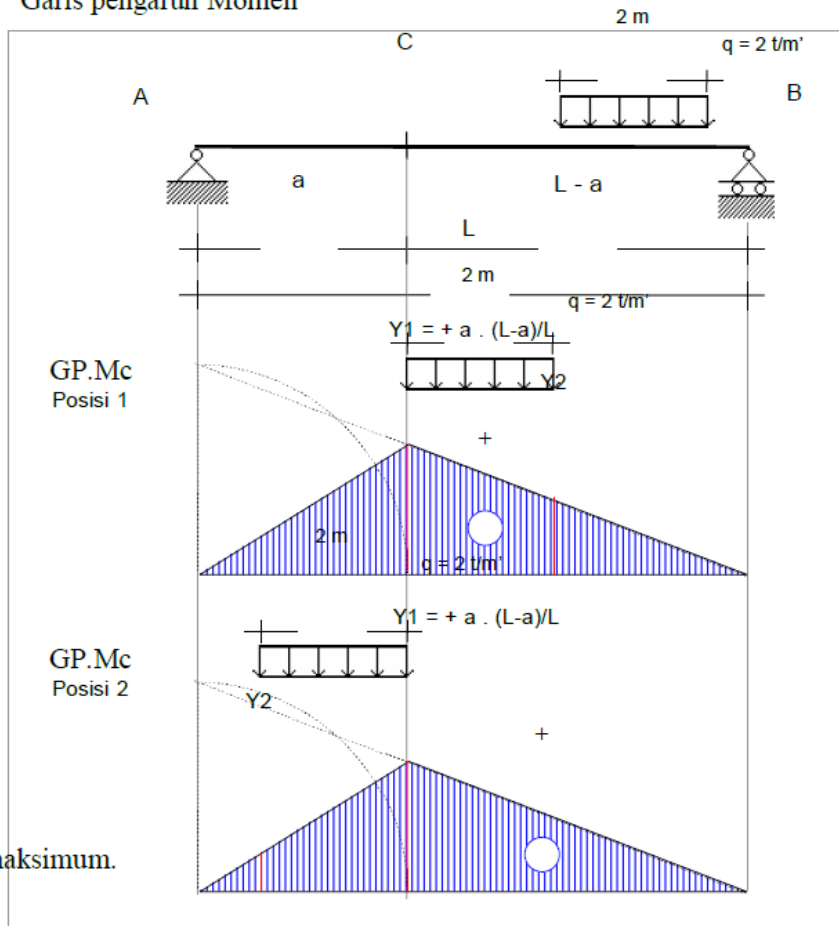
- Gaya lintang maksimum negatif,

$$D_{C \text{ maks}} = -q \cdot F$$

$$= - (2 \text{ t/m}') \cdot (0,6 \text{ m})$$

$$= -1,2 \text{ ton.}$$

### Garis pengaruh Momen

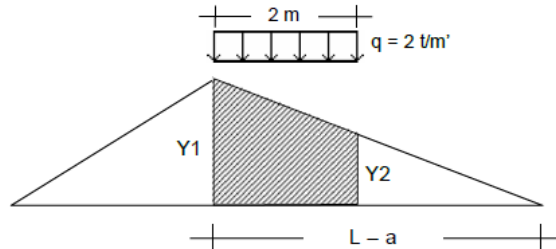


c. Momen maksimum.

Untuk mendapatkan momen maksimum dilakukan dengan coba-coba, yaitu beban ditempatkan pada posisi-posisi 1 s/d 3.

- Pada posisi 1.

Lihat gambar G.P.Mc posisi 1, beban ditempatkan sebelah kanan potongan C, ordinat-ordinat tersebut,



$$Y1 = + a \cdot (L - a)/L = + 4 \cdot (10 - 4)/10 = + 6 \text{ m.}$$

$$Y2 = + Y1 \cdot \{(L - a) - 2\}/(L - a) = + 6 \cdot \{(10 - 4) - 2\}/(10 - 4) = + 4 \text{ m.}$$

Luas bidang yang diarsir,

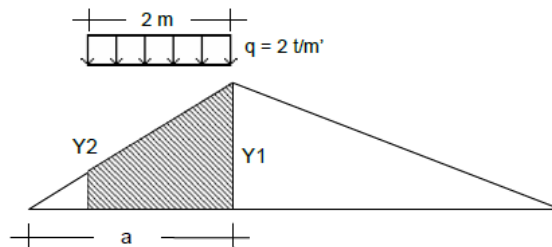
$$F = + (2 \text{ m}) \cdot (Y1 + Y2)/2 = + (2 \text{ m}) \cdot \{6 \text{ m} + 4 \text{ m}\}/2 = 10 \text{ m}^2.$$

Momen,

$$\begin{aligned} Mc &= + q \cdot F \\ &= + (2 \text{ t/m}') \cdot (10 \text{ m}^2) \\ &= + 20 \text{ t.m}'. \end{aligned}$$

- Pada posisi 2.

Lihat gambar G.P.Mc posisi 2, beban ditempatkan disebelah kiri pada potongan C, ordinat-ordinat tersebut,



$$Y1 = + a \cdot (L - a)/L = + 4 \cdot (10 - 4)/10 = + 6 \text{ m.}$$

$$Y2 = + Y1 \cdot (a - 2)/a = + 6 \cdot (4 - 2)/4 = + 3 \text{ m.}$$

Luas bidang yang diarsir,

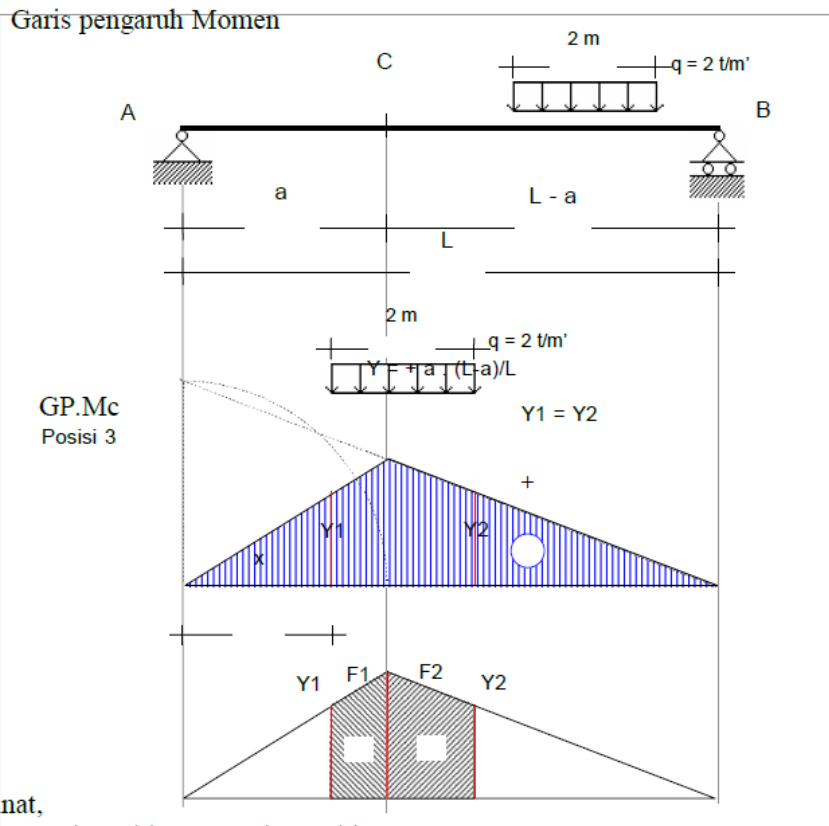
$$F = + (2 \text{ m}) \cdot (Y1 + Y2)/2 = + (2 \text{ m}) \cdot \{6 \text{ m} + 3 \text{ m}\}/2 = 9 \text{ m}^2.$$

Momen,

$$\begin{aligned} Mc &= + q \cdot F \\ &= + (2 \text{ t/m}') \cdot (9 \text{ m}^2) \\ &= + 18 \text{ t.m}'. \end{aligned}$$

- Pada posisi 3.

Lihat gambar G.P.Mc posisi 3, beban ditempatkan pada posisi dimana ordinat Y1 dan Y2 besarnya sama.



Ordinat-ordinat,

$$Y = + a \cdot (L - a)/L = + 4 \cdot (10 - 4)/10 = + 6 \text{ m.}$$

$$Y1 = + Y \cdot x/a \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$Y2 = + Y \cdot \{L - (x + 2)\}/(L - a) \quad \dots\dots\dots(2)$$

Dari (1) dan (2),

$$Y1 = Y2$$

$$Y \cdot x/a = Y \cdot \{L - (x + 2)\}/(L - a)$$

$$x \cdot (L - a) = \{L - (x + 2)\} \cdot a$$

$$x \cdot L - x \cdot a = a \cdot L - x \cdot a - 2 \cdot a$$

$$x \cdot L = a \cdot L - 2 \cdot a$$

$$x = a \cdot (L - 2)/L = 4 \cdot (10 - 2)/10$$

$$x = 3,2 \text{ m (dari kiri).}$$

Maka,

$$Y1 = + Y \cdot x/a = 6 \cdot 3,2/4 = 4,8 \text{ m.}$$

$$Y2 = + Y \cdot \{L - (x + 2)\}/(L - a) = + 6 \cdot \{10 - (3,2 + 2)\}/(10 - 4)$$

$$= + 4,8 \text{ m (} Y_1 = Y_2 \text{ memenuhi).}$$

Luas bidang yang diarsir,

$$\begin{aligned} F &= F_1 + F_2 \\ &= + (a - x) \cdot (Y_1 + Y)/2 + \{2 \text{ m} - (a - x)\} \cdot (Y_2 + Y)/2 \\ &= + (4\text{m} - 3,2\text{m}) \cdot \{6\text{m} + 4,8\text{m}\}/2 + \{2\text{m} - (4\text{m} - 3,2\text{m})\} \cdot \{6\text{m} + 4,8\text{m}\}/2 \\ &= 4,32 + 6,48 \\ F &= 10,8 \text{ m}^2. \end{aligned}$$

Momen,

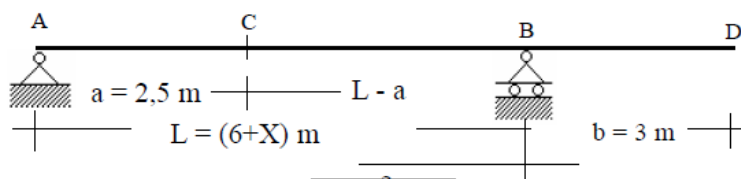
$$\begin{aligned} M_c &= + q \cdot F \\ &= + (2 \text{ t/m}') \cdot (10,8 \text{ m}^2) \\ &= + 21,6 \text{ t.m}'. \end{aligned}$$

Perhatikan tabel berikut ini yang menggambarkan besar momen berdasarkan letak beban bergerak,

Posisi	Momen (t.m')
1	20,00
2	18,00
3	21,60

Momen maksimum terjadi pada pembebanan posisi 3.

SILAHKAN COBA



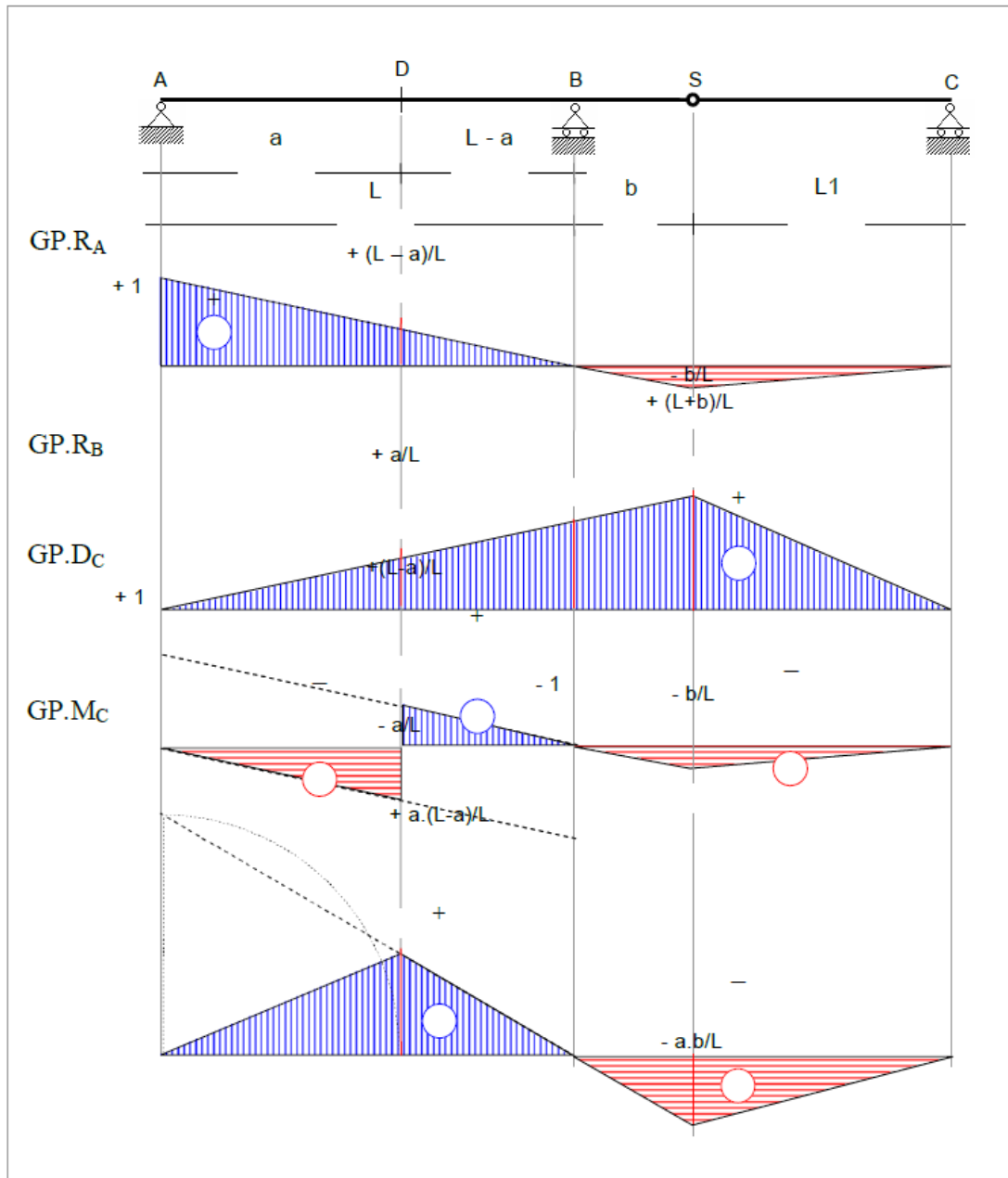
Muatan bergerak,

$$P_1 = (3+X) \text{ t} \quad P_2 = (1+X) \text{ t}$$

Diminta : Hitunglah gaya lintang maksimum positif dan negatif dan momen maksimum positif dan negatif pada tampang C.

Dimana, X = angka terakhir no.stb, misal 99101023, maka X = 3(meter/ton).

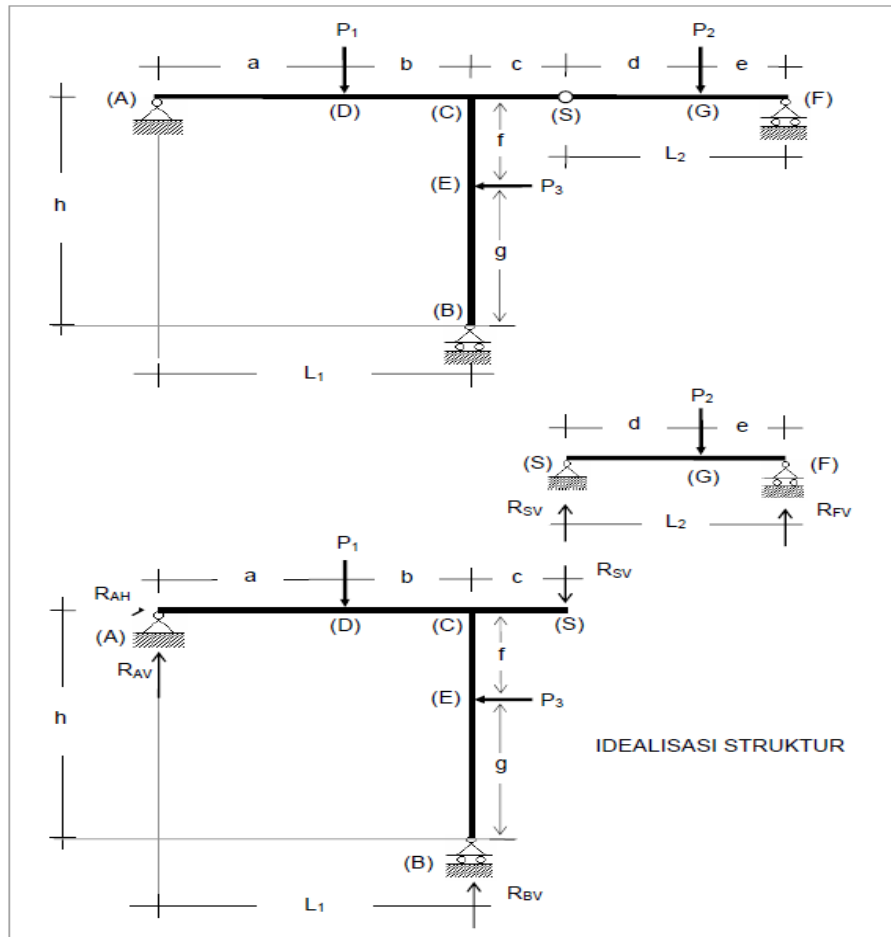
4). BALOK BERSENDI GERBER.



# MODUL10

## BANGUNAN PORTAL DENGAN RASUK GERBER

### 1. PORTAL KAKI TUNGGAL DENGAN RASUK GERBER MEMIKUL BEBAN TERPUSAT.



Gambar 1 : Portal kaki tunggal dengan rasuk gerber, memikul beban terpusat.

Penyelesaian :

**Span (S) – (F).**

a. Reaksi Perletakan.

$$\begin{aligned} \sum M_F &= 0, \\ R_{SV} \cdot L_2 - P_2 \cdot e &= 0 \\ R_{SV} &= P_2 \cdot e / L_2 \text{ (ton)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_S &= 0, \\ -R_{FV} \cdot L_2 + P_2 \cdot d &= 0 \\ R_{FV} &= P_2 \cdot d/L_2 \text{ (ton)}.\end{aligned}$$

Kontrol :

$$\begin{aligned}\Sigma V &= 0, \\ R_{SV} + R_{FV} - P_2 &= 0\end{aligned}$$

b. Gaya lintang.

$$\begin{aligned}D_{S-G} &= + R_{SF} \\ D_{G-F} &= + R_{SV} - P_2 \text{ (ton)}. \\ D_{G-F} &= - R_{FV} \text{ (ton)}.\end{aligned}$$

c. M o m e n .

$$\begin{aligned}M_S &= 0 \\ M_G &= + P_2 \cdot d \cdot e/L_2 \\ M_F &= 0\end{aligned}$$

d. Gaya Normal.

$$N_{S-F} = 0 \text{ (ton)}.$$

**Span (A) – (B) – (S).**

a. Reaksi Perletakan.

$$\begin{aligned}\Sigma H &= 0, \\ R_{AH} - P_3 &= 0 \\ R_{AH} &= P_3 \text{ (ton) (ke kanan)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_B &= 0, \\ R_{AV} \cdot L_1 + R_{AH} \cdot h - P_1 \cdot b + R_{SV} \cdot c - P_3 \cdot g &= 0 \\ R_{AV} &= + P_1 \cdot b/L_1 + P_3 \cdot g/L_1 - R_{AH} \cdot h/L_1 - R_{SV} \cdot c/L_1 \text{ (ton)}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_A &= 0, \\ -R_{BV} \cdot L_1 + P_1 \cdot a + R_{SV} \cdot (c + L_1) + P_3 \cdot f &= 0 \\ R_{BV} &= + P_1 \cdot a/L_1 + P_3 \cdot f/L_1 + R_{SV} \cdot (c + L_1)/L_1 \text{ (ton)}.\end{aligned}$$

Kontrol :

$$\begin{aligned}\Sigma V &= 0 \\ R_{AV} + R_{BV} &= P_1 + R_{SV}\end{aligned}$$

b. Gaya Lintang.

$$\begin{aligned}D_{A-D} &= + R_{AH} \text{ (ton)}. \\ D_{D-C} &= + R_{AV} - P_1 \text{ (ton)}. \\ D_{C-S} &= + R_{AV} - P_1 + R_{BV} = + R_{SV} \text{ (ton)}. \\ D_{C-E} &= + R_{AH} \text{ (ton)}. \\ D_{E-B} &= + R_{AH} - P_3 = 0 \text{ (ton)}.\end{aligned}$$

c. M o m e n .

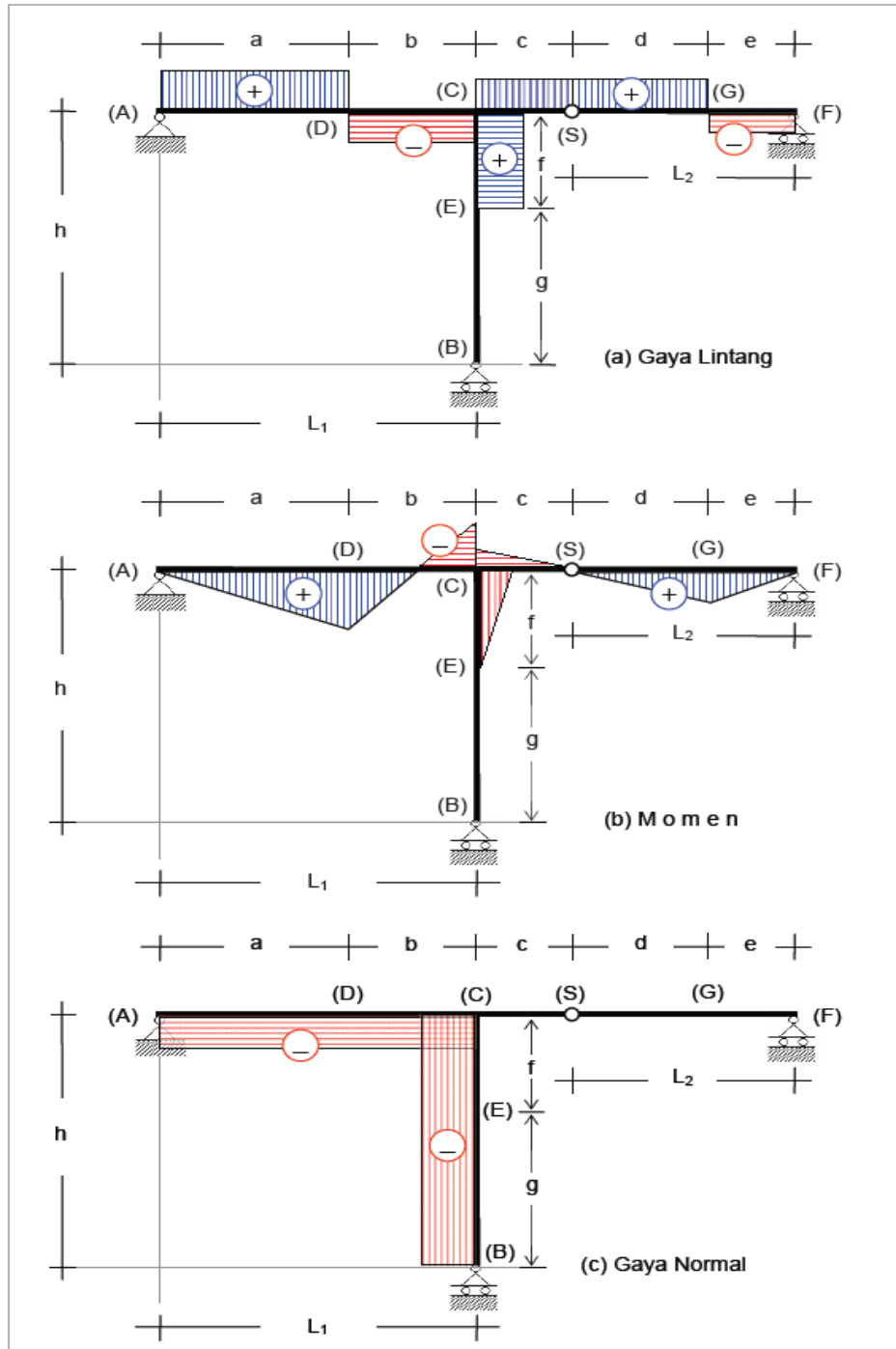
$$\begin{aligned}M_A &= 0 \\ M_D &= + R_{AV} \cdot a \text{ (t.m')}. \\ M_{CD} &= R_{AV} \cdot a - P_1 \cdot b \text{ (t.m')}. \\ M_{CS} &= - R_{SV} \cdot c \text{ (t.m')}. \\ M_{CE} &= - P_3 \cdot f \text{ (t.m')}\end{aligned}$$

$$M_B = 0$$

d. Gaya Normal.

$$N_{A-C} = -R_{AH} \text{ ton (tekan).}$$

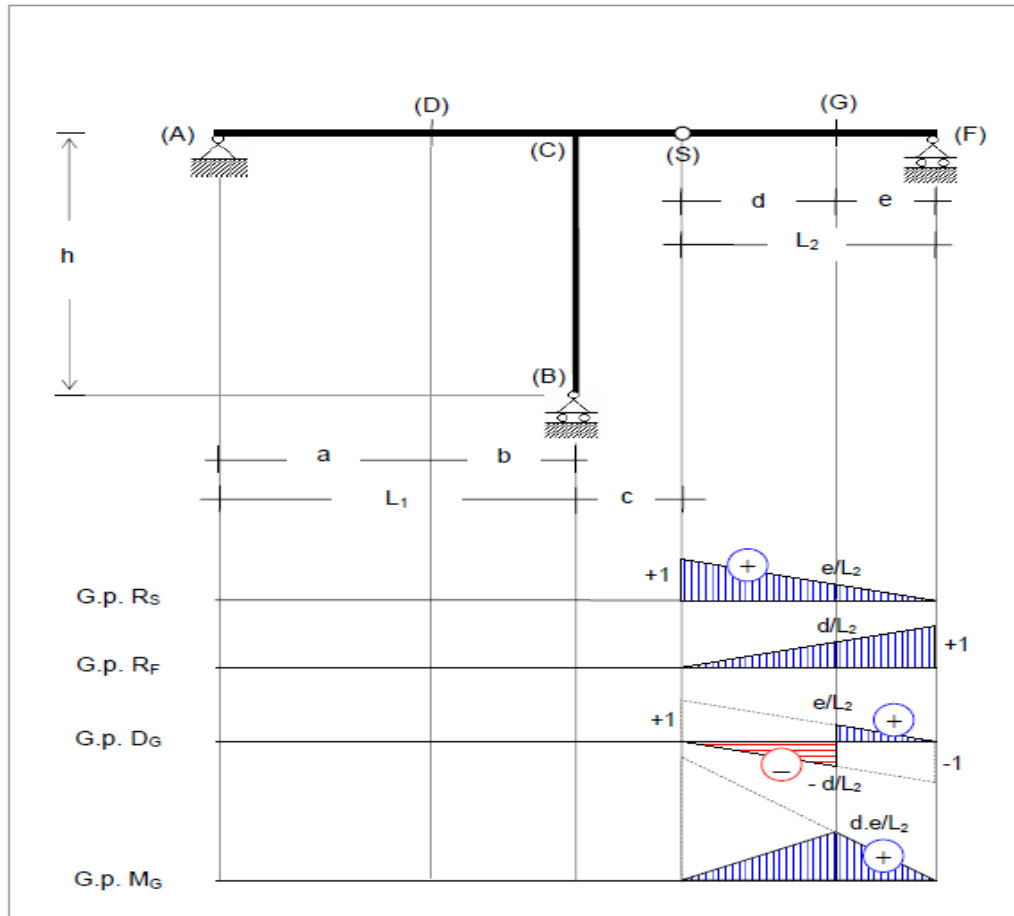
$$N_{C-B} = -R_{BV} \text{ ton (tekan).}$$



Gambar 2 : Bidang-bidang gaya lintang, momen dan gaya normal.



**2. PORTAL KAKI TUNGGAL DENGAN RASUK GERBER**  
**GARIS PENGARUH (*Influence Line*).**



Gambar 3 : Garis pengaruh span (S)-(F), section (G).

Diminta : Gambarkanlah garis pengaruh gaya lintang, momen dan gaya normal untuk potongan (D), (G) dan (F).

Penyelesaian :

**Span (S) - (F).**

a. Garis pengaruh  $R_S$ .

$$\begin{aligned}
 P &= 1 \text{ t berada di (S),} \\
 R_S &= + P = + 1 \text{ (ton)} \\
 P &= 1 \text{ t berada di (G),} \\
 \sum M_F &= 0 \\
 R_S &= + P \cdot e/L_2 = + 1 \cdot e/L_2 \text{ (ton)} \\
 P &= 1 \text{ t berada di (F),} \\
 R_S &= 0 \text{ (ton)}
 \end{aligned}$$

b. Garis pengaruh  $R_F$

$$\begin{aligned}
 P &= 1 \text{ t berada di (S),} \\
 R_F &= 0 \text{ (ton)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P &= 1 \text{ t berada di (G),} \\
\sum M_S &= 0 \\
R_F &= + P \cdot d/L_2 = + 1 \cdot d/L_2 \text{ (ton)} \\
P &= 1 \text{ t berada di (F),} \\
R_S &= + P = + 1 \text{ (ton)}
\end{aligned}$$

c. Garis pengaruh Gaya lintang pada titik (G).

$$\begin{aligned}
P &= 1 \text{ t berada di (S),} \\
R_S &= + P = + 1 \text{ t,} \\
D_G &= R_S - P = 0 \\
P &= 1 \text{ t berada di (G), P belum melewati (G),} \\
\sum M_F &= 0 \\
R_S &= + P \cdot e/L_2 \text{ (ton)} \\
D_G &= R_S - P = P \cdot e/L_2 - P = P \cdot (L_2 - d)/L_2 - P \cdot L_2/L_2 = - P \cdot d/L_2 \\
D_G &= - d/L_2 \text{ (ton)} \\
P &= 1 \text{ t berada di (G), P sudah melewati (G),} \\
\sum M_F &= 0 \\
R_S &= + P \cdot e/L_2 \text{ (ton)} \\
D_c &= + R_S = + P \cdot e/L_2 \text{ (ton)} \\
P &= 1 \text{ t berada di (F),} \\
\sum M_B &= 0 \\
R_S &= 0 \text{ (ton)} \\
D_G &= R_S = 0 \text{ (ton)}
\end{aligned}$$

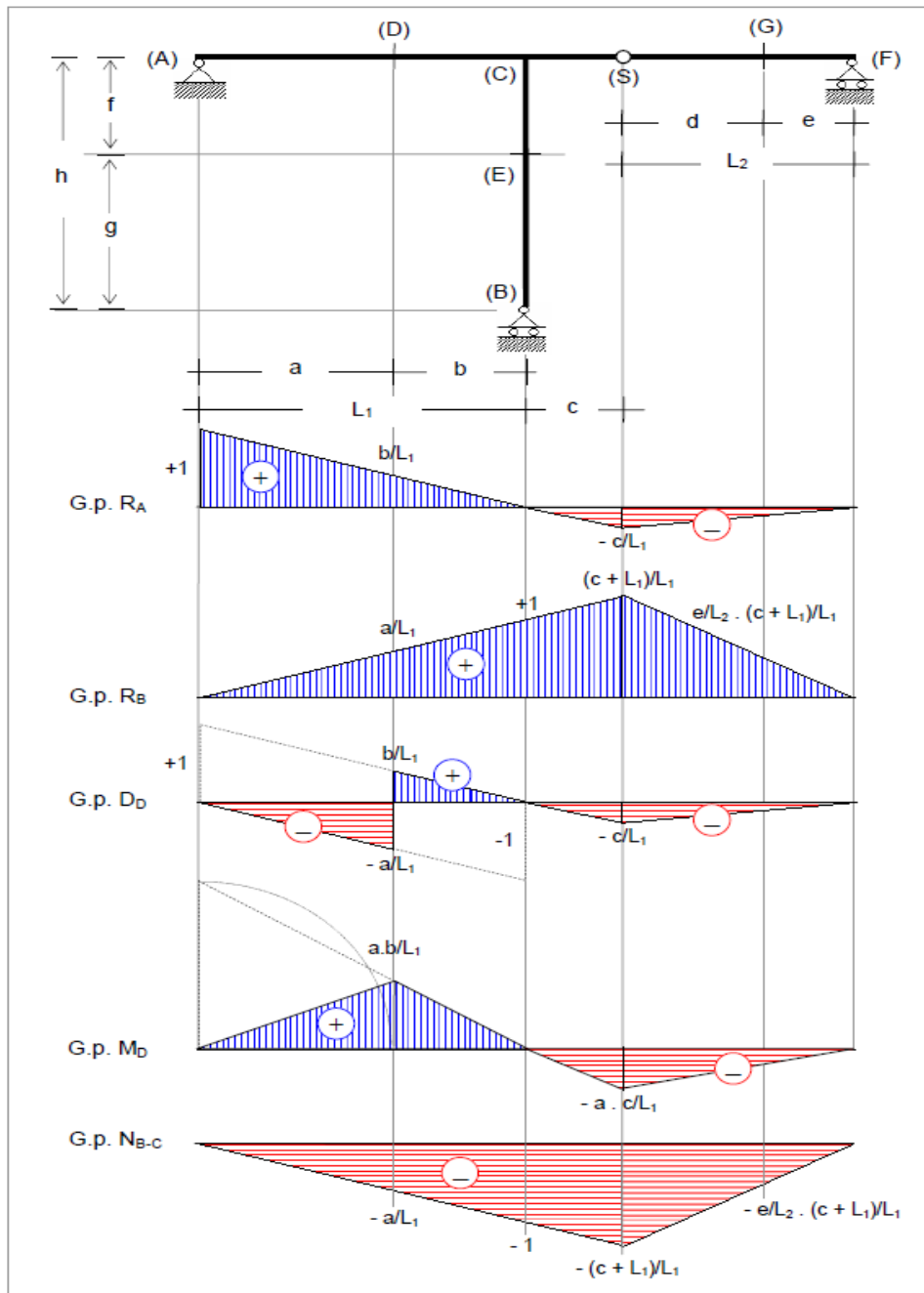
d. Garis pengaruh Momen pada titik (G).

$$\begin{aligned}
P &= 1 \text{ t berada di (S),} \\
R_S &= + P = + 1 \text{ (ton)} \\
M_G &= (R_S - P) \cdot d = 0 \text{ (t.m')} \\
P &= 1 \text{ t berada di (G),} \\
\sum M_F &= 0 \\
R_S &= + P \cdot e/L_2 = + 1 \cdot e/L_2 \text{ (t.m')} \\
M_G &= R_S \cdot d = d \cdot e/L_2 \text{ (t.m')} \\
P &= 1 \text{ t berada di (F),} \\
R_S &= 0 \text{ (ton)} \\
M_G &= 0 \text{ (t.m')}
\end{aligned}$$

### Span (A) - (B)

a. Garis pengaruh  $R_A$ .

$$\begin{aligned}
P &= 1 \text{ t berada di (A),} \\
R_A &= + P = + 1 \text{ (ton)} \\
P &= 1 \text{ t berada di (C),} \\
\sum M_B &= 0 \\
R_A &= 0 \text{ (ton)} \\
P &= 1 \text{ t berada di (S),} \\
\sum M_B &= 0, \\
R_A \cdot L_1 + P \cdot c &= 0 \\
R_A &= - P \cdot c/L_1 = - 1 \cdot c/L_1 \text{ (ton)} \\
P &= 1 \text{ t berada di (F),} \\
R_A &= 0 \text{ (ton).}
\end{aligned}$$



Gambar 4 : Garis pengaruh span (A)-(B), section (D), gaya normal kolom (B)-(C).

b. Garis pengaruh  $R_B$ .

$P = 1$  t berada di (A),

$$R_B = 0 \text{ (ton)}$$

$P = 1$  t berada di (C),

$$\sum M_B = 0$$

$$R_B = + P = +1 \text{ (ton)}.$$

$$\begin{aligned}
&P = 1 \text{ t berada di (S),} \\
&\quad \Sigma M_A = 0, \\
&\quad -R_B \cdot L_1 + P \cdot (c + L_1) = 0 \\
&\quad R_B = + P \cdot (c + L_1)/L_1 = + 1 \cdot (c + L_1)/L_1 \text{ (ton)} \\
&P = 1 \text{ t berada di (F),} \\
&\quad R_B = 0 \text{ (ton).}
\end{aligned}$$

c. Garis pengaruh Gaya lintang pada titik (D).

$$\begin{aligned}
&P = 1 \text{ t berada di (A),} \\
&\quad R_A = + P = + 1 \text{ t,} \\
&\quad D_D = R_A - P = 0 \\
&P = 1 \text{ t berada di (D), P belum melewati (D),} \\
&\quad \Sigma M_B = 0 \\
&\quad R_A = + P \cdot b/L_1 \text{ (ton)} \\
&\quad D_D = R_A - P = P \cdot b/L_1 - P = P \cdot (L_1 - a)/L_1 - P \cdot L_1/L_1 = - P \cdot a/L_1 \\
&\quad D_D = - a/L_1 \text{ (ton)} \\
&P = 1 \text{ t berada di (D), P sudah melewati (D),} \\
&\quad \Sigma M_B = 0 \\
&\quad R_A = + P \cdot b/L_1 \text{ (ton)} \\
&\quad D_D = + R_A = + P \cdot b/L_1 \text{ (ton)} \\
&P = 1 \text{ t berada di (C),} \\
&\quad \Sigma M_B = 0 \\
&\quad R_A = 0 \text{ (ton)} \\
&\quad D_D = R_A = 0 \text{ (ton)} \\
&P = 1 \text{ t berada di (S),} \\
&\quad \Sigma M_A = 0, \\
&\quad + R_A \cdot L_1 + P \cdot c = 0 \\
&\quad R_A = - P \cdot c/L_1 = - 1 \cdot c/L_1 \text{ (ton)} \\
&\quad D_D = R_A = - c/L_1 \\
&P = 1 \text{ t berada di (F),} \\
&\quad R_A = 0 \text{ (ton).} \\
&\quad D_D = 0 \text{ (ton).}
\end{aligned}$$

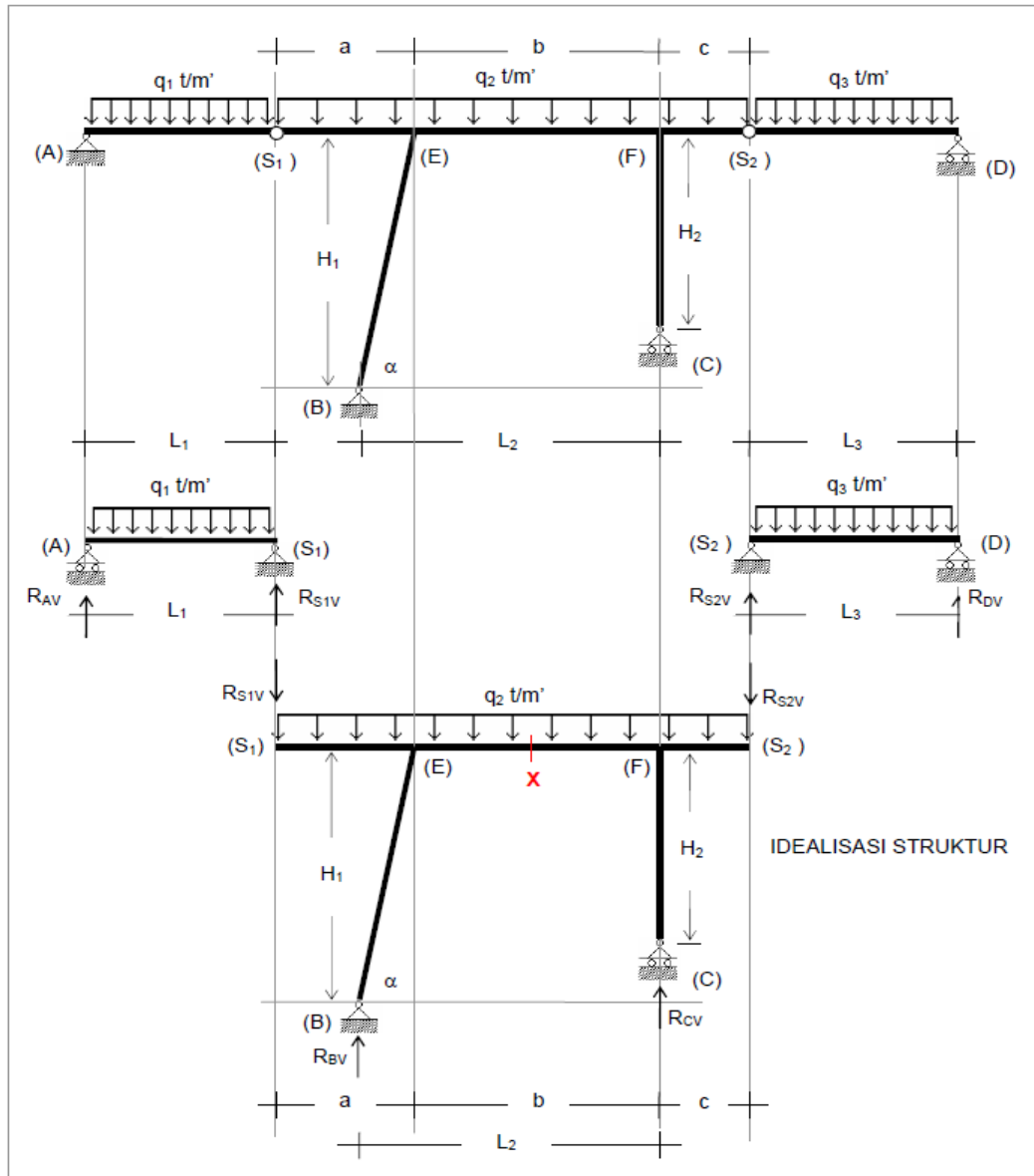
d. Garis pengaruh Momen pada titik (D).

$$\begin{aligned}
&P = 1 \text{ t berada di (A),} \\
&\quad R_A = + P = + 1 \text{ (ton)} \\
&\quad M_D = (R_A - P) \cdot a = 0 \text{ (t.m')} \\
&P = 1 \text{ t berada di (D),} \\
&\quad \Sigma M_B = 0 \\
&\quad R_A = + P \cdot b/L_1 = + 1 \cdot b/L_1 \text{ (t.m')} \\
&\quad M_D = R_A \cdot a = a \cdot b/L_1 \text{ (t.m')} \\
&P = 1 \text{ t berada di (C),} \\
&\quad R_A = 0 \text{ (ton)} \\
&\quad M_D = 0 \text{ (t.m')} \\
&P = 1 \text{ t berada di (S),} \\
&\quad \Sigma M_A = 0, \\
&\quad + R_A \cdot L_1 + P \cdot c = 0 \\
&\quad R_A = - P \cdot c/L_1 = - 1 \cdot c/L_1 \text{ (ton)} \\
&\quad M_D = R_A \cdot a = - a \cdot c/L_1 \text{ (t.m')} \\
&P = 1 \text{ t berada di (F),} \\
&\quad R_A = 0 \text{ (ton).} \\
&\quad M_D = 0 \text{ (t.m')}.
\end{aligned}$$

e. Garis pengaruh gaya normal kolom (B)-(C).

$$\begin{aligned}
&P = 1 \text{ t berada di (A),} \\
&\quad R_B = 0 \text{ (ton)} \\
&\quad N_{B-C} = - R_B = 0 \text{ (ton)} \\
&P = 1 \text{ t berada di (C),} \\
&\quad \Sigma M_B = 0 \\
&\quad R_B = + P = + 1 \text{ (ton)} \\
&\quad N_{B-C} = - R_B = - 1 \text{ (ton).} \\
&P = 1 \text{ t berada di (S),} \\
&\quad \Sigma M_A = 0, \\
&\quad - R_B \cdot L_1 + P \cdot (c + L_1) = 0 \\
&\quad R_B = + P \cdot (c + L_1)/L_1 \\
&\quad = + 1 \cdot (c + L_1)/L_1 \text{ (ton)} \\
&\quad N_{B-C} = - R_B \\
&\quad = - 1 \cdot (c + L_1)/L_1 \text{ (ton)} \\
&P = 1 \text{ t berada di (F),} \\
&\quad R_B = 0 \text{ (ton).} \\
&\quad N_{B-C} = - R_B = 0 \text{ (ton)}
\end{aligned}$$

3. PORTAL KAKI TIDAK SIMETRIS DENGAN DUA RASUK GERBER  
MEMIKUL BEBAN TERBAGI RATA.



Gambar 5 : Portal kaki tidak simetris dengan dua rasuk gerber.

Penyelesaian :

**Span (A) – (S<sub>1</sub>).**

a. Reaksi Perletakan.

$$\sum M_{S_1} = 0,$$

$$R_{AV} \cdot L_1 - \frac{1}{2} \cdot q_1 \cdot L_1^2 = 0$$

$$R_{AV} = \frac{1}{2} q_1 \cdot L_1 \text{ (ton).}$$

$$R_{S_1V} = R_{AV} = \frac{1}{2} q_1 \cdot L_1 \text{ (ton).}$$

Kontrol :

$$\Sigma V = 0,$$

$$R_{AV} + R_{S1V} = q_1 \cdot L_1$$

b. Gaya Lintang.

$$D_{AS1} = R_{AV} = \frac{1}{2} q_1 \cdot L_1 \text{ (ton)}$$

$$D_{S1A} = R_{AV} - q_1 \cdot L_1 = -R_{S1} = -\frac{1}{2} q_1 \cdot L_1 \text{ (ton)}.$$

c. Momen.

$$M_A = 0 \text{ (t.m')}.$$

$$M_{maks} = \frac{1}{8} q_1 \cdot L_1^2 \text{ (t.m')}.$$

$$M_{S1} = 0 \text{ (t.m')}.$$

### Span (S<sub>2</sub>) – (D).

a. Reaksi Perletakan.

$$\Sigma M_D = 0,$$

$$R_{S2V} \cdot L_3 - \frac{1}{2} \cdot q_3 \cdot L_3^2 = 0$$

$$R_{S2V} = \frac{1}{2} q_3 \cdot L_3 \text{ (ton)}.$$

$$R_{DV} = R_{S2V} = \frac{1}{2} q_3 \cdot L_3 \text{ (ton)}.$$

Kontrol :

$$\Sigma V = 0,$$

$$R_{S2V} + R_{DV} = q_3 \cdot L_3$$

b. Gaya Lintang.

$$D_{S2D} = R_{S2V} = \frac{1}{2} q_3 \cdot L_3 \text{ (ton)}$$

$$D_{DS2} = R_{S2V} - q_3 \cdot L_3 = -R_{DV} = -\frac{1}{2} q_3 \cdot L_3 \text{ (ton)}.$$

c. Momen.

$$M_{S2} = 0 \text{ (t.m')}.$$

$$M_{maks} = \frac{1}{8} q_3 \cdot L_3^2 \text{ (t.m')}.$$

$$M_D = 0 \text{ (t.m')}.$$

### Span (B) – (C).

a. Reaksi Perletakan.

$$\Sigma M_C = 0,$$

$$R_{BV} \cdot L_2 - R_{S1V} \cdot (a + b) - q_2 \cdot (a + b) \cdot \frac{1}{2} \cdot (a + b) + q_2 \cdot (c) \cdot \frac{1}{2} \cdot (c) + R_{S2V} \cdot (c) = 0$$

$$R_{BV} = + R_{S1V} \cdot (a + b) / L_2 + \frac{1}{2} q_2 \cdot (a + b)^2 / L_2 - \frac{1}{2} q_2 \cdot (c)^2 / L_2 - R_{S2V} \cdot (c) / L_2 = 0$$

$$\Sigma M_B = 0,$$

$$- R_{CV} \cdot L_2 - R_{S1V} \cdot (a - H_1 / \text{tg} \alpha) + q_2 \cdot (L_2 + c) \cdot \frac{1}{2} \cdot (L_2 + c) -$$

$$q_2 \cdot (a + b - L_2) \cdot \frac{1}{2} \cdot (a + b - L_2) + R_{S2V} \cdot (L_2 + c) = 0$$

$$R_{CV} = - R_{S1V} \cdot (a - H_1 / \text{tg} \alpha) / L_2 + \frac{1}{2} \cdot q_2 \cdot (L_2 + c)^2 / L_2 - \frac{1}{2} \cdot q_2 \cdot (a + b - L_2)^2 / L_2$$

$$+ R_{S2V} \cdot (L_2 + c) / L_2$$

Kontrol :

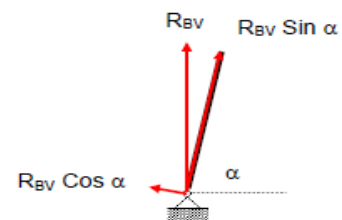
$$\Sigma V = 0,$$

$$R_{BV} + R_{CV} = R_{S1V} + q_2 \cdot (a + b + c) + R_{S2V}$$

b. Gaya Lintang.

$$D_{B-E} = + R_{BV} \text{ Cos } \alpha$$

$$D_{S1E} = - R_{S1V} \text{ (ton)}.$$



$$\begin{aligned}
D_{ES1} &= -R_{S1V} - q_2 \cdot a \text{ (ton)}. \\
D_{EF} &= -R_{S1V} - q_2 \cdot a + R_{BV} \text{ (ton)}. \\
D_{FE} &= -R_{S1V} - q_2 \cdot (a + b) + R_{BV} \text{ (ton)}. \\
D_{FS2} &= -R_{S1V} - q_2 \cdot (a + b) + R_{BV} + R_{CV} \text{ (ton)}. \\
D_{S2F} &= -R_{S1V} - q_2 \cdot (a + b + c) + R_{BV} + R_{CV} \text{ (ton)} = -R_{S2V} \text{ (ton)}.
\end{aligned}$$

c. Momen.

$$\begin{aligned}
M_B &= 0 \\
M_{EB} &= +R_{BV} \cdot a \text{ (t.m')}. \\
M_{ES1} &= -R_{S1V} \cdot a - \frac{1}{2} \cdot q_2 \cdot a^2 \text{ (t.m')}. \\
M_{EF} &= -R_{S1V} \cdot a - \frac{1}{2} \cdot q_2 \cdot a^2 + R_{BV} \cdot a \text{ (t.m')}.
\end{aligned}$$

Momen yang terjadi pada titik sejauh x dari (F),

$$M_x = -R_{S1V} \cdot (a + x) - \frac{1}{2} \cdot q_2 \cdot (a + x)^2 + R_{BV} \cdot (H_1/\tan\alpha + x)$$

Momen maksimum terjadi pada titik dimana gaya lintang  $D_x = 0$ , yaitu

$$M_x = -R_{S1V} \cdot a - R_{S1V} \cdot x - \frac{1}{2} \cdot q_2 \cdot (a^2 + 2ax + x^2) + R_{BV} \cdot (H_1/\tan\alpha + x)$$

$$d(M_x)/dx = -R_{S1V} - q_2 \cdot a - q_2 \cdot x + R_{BV} = 0$$

$$x = (-R_{S1V} - q_2 \cdot a + R_{BV})/q_2 \text{ (m), dari titik (E)}.$$

Titik dimana momen  $M_x = 0$ , adalah

$$M_x = -R_{S1V} \cdot (a + x) - \frac{1}{2} \cdot q_2 \cdot (a + x)^2 + R_{BV} \cdot (H_1/\tan\alpha + x) = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot q_2 \cdot (a + x)^2 + R_{S1V} \cdot (a + x) - R_{BV} \cdot (H_1/\tan\alpha + x) = 0$$

Selanjutnya persamaan diatas diselesaikan dengan rumus abc, sebagai berikut,

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$M_{FE} = -R_{S1V} \cdot a - \frac{1}{2} \cdot q_2 \cdot (a + b)^2 + R_{BV} \cdot a \text{ (t.m')}.$$

Atau,

$$M_{FS2} = -R_{S2V} \cdot c - \frac{1}{2} \cdot q_2 \cdot c^2 \text{ (t.m')}.$$

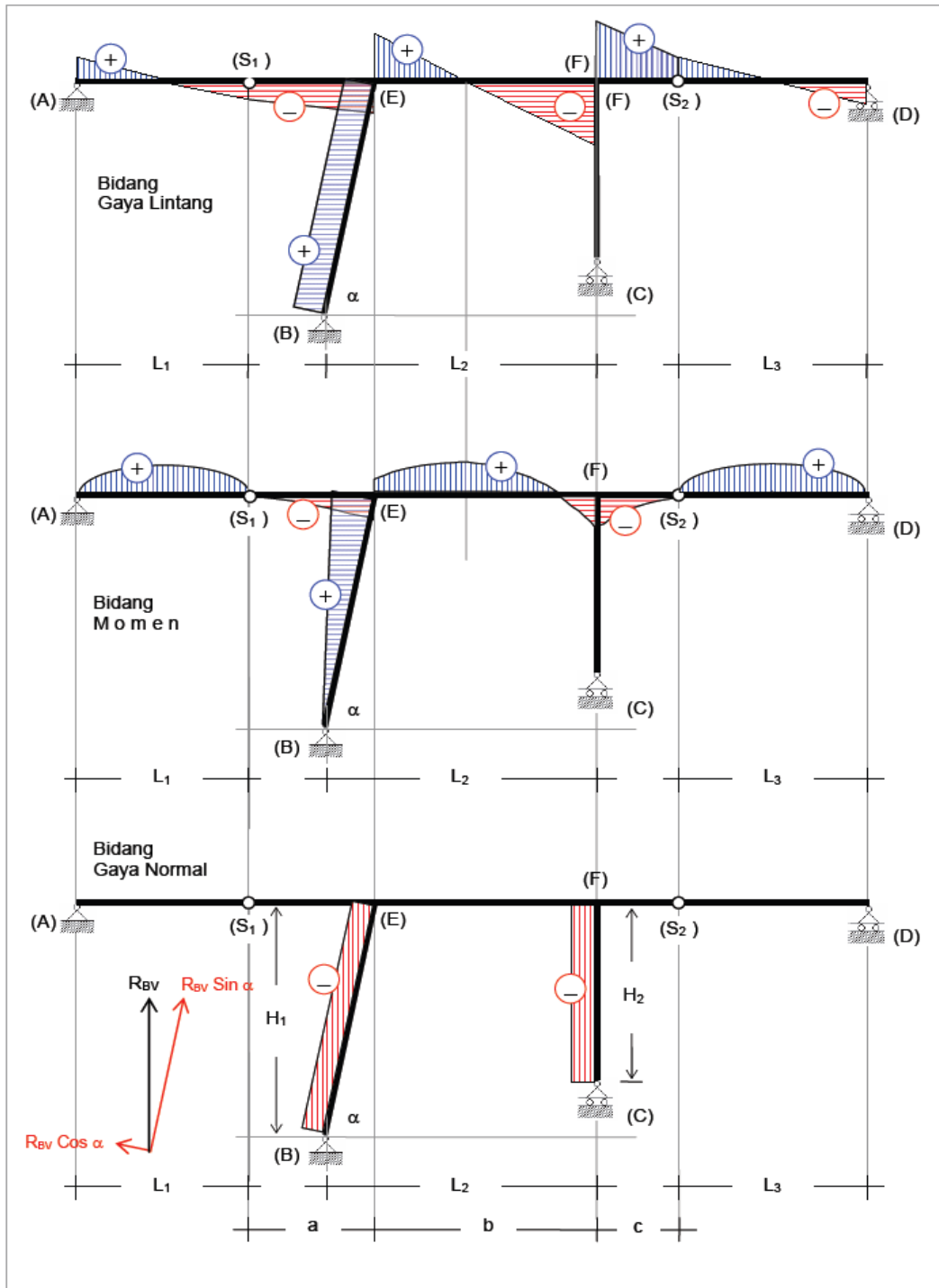
$$M_{FE} = M_{FS2} \text{ (t.m')}.$$

$$M_{FC} = 0 \text{ (t.m')}.$$

d. Gaya Normal.

$$N_{B,E} = -R_{BV} \sin \alpha \text{ (ton) (tekan)}.$$

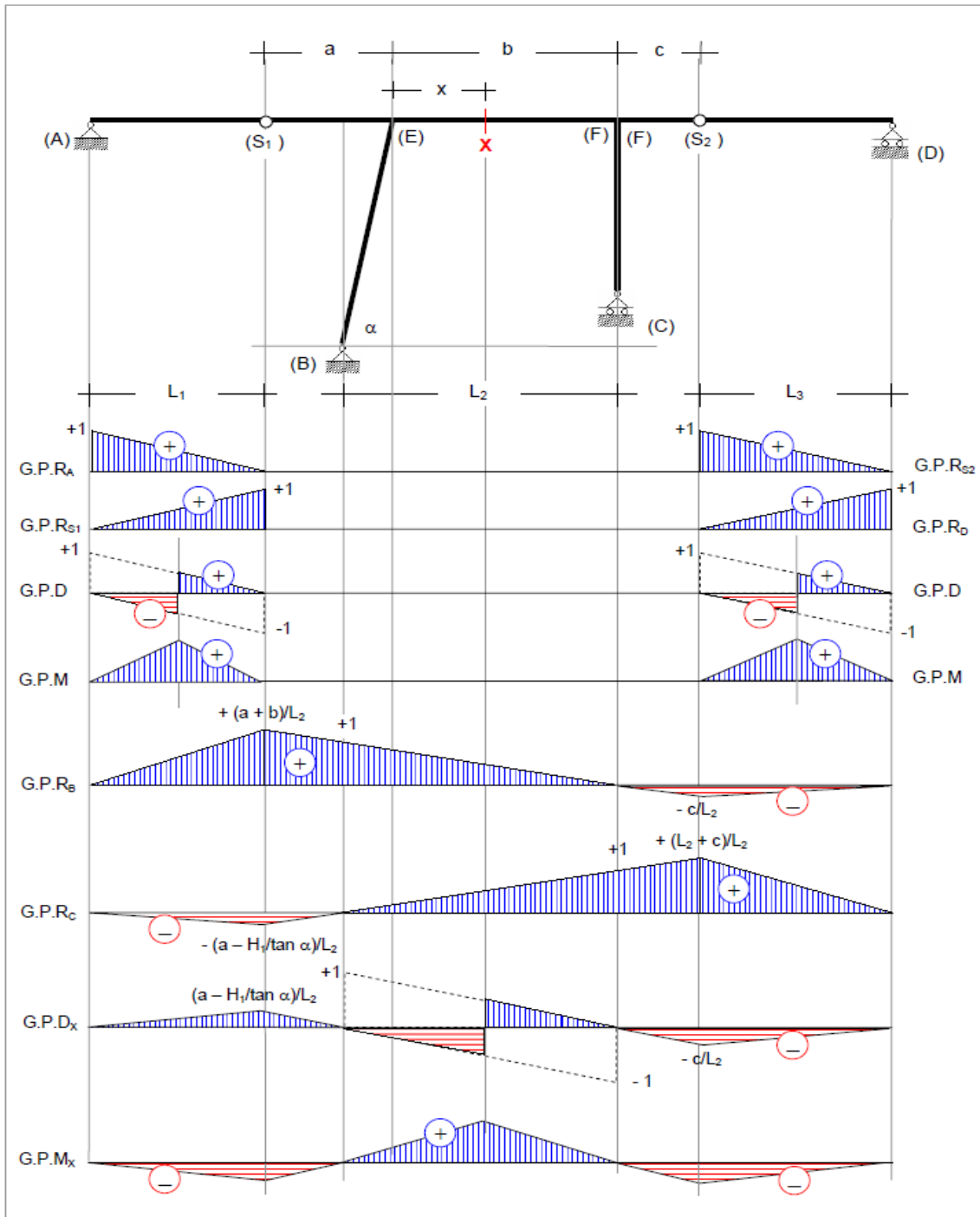
$$N_{C,F} = -R_{CV} \text{ (ton) (tekan)}.$$



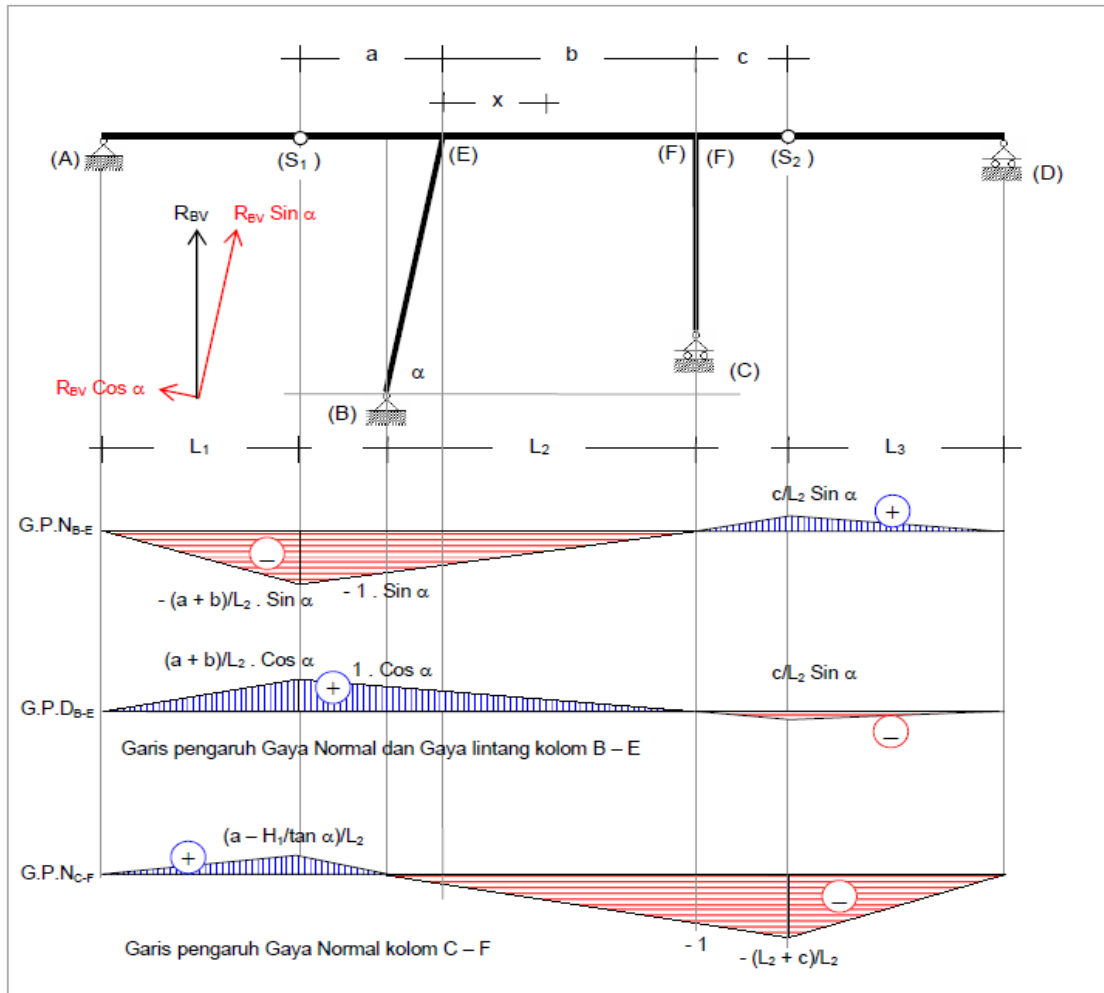
Gambar 6 : Bidang-bidang gaya lintang, momen dan gaya normal..



4. PORTAL KAKI TIDAK SIMETRIS DENGAN DUA RASUK GERBER  
GARIS PENGARUH.

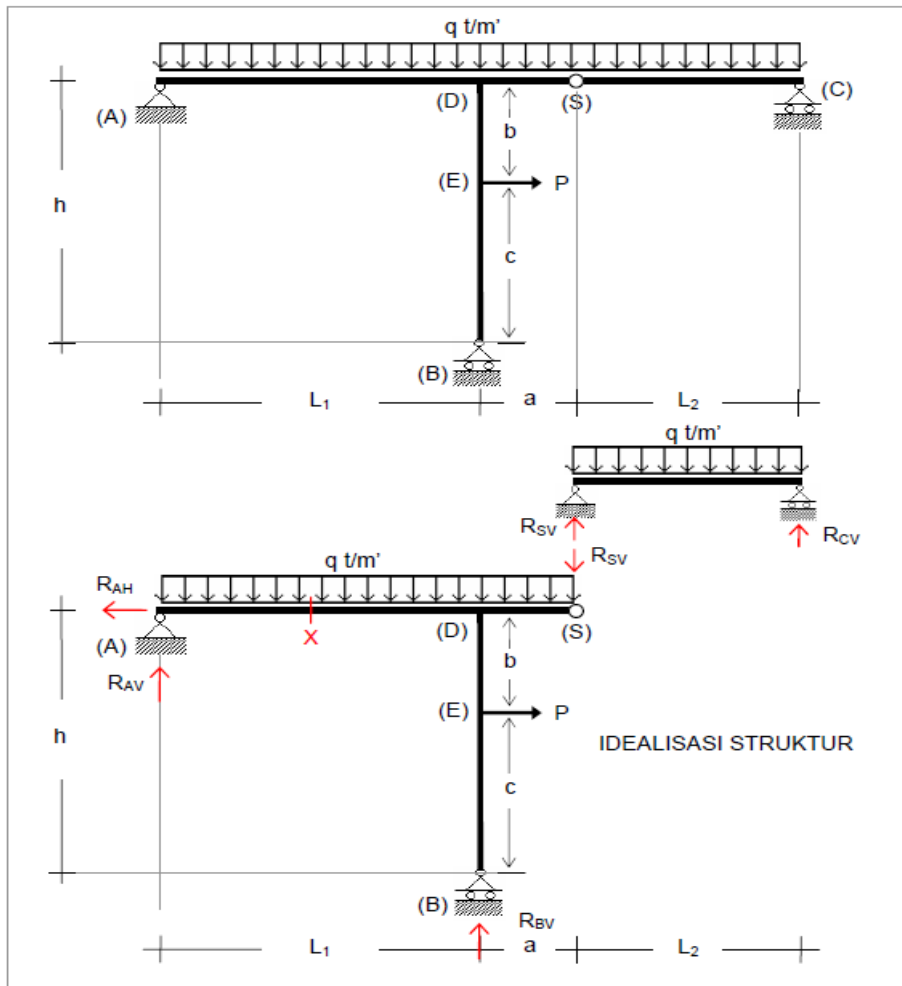


Gambar 7 : Garis pengaruh reaksi, gaya lintang dan momen balok A-S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>-D dan balok E-F .



Gambar 8 : Garis pengaruh gaya normal dan gaya lintang kolom B – E dan C – F.

## WORKSHOP/PELATIHAN



Diketahui : Struktur seperti tergambar.  
 Diminta : Gambarkan bidang-bidang gaya lintang, momen dan gaya normal pada seluruh bentang.

Penyelesaian :  
**DATA.**

No. Stb.	L <sub>1</sub> m	L <sub>2</sub> m	a m	h m	b m	c m	q t/m'	P ton
-1	4.00	2.50	1.00	4.00	1.60	2.40	1.00	2.00
0	4.40	2.70	1.10	4.10	1.64	2.46	1.25	2.15
1	4.80	2.90	1.20	4.20	1.68	2.52	1.50	2.30
2	5.20	3.10	1.30	4.30	1.72	2.58	1.75	2.45
3	5.60	3.30	1.40	4.40	1.76	2.64	2.00	2.60
4	6.00	3.50	1.50	4.50	1.80	2.70	2.25	2.75
5	6.40	3.70	1.60	4.60	1.84	2.76	2.50	2.90
6	6.80	3.90	1.70	4.70	1.88	2.82	2.75	3.05
7	7.20	4.10	1.80	4.80	1.92	2.88	3.00	3.20
8	7.60	4.30	1.90	4.90	1.96	2.94	3.25	3.35
9	8.00	4.50	2.00	5.00	2.00	3.00	3.50	3.50

Pada contoh ini,  $X = -1$

**SPAN (S) – (C)**

a). Reaksi perletakan.

$$R_{SV} = \frac{1}{2} q L_2 = \frac{1}{2} \cdot (1 \text{ t/m}') \cdot (2,50 \text{ m}) = 1,25 \text{ ton.}$$

$$R_{CV} = R_{SV} = \frac{1}{2} q L_2 = 1,25 \text{ ton.}$$

Kontrol :

$$R_{SV} + R_{CV} = q \cdot L_2$$

$$1,25 \text{ ton} + 1,25 \text{ ton} = (1 \text{ t/m}') \cdot (2,5 \text{ m}) \text{ (memenuhi).}$$

b). Gaya lintang.

$$D_{SC} = + R_{SV} = + 1,25 \text{ ton.}$$

$$D_{CS} = + R_{SV} - q \cdot L_2 = 1,25 \text{ ton} - (1 \text{ t/m}') \cdot (2,5 \text{ m}) = - 1,25 \text{ ton.}$$

c). Momen.

$$M_{maks} = \frac{1}{8} q \cdot L_2^2 = \frac{1}{8} \cdot (1 \text{ t/m}') \cdot (2,5 \text{ m})^2 = 0,78125 \text{ t.m}'.$$

**SPAN (A) – (B) – (S)**

a). Reaksi perletakan.

$$\Sigma H = 0,$$

$$R_{AH} + P = 0$$

$$R_{AH} = - P = - 2,000 \text{ ton (ke kiri).}$$

$$\Sigma M_B = 0,$$

$$R_{AV} \cdot L_1 - R_{AH} \cdot h - \frac{1}{2} \cdot q \cdot L_1^2 + \frac{1}{2} \cdot q \cdot a^2 + R_{SV} \cdot a + P \cdot c = 0$$

$$R_{AV} = R_{AH} \cdot h/L_1 + \frac{1}{2} \cdot q \cdot (L_1^2 - a^2)/L_1 - R_{SV} \cdot a/L_1 - P \cdot c/L_1$$

$$= (2,0 \text{ t}) \cdot (4,0 \text{ m}) / (4,0 \text{ m}) + \frac{1}{2} \cdot (1 \text{ t/m}') \cdot \{(4 \text{ m})^2 - (1 \text{ m})^2\} / (4 \text{ m}) - (1,25 \text{ t}) \cdot (1 \text{ m}) / (4 \text{ m}) - (2 \text{ t}) \cdot (2,40 \text{ m}) / (4 \text{ m})$$

$$R_{AV} = 2,0000 + 1,8750 - 0,3125 - 1,2000 = 2,3625 \text{ ton.}$$

$$\Sigma M_A = 0,$$

$$- R_{BV} \cdot L_1 + \frac{1}{2} \cdot q \cdot (L_1 + a)^2 + R_{SV} \cdot (L_1 + a) - P \cdot b = 0$$

$$R_{BV} = \frac{1}{2} \cdot q \cdot (L_1 + a)^2 / L_1 + R_{SV} \cdot (L_1 + a) / L_1 - P \cdot b / L_1$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (1 \text{ t/m}') \cdot \{(4 \text{ m}) + (1 \text{ m})\}^2 / (4 \text{ m}) + (1,25 \text{ t}) \cdot \{(4 \text{ m}) + (1 \text{ m})\} / (4 \text{ m}) - (2 \text{ t}) \cdot (1,6 \text{ m}) / (4 \text{ m})$$

$$R_{BV} = 3,1250 + 1,5625 - 0,8000 = 3,8875 \text{ ton.}$$

Kontrol :

$$R_{AV} + R_{BV} = q \cdot (L_1 + a) + R_{SV}$$

$$0,3625 \text{ t} + 3,8875 \text{ t} = (1 \text{ t/m}') \cdot (4 \text{ m} + 1 \text{ m}) + 1,250 \text{ t}$$

$$6,250 \text{ t} = 6,250 \text{ t (memenuhi)}$$

b). Gaya Lintang.

$$D_{AD} = + R_{AV} = + 2,3625 \text{ (ton).}$$

$$D_{DA} = + R_{AV} - q \cdot L_1 = 2,3625 - (1 \text{ t/m}') \cdot (4 \text{ m}) = - 1,6375 \text{ (ton).}$$

$$D_{DS} = + R_{AV} - q \cdot L_1 + R_{BV} = 2,3625 - (1 \text{ t/m}') \cdot (4 \text{ m}) + 3,8875 = + 2,250 \text{ (ton).}$$

Atau,

$$D_{DS} = + q \cdot a + R_{SV} = (1 \text{ t/m}') \cdot (1 \text{ m}) + 1,25 = + 2,250 \text{ (ton)}$$

$$D_{DE} = - R_{AH} = - 2 \text{ (ton).}$$

$$D_{EB} = - R_{AH} + P = - 2 + 2 = 0 \text{ (ton).}$$

c). M o m e n .

$$M_A = 0$$

$$M_{DA} = + R_{AV} \cdot L_1 - \frac{1}{2} \cdot q \cdot L_1^2 = (2,3625 \text{ t}) \cdot (4 \text{ m}) - \frac{1}{2} \cdot (1 \text{ t/m}') \cdot (4 \text{ m})^2 = + 1,4500 \text{ (t.m)'}$$

$$M_{DS} = - \frac{1}{2} \cdot q \cdot a^2 - R_{SV} \cdot a = - \frac{1}{2} \cdot (1 \text{ t/m}') \cdot (1 \text{ m})^2 - (1,25 \text{ t}) \cdot (1 \text{ m}) = - 1,7500 \text{ (t.m)'}$$

$$M_{DE} = + P \cdot b = + (2 \text{ t}) \cdot (1,6 \text{ m}) = + 3,2000 \text{ (t.m)'}$$

Momen yang terjadi pada titik X sejauh x dari (A),  
 $M_x = + R_{AV} \cdot x - \frac{1}{2} \cdot q \cdot x^2$

Momen maksimum terjadi pada titik dimana gaya lintang  $D_x = 0$ , yaitu  
 $d(M_x)/dx = R_{AV} - q \cdot x = 0$   
 $x = R_{AV}/q = (2,3625 \text{ t})/(1 \text{ t/m}') = 2,3625 \text{ (m)}$ , dari titik (A).  
 $M_{maks} = (2,3625 \text{ t}) \cdot (2,3625 \text{ m}) - \frac{1}{2} \cdot (1 \text{ t/m}') \cdot (2,3625 \text{ m})^2 = 2,79070 \text{ (t.m')}$ .

Apabila pada bentang (A)-(D), momen  $M_{DA}$  bertanda positif, maka tidak terdapat titik peralihan momen dari positif ke negatif, titik dimana momen  $M_x = 0$ .

Apabila  $M_{DA}$  bertanda negatif, maka

$$M_x = + R_{AV} \cdot x - \frac{1}{2} \cdot q \cdot x^2 = 0$$

$$R_{AV} - \frac{1}{2} \cdot q \cdot x = 0$$

$$x = 2 R_{AV}/q$$

d. Gaya Normal.

$$N_{A-D} = + R_{AH} = + 2,000 \text{ (ton)} \text{ (tarik).}$$

$$N_{B-D} = - R_{BV} = - 3,8875 \text{ (ton)} \text{ (tekan).}$$

e. Bidang-bidang gaya lintang, momen dan gaya normal dipersilahkan digambar sendiri.

## Kunci Jawaban

### SPAN (S) – (C)

No. Stb.	$R_{SV}$ ton	$R_{CV}$ ton	$D_{sc}$ ton	$D_{sc}$ ton	$M_{maks}$ t.m'
-1	1.250	1.250	1.250	-1.250	0.78125
0	1.688	1.688	1.688	-1.688	1.13906
1	2.175	2.175	2.175	-2.175	1.57688
2	2.713	2.713	2.713	-2.713	2.10219
3	3.300	3.300	3.300	-3.300	2.72250
4	3.938	3.938	3.938	-3.938	3.44531
5	4.625	4.625	4.625	-4.625	4.27813
6	5.363	5.363	5.363	-5.363	5.22844
7	6.150	6.150	6.150	-6.150	6.30375
8	6.988	6.988	6.988	-6.988	7.51156
9	7.875	7.875	7.875	-7.875	8.85938

### SPAN (A) – (B) – (S)

#### Reaksi Perletakan

No. Stb.	$R_{AH}$ ton	$R_{AV}$ ton	$R_{BV}$ ton	$R_{AV} + R_{BV}$ ton	$q \cdot (L_1+a) + R_{sv}$ ton
-1	2.0000	2.3625	3.8875	6.250	6.250
0	2.1500	2.9576	5.6049	8.563	8.563
1	2.3000	3.6363	7.5388	11.175	11.175
2	2.4500	4.3979	9.6896	14.088	14.088
3	2.6000	5.2421	12.0579	17.300	17.300
4	2.7500	6.1688	14.6438	20.813	20.813
5	2.9000	7.1775	17.4475	24.625	24.625
6	3.0500	8.2682	20.4693	28.738	28.738
7	3.2000	9.4408	23.7092	33.150	33.150
8	3.3500	10.6952	27.1673	37.863	37.863
9	3.5000	12.0313	30.8438	42.875	42.875

### Gaya Lintang

No. Stb.	D <sub>AD</sub> ton	D <sub>DA</sub> ton	D <sub>DS kiri</sub> ton	D <sub>DS kanan</sub> ton	D <sub>DE</sub> ton	D <sub>EB</sub> ton
-1	2.3625	-1.6375	2.2500	2.2500	-2.000	0.0
0	2.9576	-2.5424	3.0625	3.0625	-2.150	0.0
1	3.6363	-3.5638	3.9750	3.9750	-2.300	0.0
2	4.3979	-4.7021	4.9875	4.9875	-2.450	0.0
3	5.2421	-5.9579	6.1000	6.1000	-2.600	0.0
4	6.1688	-7.3313	7.3125	7.3125	-2.750	0.0
5	7.1775	-8.8225	8.6250	8.6250	-2.900	0.0
6	8.2682	-10.4318	10.0375	10.0375	-3.050	0.0
7	9.4408	-12.1592	11.5500	11.5500	-3.200	0.0
8	10.6952	-14.0048	13.1625	13.1625	-3.350	0.0
9	12.0313	-15.9688	14.8750	14.8750	-3.500	0.0

### Momen

No. Stb.	M <sub>DA</sub> t.m'	M <sub>DS</sub> t.m'	M <sub>DE</sub> t.m'	$x = R_{AV}/q$ m	Mmaks t.m'	$x = 2R_{AV}/q$ m
-1	1.45000	-1.75000	3.20000	2.36250	2.79070	-
0	0.91350	-2.61250	3.52600	2.36609	3.49899	-
1	0.17400	-3.69000	3.86400	2.42417	4.40744	-
2	-0.79100	-5.00500	4.21400	2.51308	5.52611	5.026
3	-2.00400	-6.58000	4.57600	2.62107	6.87002	5.242
4	-3.48750	-8.43750	4.95000	2.74167	8.45633	5.483
5	-5.26400	-10.60000	5.33600	2.87100	10.30330	5.742
6	-7.35600	-13.09000	5.73400	3.00663	12.42977	6.013
7	-9.78600	-15.93000	6.14400	3.14694	14.85489	6.294
8	-12.57650	-19.14250	6.56600	3.29083	17.59804	6.582
9	-15.75000	-22.75000	7.00000	3.43750	20.67871	6.875

### Gaya Normal

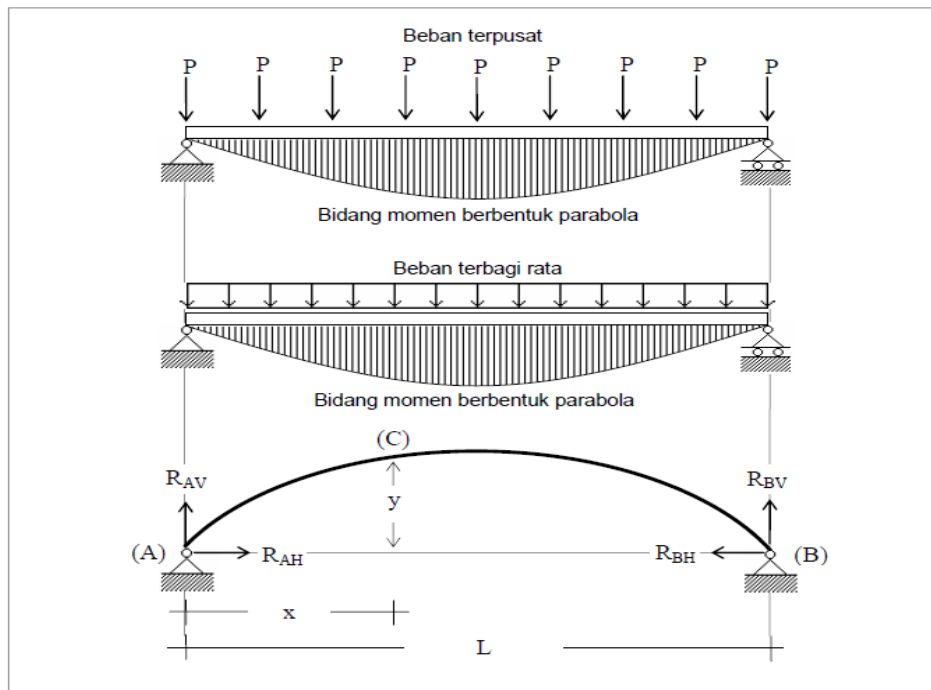
No. Stb.	N <sub>A-D</sub> ton	N <sub>B-D</sub> ton
-1	2.0000	-3.8875
0	2.1500	-5.6049
1	2.3000	-7.5388
2	2.4500	-9.6896
3	2.6000	-12.0579
4	2.7500	-14.6438
5	2.9000	-17.4475
6	3.0500	-20.4693
7	3.2000	-23.7092
8	3.3500	-27.1673
9	3.5000	-30.8438

# MODUL 11

## PELENGKUNG TIGA SENDI

### 1. KONSEP DASAR.

Apabila pada suatu konstruksi balok diatas dua perletakan diberikan beban terpusat seperti diatas, ataupun beban terbagi rata penuh, maka bidang momen yang terjadi akan berbentuk parabola.



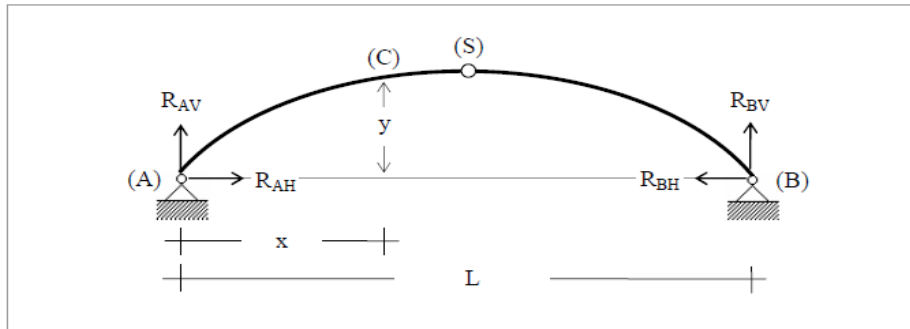
Gambar 1 : Bangunan Pelengkung.

Untuk mengurangi momen yang terjadi dibuat konstruksi pelengkung, dimana kedua perletakannya digunakan sendi. Pada kedua perletakan ini akan muncul reaksi perletakan  $R_{AH}$ ,  $R_{AV}$ ,  $R_{BH}$  dan  $R_{BV}$ . Reaksi perletakan ini berusaha menghalang-halangi beralihnya ujung pelengkung baik mendatar maupun vertikal. Momen yang terjadi menjadi kecil, sebagai berikut :

$$M_C = R_{AV} \cdot x - R_{AH} \cdot y$$

Akibat bentuk konstruksi seperti ini (sendi-sendi) maka struktur menjadi statis tidak tertentu. Untuk mengembalikan struktur ini menjadi struktur statis tertentu maka diantara perletakan sendi A dan B dibuat satu sendi lagi (sendi S), lihat gambar 2 berikut. Sehingga terdapat satu syarat lagi dimana momen pada sendi S tersebut harus nol, dengan demikian,

$$\Sigma M_A = 0 \quad \Sigma M_B = 0 \quad \Sigma M_S = 0 \quad \Sigma V = 0 \quad \Sigma H = 0$$



Gambar 2 : Bangunan Pelengkung tiga sendi.

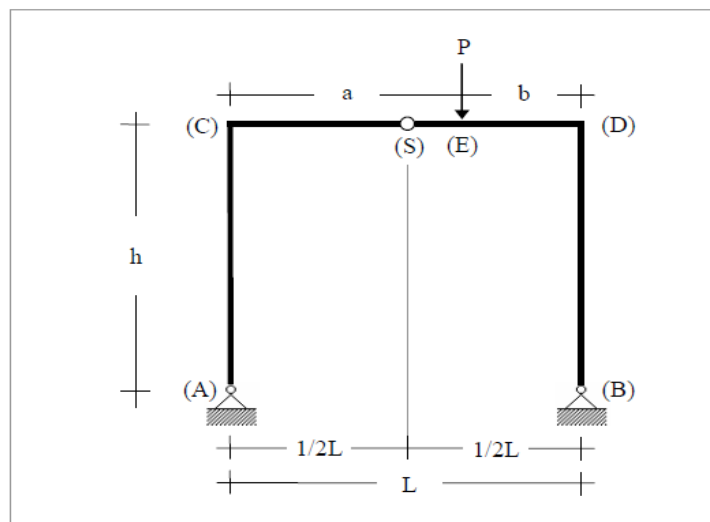
## 2. LANGKAH-LANGKAH PENYELESAIAN.

Langkah-langkah penyelesaian pada struktur pelengkung tiga sendi dapat dilakukan sebagai berikut,

- Langkah pertama, sendi S dihapus dan salah satu perletakan sendi (sendi A atau B) digantikan dengan rol.
- Kemudian dihitung reaksi perletakan A dan B, baik vertikal maupun horizontal.
- Dengan reaksi ini, dihitung momen yang terjadi pada S, dinamakan  $M_S^0$ .
- Sendi S dipulihkan, momen pada sendi S dihitung dengan melibatkan reaksi horizontal dari perletakan. Momen pada sendi S ini sama dengan nol.

## 3. PORTAL SIMETRIS.

### a). Memikul Muatan Terpusat Tunggal.



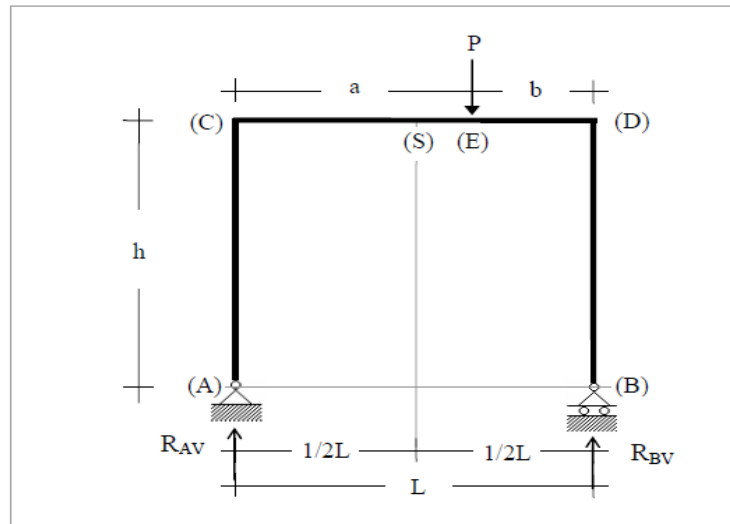
Gambar 3 : Bangunan Pelengkung tiga sendi memikul beban terpusat vertikal.

Penyelesaian :

#### a. Reaksi Perletakan.

Sendi S dihapus, dan perletakan B digantikan dengan rol.





Gambar 4 : Sendi (S) dihapus, perletakan (B) diganti dengan rol.

$$\begin{aligned} \Sigma M_B &= 0, \\ R_{AV} \cdot L - P \cdot b &= 0 \\ R_{AV} &= + P \cdot b/L \text{ (ton, keatas).} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_A &= 0, \\ -R_{BV} \cdot L + P \cdot a &= 0 \\ R_{BV} &= P \cdot a/L \text{ (ton, keatas).} \end{aligned}$$

Kontrol :

$$\begin{aligned} \Sigma V &= 0, \\ R_{AV} + R_{BV} - P &= 0 \end{aligned}$$

Momen,

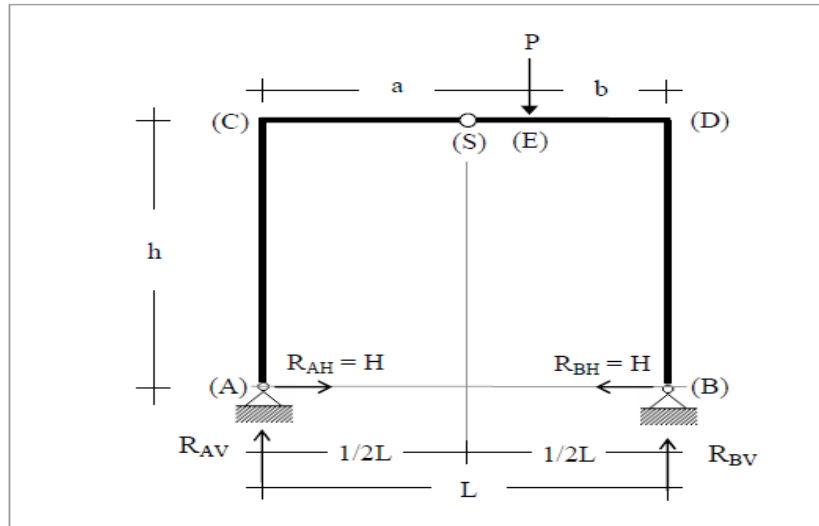
$$\begin{aligned} M_S^o &= R_{AV} \cdot \frac{1}{2}L = + P \cdot b/L \cdot \frac{1}{2}L \\ &= P \cdot \frac{1}{2}b \text{ (t.m')} \end{aligned}$$

Setelah sendi S dipulihkan dan tumpuan B dikembalikan menjadi sendi, maka timbullah gaya pelengkung, momen pada S dihitung dari kiri,

$$\begin{aligned} \Sigma M_S &= 0 \\ M_S^o - H \cdot h &= 0 \text{ (anggap gaya H ke kanan/ ke dalam)} \\ H &= M_S^o / h = + (P \cdot \frac{1}{2}b)/h = + \frac{1}{2}P \cdot b/h \\ H &= \text{adalah gaya pelengkung, apabila bekerja kedalam bertanda positif.} \end{aligned}$$

$$R_{AH} = H = + \frac{1}{2}P \cdot b/h$$

$$\begin{aligned} \Sigma H &= 0 \\ R_{AH} + R_{BH} &= 0 \\ R_{BH} &= - R_{AH} = H = + \frac{1}{2}P \cdot b/h \text{ (ke kiri/ke dalam)} \end{aligned}$$



Gambar 5 : Sendi (S) dan sendi (B) dikembalikan.

Cara lain dapat dilakukan sebagai berikut,

$$\begin{aligned}\Sigma M_B &= 0, \\ R_{AV} \cdot L - P \cdot b &= 0 \\ R_{AV} &= + P \cdot b/L \text{ (ton, keatas)}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_A &= 0, \\ -R_{BV} \cdot L + P \cdot a &= 0 \\ R_{BV} &= P \cdot a/L \text{ (ton, keatas)}.\end{aligned}$$

Kontrol :

$$\begin{aligned}\Sigma V &= 0, \\ R_{AV} + R_{BV} - P &= 0\end{aligned}$$

Misal  $R_{AH}$  ke kanan/ke dalam,

$$\begin{aligned}\Sigma M_S &= 0 \\ R_{AV} \cdot 1/2L - R_{AH} \cdot h &= 0 \\ R_{AH} &= R_{AV} \cdot 1/2L/h = P \cdot b/L \cdot 1/2L/h \\ R_{AH} &= 1/2 P \cdot b/h \text{ (ke kanan/ke dalam).} \\ R_{BH} &= -R_{AH} = -1/2 P \cdot b/h \text{ (ke kiri/ke dalam).}\end{aligned}$$

b. Gaya lintang.

$$\begin{aligned}D_{A-C} &= -H = -R_{AH} = -1/2 P \cdot b/h \text{ (ton).} \\ D_{C-E} &= +R_{AV} = P \cdot b/L \text{ (ton).} \\ D_{E-D} &= +R_{AV} - P = -R_{BV} = -P \cdot a/L \text{ (ton).} \\ D_{D-B} &= +R_{AH} = +1/2 P \cdot b/h = +R_{BH} \text{ (ton).}\end{aligned}$$

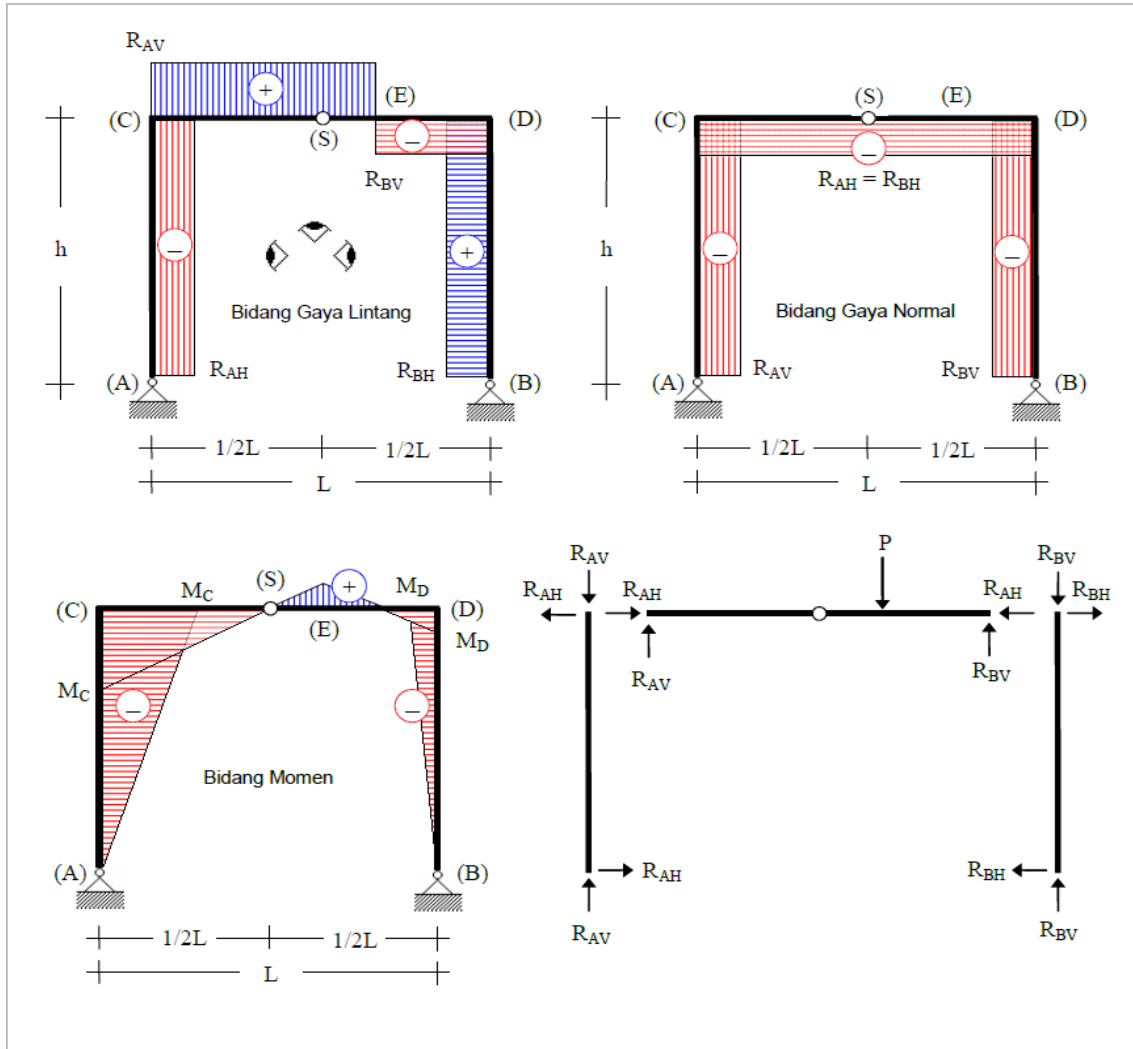
c. M o m e n .

$$\begin{aligned}M_A &= 0 \\ M_C &= -R_{AH} \cdot h = - (1/2 P \cdot b/h) \cdot h = -1/2 P \cdot b \\ M_S &= R_{AV} \cdot 1/2 L - R_{AH} \cdot h = P \cdot b/L \cdot 1/2 L - 1/2 P \cdot b = 0 \text{ (memenuhi)} \\ M_E &= R_{AV} \cdot a - R_{AH} \cdot h = P \cdot a \cdot b/L - 1/2 P \cdot b\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_D &= R_{AV} \cdot L - R_{AH} \cdot h - P \cdot b \\
 &= (P \cdot b/L) \cdot L - \frac{1}{2} P \cdot b - P \cdot b \\
 M_D &= -\frac{1}{2} P \cdot b \\
 M_B &= 0
 \end{aligned}$$

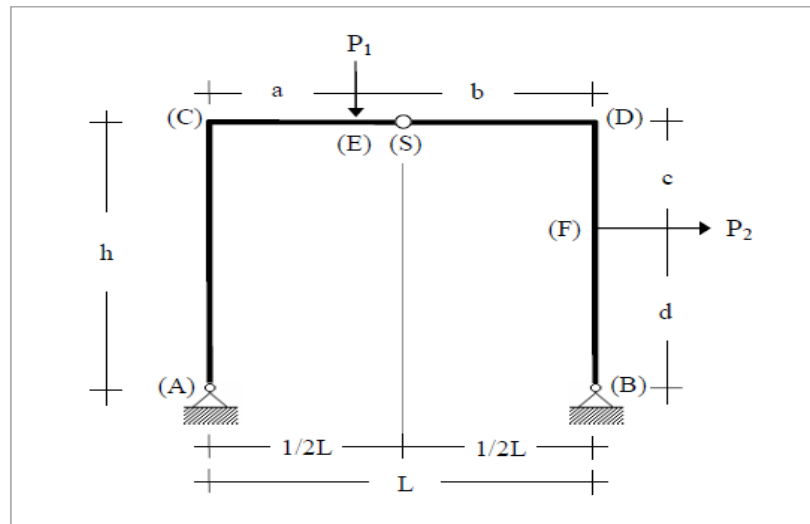
d. Gaya Normal.

$$\begin{aligned}
 N_{A-C} &= -R_{AV} \text{ (ton)}. \\
 N_{C-D} &= -R_{AH} \text{ (ton)}. \\
 N_{B-D} &= -R_{BV} \text{ (ton)}.
 \end{aligned}$$



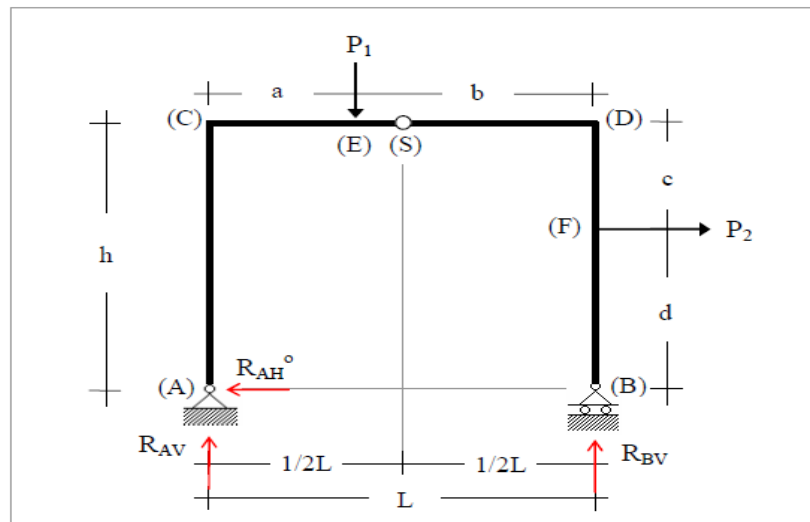
Gambar 6 : Gambar bidang gaya lintang, gaya normal, momen dan freebody.

b). Memikul Muatan Terpusat Vertikal dan Horizontal.



Gambar 7 : Portal tiga sendi simetris, memikul beban terpusat vertikal dan horizontal.

Penyelesaian :



Gambar 8 : Sendi diganti dengan perletakan rol.

Sendi S dihapus, dan perletakan B digantikan dengan rol.

a. Reaksi Perletakan.

$$\begin{aligned}\Sigma H &= 0, \\ -R_{AH}^{\circ} + P_2 &= 0 \\ R_{AH}^{\circ} &= P_2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_B &= 0, \\ R_{AV} \cdot L - P_1 \cdot b + P_2 \cdot d &= 0 \\ R_{AV} &= P_1 \cdot b/L - P_2 \cdot d/L\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_A &= 0, \\ -R_{BV} \cdot L + P_1 \cdot a + P_2 \cdot d &= 0 \\ R_{BV} &= P_1 \cdot a/L + P_2 \cdot d/L\end{aligned}$$

Kontrol :

$$\begin{aligned}\Sigma V &= 0, \\ R_{AV} + R_{BV} - P_1 &= 0\end{aligned}$$

Momen pada sendi S,

$$M_S^{\circ} = R_{AV} \cdot \frac{1}{2}L + R_{AH}^{\circ} \cdot h - P_1 \cdot (\frac{1}{2}L - a)$$

Sendi S dikembalikan, dan tumpuan rol dipulihkan lagi menjadi sendi, diperoleh gaya pelengkung,

$$\begin{aligned}M_S &= M_S^{\circ} - H \cdot h = 0 \\ H &= M_S^{\circ}/h \text{ (positip, arah kerja gaya H kedalam).}\end{aligned}$$

Reaksi mendatar,

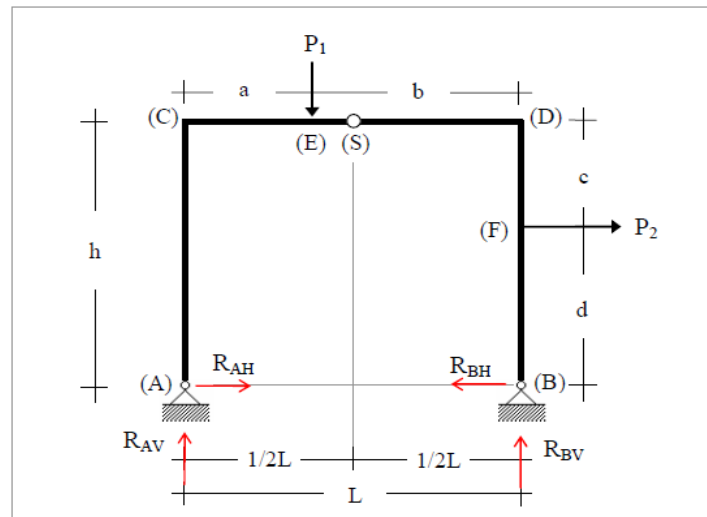
$$\begin{aligned}R_{AH} &= R_{AH}^{\circ} + H \text{ (positip, ke dalam atau ke kanan).} \\ R_{BH} &= H \text{ (positip, ke dalam atau ke kiri).}\end{aligned}$$

Kontrol :

$$\begin{aligned}\Sigma H &= 0, \\ R_{AH} + R_{BH} - P_2 &= 0\end{aligned}$$

Catatan :

Soal ini dapat diselesaikan secara langsung tanpa harus menghapuskan sendi S dan mengganti sendi B dengan rol, yaitu dengan persamaan-persamaan  $\Sigma M_A = 0$ ,  $\Sigma M_B = 0$ ,  $\Sigma M_S = 0$ ,  $\Sigma H = 0$  dan  $\Sigma V = 0$ .



Gambar 9 : Perkiraan arah reaksi.

Tentukan lebih awal perkiraan arah reaksi perletakan baik vertikal maupun horisontal, seperti terlihat pada gambar 9 diatas.

Selanjutnya perhitungan tersebut,

$$\begin{aligned}\Sigma M_B &= 0, \\ R_{AV} \cdot L - P_1 \cdot b + P_2 \cdot d &= 0 \\ R_{AV} &= P_1 \cdot b/L - P_2 \cdot d/L\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_A &= 0, \\ -R_{BV} \cdot L + P_1 \cdot a + P_2 \cdot d &= 0 \\ R_{BV} &= P_1 \cdot a/L + P_2 \cdot d/L\end{aligned}$$

Kontrol :

$$\begin{aligned}\Sigma V &= 0, \\ R_{AV} + R_{BV} - P_1 &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_S &= 0 \text{ (dari kiri)} \\ R_{AV} \cdot \frac{1}{2} L - R_{AH} \cdot h - P_1 \cdot (\frac{1}{2} L - a) &= 0 \\ R_{AH} &= R_{AV} \cdot \frac{1}{2} L/h - P_1 \cdot (\frac{1}{2} L - a)/h \\ \text{(bila positif, arahnya ke dalam atau ke kanan)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_S &= 0, \\ -R_{BV} \cdot \frac{1}{2} L + R_{BH} \cdot h - P_2 \cdot c &= 0 \\ R_{BH} &= R_{BV} \cdot \frac{1}{2} L/h + P_2 \cdot c/h \\ \text{(bila positif, arahnya ke dalam atau ke kiri)}\end{aligned}$$

Kontrol :

$$\begin{aligned}\Sigma H &= 0, \\ R_{AH} + R_{BH} + P_2 &= 0\end{aligned}$$

b. Gaya lintang.

$$\begin{aligned}D_{A-C} &= -R_{AH}. \\ D_{C-E} &= +R_{AV}. \\ D_{E-D} &= +R_{AV} - P_1. \\ D_{E-D} &= -R_{BV} \\ D_{D-F} &= +R_{AH}. \\ D_{F-B} &= +R_{AH} + P_2. \\ D_{F-B} &= +R_{BH}\end{aligned}$$

c. M o m e n t .

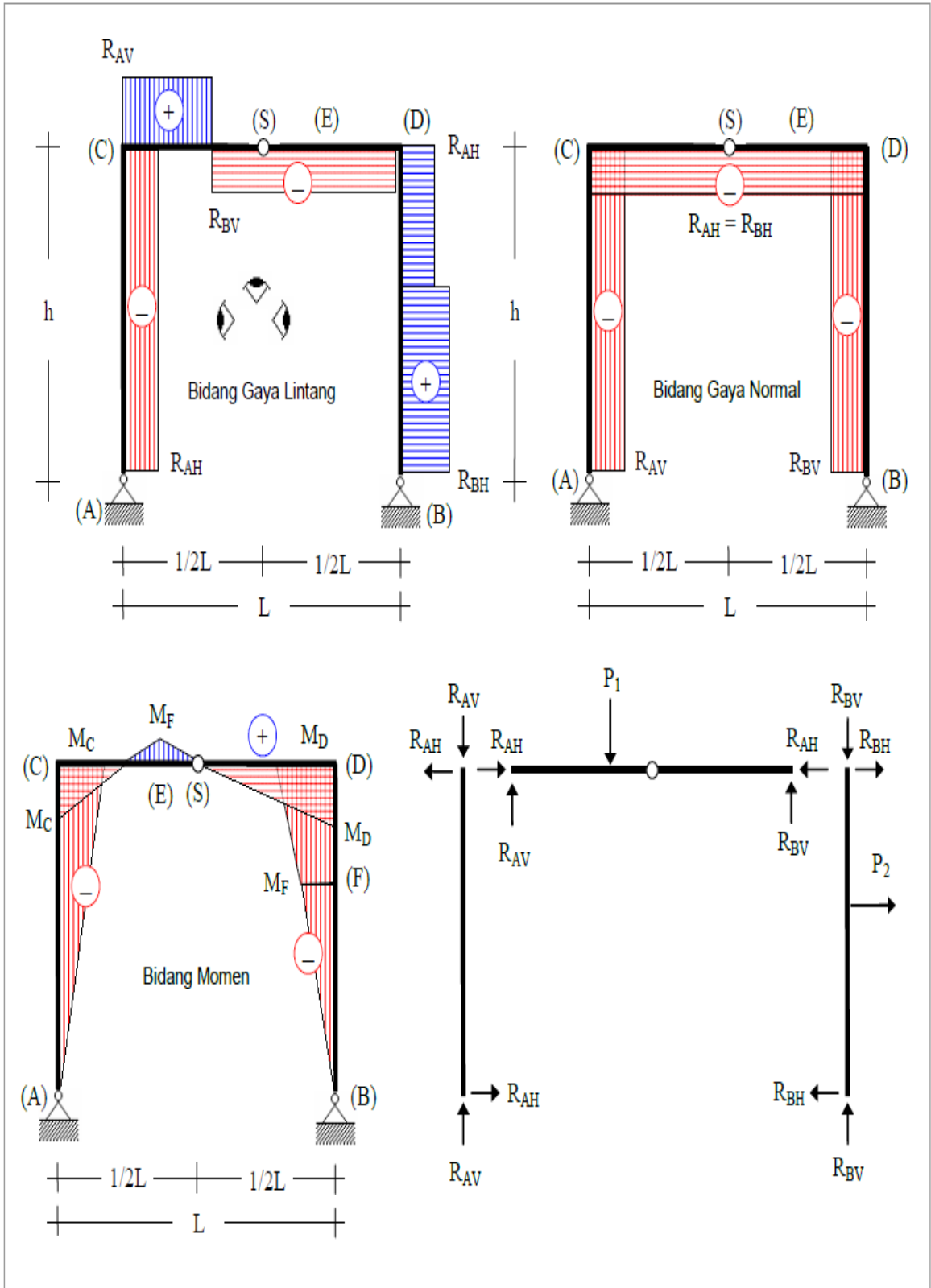
$$\begin{aligned}M_A &= 0 \\ M_C &= -R_{AH} \cdot h. \\ M_E &= R_{AV} \cdot a - R_{AH} \cdot h. \\ M_S &= R_{AV} \cdot \frac{1}{2} L - R_{AH} \cdot h - P_1 \cdot (\frac{1}{2} L - a) \\ M_S &= 0 \text{ (memenuhi)}. \\ M_D &= R_{AV} \cdot L - R_{AH} \cdot h - P_1 \cdot b\end{aligned}$$

Atau,

$$\begin{aligned}M_D &= -R_{BH} \cdot h + P_2 \cdot c. \\ M_F &= -R_{BH} \cdot d. \\ M_B &= 0\end{aligned}$$

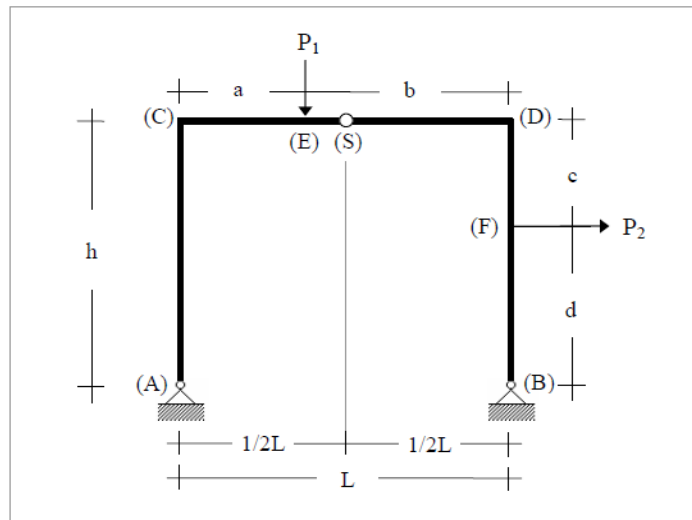
d. Gaya Normal.

$$\begin{aligned}N_{A-C} &= -R_{AV} \text{ (tekan, kalau reaksi } R_{AV} \text{ keatas).} \\ N_{C-D} &= -R_{AH} \text{ (tekan).} \\ N_{B-D} &= -R_{BV} \text{ (tekan).}\end{aligned}$$



Gambar 10 : Gambar bidang gaya lintang, gaya normal, momen dan freebody.

## WORKSHOP/PELATIHAN



Diketahui : Kontruksi Portal Tiga Sendi seperti tergambar.  
 Diminta : Hitung dan gambarkan bidang gaya lintang, gaya normal dan momen pada seluruh Bentang.

### Data-data.

No. Stb.	L m	h m	a m	b m	c m	d m	P <sub>1</sub> ton	P <sub>2</sub> ton
-1	10.00	5.00	4.00	6.00	2.00	3.00	5.000	2.000
0	7.00	4.00	2.50	4.50	1.00	3.00	3.000	1.000
1	7.50	4.20	2.70	4.80	1.25	2.95	3.250	1.200
2	8.00	4.40	2.90	5.10	1.50	2.90	3.500	1.400
3	8.50	4.60	3.10	5.40	1.75	2.85	3.750	1.600
4	9.00	4.80	3.30	5.70	2.00	2.80	4.000	1.800
5	9.50	5.00	3.50	6.00	2.25	2.75	4.250	2.000
6	10.00	5.20	3.70	6.30	2.50	2.70	4.500	2.200
7	10.50	5.40	3.90	6.60	2.75	2.65	4.750	2.400
8	11.00	5.60	4.10	6.90	3.00	2.60	5.000	2.600
9	11.50	5.80	4.30	7.20	3.25	2.55	5.250	2.800

Diketahui : a = 4 m, b = 6 m, c = 2 m, d = 3 m, L = 10 m, h = 5 m,  
 P<sub>1</sub> = 5 ton, P<sub>2</sub> = 2 ton.

Diminta : Hitung dan gambarkan bidang M, D dan N pada seluruh bentang.

Penyelesaian : Sendi B diganti dengan rol, dan sendi S dihapuskan sementara.

#### a. Reaksi Perletakan.

$$\begin{aligned} \sum M_B &= 0, \\ R_{AV} \cdot L - P_1 \cdot b + P_2 \cdot d &= 0 \\ R_{AV} &= P_1 \cdot b/L - P_2 \cdot d/L \\ &= 5 \cdot 6/10 - 2 \cdot 3/10 = 3 - 0,6 \\ R_{AV} &= + 2,4 \text{ ton (keatas)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_A &= 0, \\ -R_{BV} \cdot L + P_1 \cdot a + P_2 \cdot d &= 0 \\ R_{BV} &= P_1 \cdot a/L + P_2 \cdot d/L \end{aligned}$$



$$R_{BV} = 5 \cdot 4/10 + 2 \cdot 3/10 = 2 + 0,6$$

$$= + 2,6 \text{ ton (keatas).}$$

Kontrol :

$$\Sigma V = 0,$$

$$R_{AV} + R_{BV} - P_1 = 0$$

$$2,4 + 2,6 - 5 = 0 \text{ (memenuhi).}$$

$$\Sigma M_S = 0 \text{ (dari kiri)}$$

$$R_{AV} \cdot \frac{1}{2} L - R_{AH} \cdot h - P_1 \cdot (\frac{1}{2} L - a) = 0$$

$$R_{AH} = \frac{R_{AV} \cdot \frac{1}{2} L/h - P_1 \cdot (\frac{1}{2} L - a)/h}{1}$$

$$= 2,4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10/5 - 5 \cdot (\frac{1}{2} \cdot 10 - 4)/5 = 2,4 - 1$$

$$R_{AH} = + 1,4 \text{ ton (kekanan).}$$

$$\Sigma M_S = 0 \text{ (dari kanan)}$$

$$- R_{BV} \cdot \frac{1}{2} L + R_{BH} \cdot h - P_2 \cdot c = 0$$

$$R_{BH} = \frac{R_{BV} \cdot \frac{1}{2} L/h + P_2 \cdot c/h}{1}$$

$$= 2,6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10/5 + 2 \cdot 2/5 = 2,6 + 0,8$$

$$R_{BH} = + 3,4 \text{ ton (kekiri).}$$

Kontrol :

$$\Sigma H = 0,$$

$$R_{AH} + R_{BH} + P_2 = 0$$

$$1,4 - 3,4 + 2 = 0 \text{ (memenuhi).}$$

b. Gaya lintang.

$$D_{A-C} = - R_{AH} = - 1,4 \text{ ton.}$$

$$D_{C-E} = + R_{AV} = + 2,4 \text{ ton.}$$

$$D_{E-D} = + R_{AV} - P_1 = 2,4 - 5 = - 2,6 \text{ ton.}$$

$$D_{E-D} = - R_{BV}$$

$$D_{D-F} = + R_{AH} = + 1,4 \text{ ton.}$$

$$D_{F-B} = + R_{AH} + P_2 = 1,4 + 2 = + 3,4 \text{ ton.}$$

$$D_{F-B} = + R_{BH}$$

c. Momen .

$$M_A = 0$$

$$M_C = - R_{AH} \cdot h = - 1,4 \cdot 5 = - 7 \text{ t.m'}$$

$$M_E = R_{AV} \cdot a - R_{AH} \cdot h = 2,4 \cdot 4 - 1,4 \cdot 5 = + 2,6 \text{ t.m'}$$

$$M_S = R_{AV} \cdot \frac{1}{2} L - R_{AH} \cdot h - P_1 \cdot (\frac{1}{2} L - a)$$

$$= 2,4 \cdot 5 - 1,4 \cdot 5 - 5 \cdot (\frac{1}{2} \cdot 10 - 4) = 12 - 7 - 5$$

$$M_S = 0 \text{ (memenuhi).}$$

$$M_D = R_{AV} \cdot L - R_{AH} \cdot h - P_1 \cdot b = 2,4 \cdot 10 - 1,4 \cdot 5 - 5 \cdot 6 = 24 - 7 - 30$$

$$= - 13 \text{ t.m'}$$

Atau,

$$M_D = - R_{BH} \cdot h + P_2 \cdot c = - 3,4 \cdot 5 + 2 \cdot 2 = - 17 + 4 = - 13 \text{ t.m'}$$

$$M_F = - R_{BH} \cdot d = - 3,4 \cdot 3 = - 10,2 \text{ t.m'}$$

$$M_B = 0$$

d. Gaya Normal.

$$N_{A-C} = - R_{AV} = - 2,4 \text{ ton (tekan, kalau reaksi } R_{AV} \text{ keatas).}$$

$$N_{C-D} = - R_{AH} = - 1,4 \text{ ton (tekan).}$$

$$N_{B-D} = - R_{BV} = - 2,6 \text{ ton (tekan).}$$

# KUNCI JAWABAN

## REAKSI PERLETAKAN

No. Stb.	$R_{AV}$ ton	$R_{BV}$ ton	$R_{AV}+R_{BV}$ ton	$R_{AH}$ ton	$R_{BH}$ ton	$R_{AH} - R_{BH} + P_2$ ton
-1	2.400	2.600	5.000	1.400	3.400	0.000
0	1.500	1.500	3.000	0.563	1.563	0.000
1	1.608	1.642	3.250	0.623	1.823	0.000
2	1.724	1.776	3.500	0.692	2.092	0.000
3	1.846	1.904	3.750	0.768	2.368	0.000
4	1.973	2.027	4.000	0.850	2.650	0.000
5	2.105	2.145	4.250	0.937	2.938	-0.001
6	2.241	2.259	4.500	1.030	3.230	0.000
7	2.380	2.370	4.750	1.126	3.526	0.000
8	2.522	2.478	5.000	1.227	3.827	0.000
9	2.666	2.584	5.250	1.331	4.131	0.000

## GAYA LINTANG & NORMAL

No. Stb.	$D_{A-C}$ ton	$D_{C-E}$ ton	$D_{E-D}$ ton	$D_{D-F}$ ton	$D_{F-B}$ ton	$N_{A-C}$ ton	$N_{C-D}$ ton	$N_{B-D}$ ton
-1	-1.400	2.400	-2.600	1.400	3.400	-2.400	-1.400	-2.600
0	-0.563	1.500	-1.500	0.563	1.563	-1.500	-0.563	-1.500
1	-0.623	1.608	-1.642	0.623	1.823	-1.608	-0.623	-1.642
2	-0.692	1.724	-1.776	0.692	2.092	-1.724	-0.692	-1.776
3	-0.768	1.846	-1.904	0.768	2.368	-1.846	-0.768	-1.904
4	-0.850	1.973	-2.027	0.850	2.650	-1.973	-0.850	-2.027
5	-0.937	2.105	-2.145	0.937	2.937	-2.105	-0.937	-2.145
6	-1.030	2.241	-2.259	1.030	3.230	-2.241	-1.030	-2.259
7	-1.126	2.380	-2.370	1.126	3.526	-2.380	-1.126	-2.370
8	-1.227	2.522	-2.478	1.227	3.827	-2.522	-1.227	-2.478
9	-1.331	2.666	-2.584	1.331	4.131	-2.666	-1.331	-2.584

## MOMEN

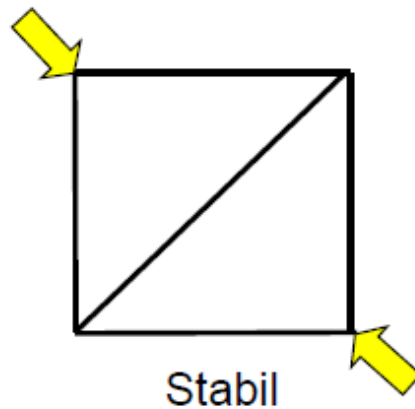
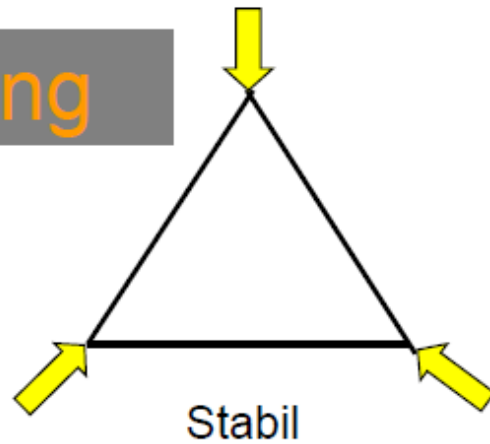
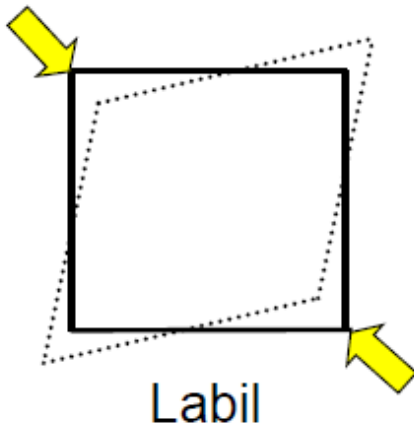
No. Stb.	$M_C$ t.m'	$M_E$ t.m'	$M_S$ t.m'	$M_D$ t.m'	$M_F$ t.m'
-1	-7.0000	2.6000	0.00	-13.0000	-10.2000
0	-2.2520	1.4980	0.00	-5.2520	-4.6890
1	-2.6166	1.7250	0.00	-6.1566	-5.3779
2	-3.0448	1.9548	0.00	-7.1028	-6.0668
3	-3.5328	2.1898	0.00	-8.0918	-6.7488
4	-4.0800	2.4309	0.00	-9.1230	-7.4200
5	-4.6850	2.6825	0.00	-10.1875	-8.0795
6	-5.3560	2.9357	0.00	-11.2960	-8.7210
7	-6.0804	3.2016	0.00	-12.4404	-9.3439
8	-6.8712	3.4690	0.00	-13.6292	-9.9502
9	-7.7198	3.7440	0.00	-14.8608	-10.5341

# MODUL 12

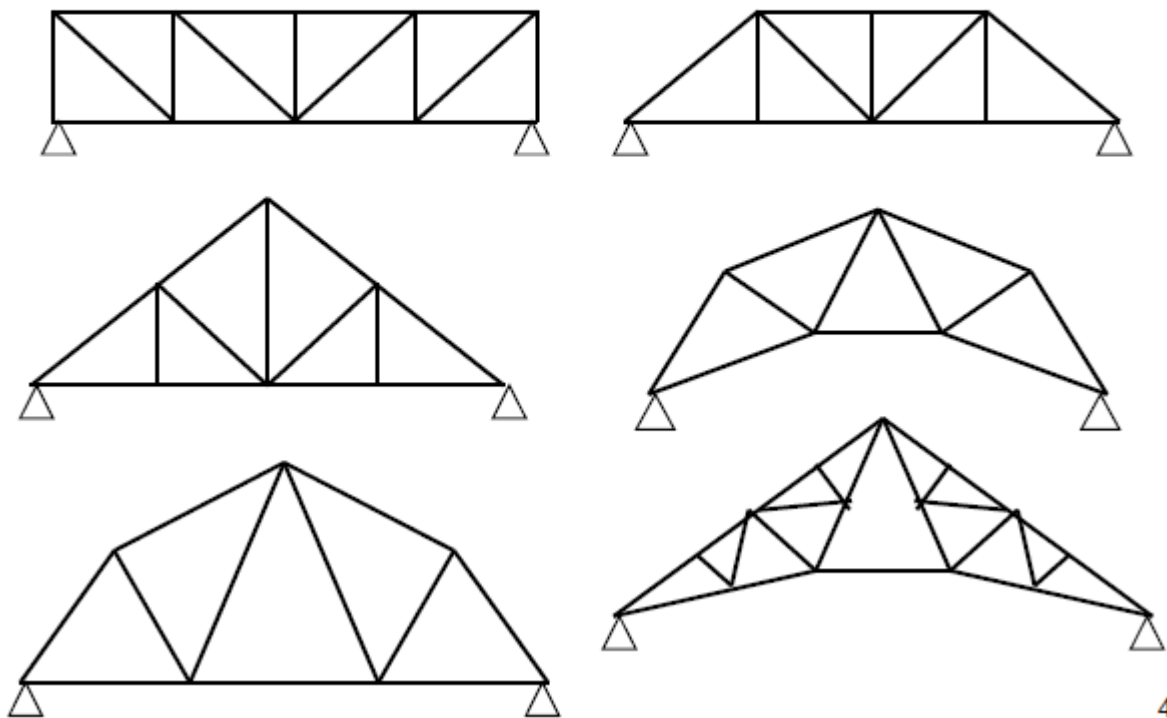
## RANGKA BATANG

### 1. Rangka Batang

PRINSIP UMUM:  
RANGKA BATANG TDR DARI  
SUSUNAN ELEMEN2 LENIER YANG  
MEMBENTUK SEGITIGA2  
SEHINGGA  
STABIL TERHADAP BEBAN LUAR

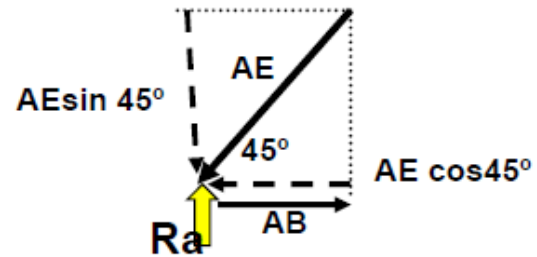
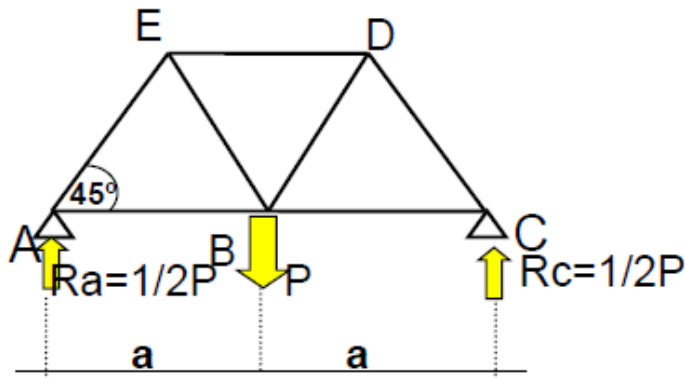


## Konfigurasi bentuk2 rangka batang



4

## A. Menghitung dgn Keseimbangan titik hubung



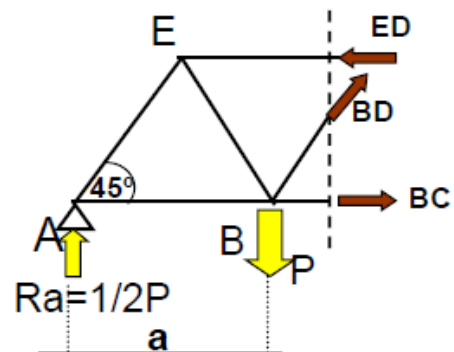
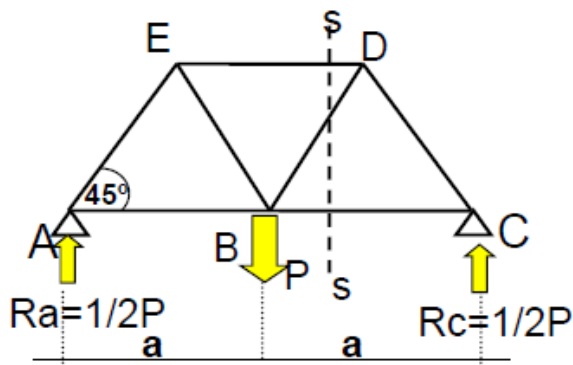
### TITIK A

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 \\ R_A - AE \sin @ &= 0 \\ \frac{1}{2}P - AE \sin 45^\circ &= 0 \\ AE \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} &= \frac{1}{2}P \\ AE &= \frac{P}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}P \\ &= 0,707P \\ &\text{(TEKAN)} \end{aligned}$$

$\sum F_x = 0$  maka AB didapat, demikian seterusnya untuk titik-titik hubung yang lain.

5

## B. Keseimbangan Potongan



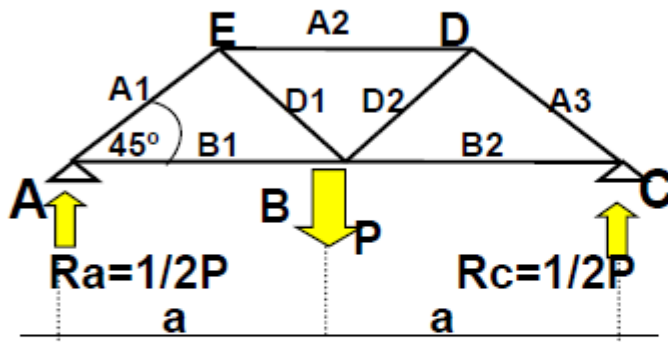
Terjadi keseimbangan gaya-gaya luar sebelah kiri potongan dengan gaya-gaya batang yang kena potongan ss.

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum M_B = 0$$

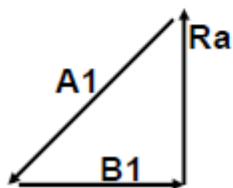
## C. Cremona: cara grafis



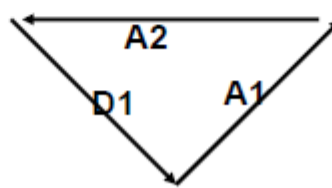
Di titik B ?

Gabungan ?

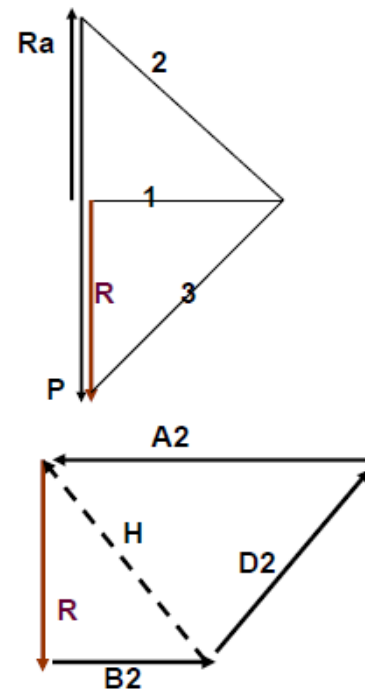
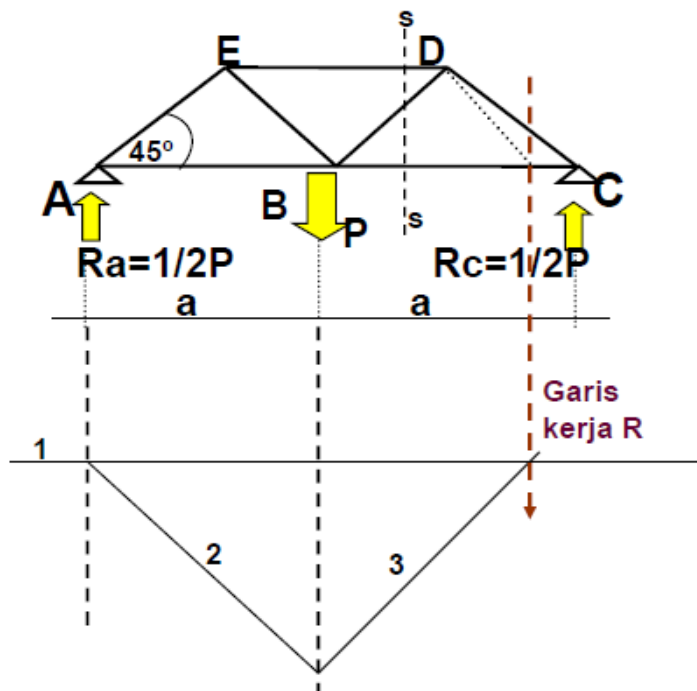
Di titik A



Di titik E

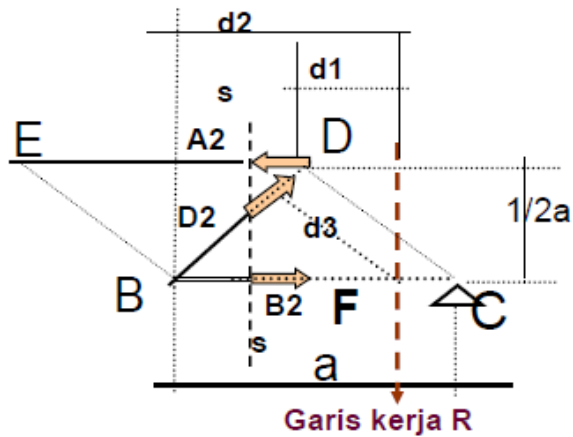


## D. Cullmann



8

## E. A Ritter: grafis dan analitis



$MD=0$   
 $R \cdot d1 - B2 \cdot \frac{1}{2}a = 0$   
 $\frac{1}{2}P \cdot d1 - B2 \cdot \frac{1}{2}a = 0$   $d1$  diskala terhadap  $a$  sehingga  $B2$  didapat.  
 Selanjutnya dengan  $MB=0$  didapat  $A2$ , dan dengan  $MF=0$  didapat  $D2$ .

Menentukan garis kerja R  
 Keseimbangan Momen pada perpotongan garis kerja gaya

